

2. TEORIJSKI PRISTUPI ANALIZI VREMENSKIH SERIJA I MOGUĆNOSTI PRIMJENE U PROGNOZIRANJU GOSPODARSKIH KRETANJA U HRVATSKOJ

1. Pregled suvremenih teorijskih pristupa analizi vremenskih serija

Osnovni ciljevi analize vremenskih serija su pronalaženje modela kojim će se opisati zakonitosti u ponašanju promatranog dinamičkog sustava, te predviđanje njegova budućeg stanja na osnovi poznatih stanja u sadašnjosti i prošlosti.

Danas postoje različiti teorijski pristupi analizi vremenskih serija, a poticaj za njihov razvoj bili su realni problemi vezani uz analizu empirijskih podataka.

Tijekom druge polovice našeg stoljeća došlo je do ubrzanog razvoja analize vremenskih serija, te danas postoje čvrsto utemeljene metode koje omogućuju određivanje širokog raspona modela vremenskih serija. Najveći broj postupaka analize vremenskih serija polazi od pretpostavke da je dinamički sustav, odnosno stohastički proces koji generira pojavu u vremenu stacionaran i linearan. Stacionarnost stohastičkog procesa znači da se distribucija vjerojatnosti proizvoljno odabranog slučajnog vektora s_n ($n \in \mathbb{N}$) komponenata ne mijenja duž vremenske osi. Kako je taj zahtjev prestrog, a i teško ga je ispitati, on se zamjenjuje slabijim zahtjevom o stacionarnosti drugog reda ili kovarijančnom stacionarnosti. Takva stacionarnost znači invarijantnost momenata prvog i drugog reda, tj. sredina i varijanca stohastičkog procesa su konstantne, a koeficijenti autokorelacije među razmaknutim članovima procesa su funkcije njihove udaljenosti u vremenu.

Za stohastički se proces tvrdi da je linearan, ako se matematički može izraziti jednadžbom linearnom u parametrima. Od 1970. godine nakon što su Box i Jenkins objavili rad "Analiza vremenskih serija, predviđanje i kontrola" najčešće korišteni linearni modeli vremenskih serija su AR, MA i ARMA modeli kao

specijalni slučajevi općeg linearnog modela, te ARIMA modeli koji upotrebom postupka diferenciranja omogućuju primjenu teorije stacionarnih stohastičkih procesa za modeliranje i predviđanje nestacionarnih vremenskih serija. Analiza linearnih modela provodi se u nekoliko koraka, kao što su odabir modela, procjena parametara na osnovi opažanih vrijednosti vremenske serija, te ispitivanje adekvatnosti odabranog modela. Gershenfeld i Weigand (3) upozoravaju da odabir reda (p, q) ARMA modela nije jednostavan, jer se povećanjem reda povećava broj parametara u modelu, što naravno ima za posljedicu manju standardnu pogrešku (bolju prilagodbu modela empirijskim podacima ili uzorku) no s druge strane povećava se prognostička pogreška, jer takav model uključuje i slučajnu varijablu u sustav. Nadalje, premda postoje testovi (kao npr. AIC, BIC) za provjeru ispravnog izbora reda (p, q) ARMA modela, treba imati na umu da su ti testovi valjani samo uz pretpostavku o linearnosti i pretpostavku da je distribucija vjerojatnosti slučajne pogreške poznata.

Alternativni pristup analizi stacionarnih vremenskih serija u domeni vremena je spektralni pristup ili pristup u domeni kutnih frekvencija. Dok se u prvom pristupu vremenska serija opisuje pomoću sredine i empirijske autokovarijančne (odnosno standarizirane autokoleracijske funkcije), u drugom pristupu ona se karakterizira pomoću spektralnog rasporeda. Spektralni se raspored definira kao Fourierova transformacija autokoleracijske funkcije. S obzirom da je preslikavanje Fourierovih transformacija obostrano jednoznačno, to je informacija o svojstvima stohastičkog procesa koju pruža autokoleracijska funkcija u domeni vremena ekvivalentna informaciji koju pruža spektralni raspored u domeni kutnih frekvencija.

Poopćenje ARIMA modela može se provesti u više smjerova. Tako se npr. vremenska serija koja je predmet statističke analize može predočiti pomoću linearnog regresijskog modela koji pored pravih egzogenih varijabli sadrži i zavisnu varijablu s različitim pomacima u vremenu (takve se varijable zovu slabe egzogene varijable). Nadalje se u ARIMA model može uvesti intervencijska

varijabla (dummy varijabla) koja opisuje utjecaj promjene u politici, utjecaj određenog događaja i sl. na promjenu strukture promatrane vremenske serija. Box i Tiao (1) su takav način modeliranja prozvali intervencijskom analizom.

Analiza jedne vremenske serije proširuje se na istodobnu analizu skupine međusobno povezanih serija, tj. na vektorsku vremensku seriju. Ta će analiza uključivati izračunavanje autokoleracijskih funkcija, odnosno spektralnih rasporeda pojedinačnih vremenskih serija kako bi se dobio uvid u njihovu strukturu, te izračunavanje međukoleracijskih funkcija, odnosno međuspektralnih rasporeda da bi se istražilo i međusobnu povezanost analiziranih serija.

AR modeli kojima se opisuje vektorska vremenska serija poznati su kao vektorski AR modeli ili VAR modeli. Njihova je upotreba postala popularna u ekonomiji nakon što je Sims (7) ukazao na prednosti VAR modela u odnosu na standardne makroekonomske modele. Granger (4) ističe da premda upotreba VAR modela (s općenito m varijabli) ima prednosti u odnosu na univarijantnu analizu vremenskih serija, najbolja svojstva kao prognostički modeli imaju modeli srednje dimenzije ($m=10$), dok je primjena velikih strukturnih modela koji uključuju $100 \leq m \leq 400$ varijabli kontraverzna. Simultana analiza skupa vremenskih serija pomoću VAR modela postaje složena ako sve ili neke od varijabli kointegriraju. Kointegracija između dviju nestacionarnih vremenskih serija s jednim jediničnim korijenom postoji ako je moguće pronaći takvu linearnu kombinaciju polaznih serija koja je stacionarna. U tome je slučaju najbolji prognostički model za kratkoročne i dugoročne prognoze "model korekcije pogreške". Ukoliko se testiranjem odbaci pretpostavka o prisustvu kointegracije, odabire se AR model diferencija polaznih varijabli. Analiza modela koji uključuje $m > 2$ nestacionarnih vremenskih serija s jednim jediničnim korijenom od kojih sve ili neke kointegriraju nije više jednostavna, a diferenciranje u prisustvu kointegracije kao što napominju Sims C.A, J.H. Stock i M.W. Watson (8) dovodi do neinvertibilnosti, pa AR reprezentacija nije moguća.

Nešto drugačiji pristup analizi vremenskih serija, preuzet iz teorije sustava je reprezentacija u prostoru stanja ili reprezentacija Markova. Pri tom je (vidjeti Wei (9)) stanje dinamičkog sustava takav minimalni skup informacija iz sadašnjosti i prošlosti da je buduće stanje sustava određeno njegovim sadašnjim stanjem i budućim inputom. Rekurzivni postupak kojim se računa novi vektor stanja nakon što je novo opažanje postalo dostupno zove se Kalmanov filter. On se ubraja u najopćenitije postupke statističkog procjenjivanja i predviđanja. Teorijski je reprezentacija u prostoru stanja ekvivalentna ARMA reprezentaciji stacionarnih stohastičkih procesa, no prednost toga pristupa je npr. lakša identifikacija modela, jednostavnije poopćenje na vektorske (multivarijantne) i nestacionarne modele, te jednostavno rješavanje problema netipičnih vrijednosti i nedostajućih podataka.

Nakon što je u zadnja dva desetljeća došlo do značajnog napretka u matematičkoj i statističkoj analizi nelinearnih dinamičkih sustava, počeli su se i u analizi ekonomskih vremenskih serija (posebno u području makroekonomskih i financijskih serija) primjenjivati modeli složene ekonomske dinamike. Tim se modelima nastoji povezati nelinearne sustave s ekonomskom teorijom. Takvi modeli otvaraju nove mogućnosti u modeliranju i prognoziranju ekonomskih vremenskih serija.

Iz izloženog pregleda je vidljivo da postoji veći broj pristupa modeliranju i prognoziranju ekonomskih vremenskih serija. Stari se postupci nastoje usavršiti, a uvode se i nove metode, pa je za očekivati da je kakvoća prognoze sve bolja. Granger (4) smatra da se među područja koja su u središtu interesa može uvrstiti problem kointegracije varijabli i poopćenje modela korekcije pogreške na slučaj s $m > 2$ varijabli, s tim da se može uključiti i nelinearnost. Kakvoća prognoza pomoću tako poopćenog modela treba se tek potvrditi u praksi. Nadalje, prema njegovu mišljenju velik se interes pokazuje za modele s promjenljivim režimima (regresijske modele s egzogenim i slabim egzogenim varijablama koji uključuju dodatnu varijablu koja kontinuirano mijenja generirajući stohastički proces, odnosno sustav, iz

jednog režima u drugi), a također se velika pozornost poklanja modelima s parametrima koji se mijenjaju duž vremenske osi, jer se pokazuje da takvi modeli imaju bolja prognostička svojstva od modela s konstantnim parametrima.

Uspješnost primjenjenih prognostičkih modela ovisi djelomično i o svojstvima vremenske serije. Problem koji je prisutan u analizi ekonomskih vremenskih serija je da su one relativno kratke. To je naročito izraženo kod makroekonomskih serija u Hrvatskoj. Povećanje duljine tih serija moglo bi se postići dodavanjem podataka prije 1991. godine, ali dodani podaci mogu biti irelevantni, jer je došlo do strukturnih promjena u ekonomiji. Nadalje, većina je ekonomskih vremenskih serija nestacionarna (pa se prije primjene linearnih prognostičkih modela moraju stacionarizirati, ili se predviđanje buduće razine pojave određuje polazeći od adekvatnog nelinearnog modela). Ipak, pravilnim izborom modela, vodeći pri tom računa o polaznim pretpostavkama za njegovu primjenu, moguće je osigurati kvalitetne prognoze.

2. Primjena ARIMA modela u analizi kretanja industrijske proizvodnje Hrvatske

Dobra prognoza je vrhunac kvalitetne analize. U svijetu je posebno na cijeni i sa znanstvenog i stručnog stajališta, ali napose i zbog praktične važnosti. Poduzeća na temelju tih prognoza (i drugih spoznaja) usmjeravaju proizvodnju, trgovinu i druge djelatnosti, a nositelji ekonomske politike poduzimaju određene mjere. Na izradi prognoza rade stručni timovi eksperata. I u nas se čine takvi naponi, posebno u primjeni ARIMA modela (vidi 10).

Analiza vremenskih serija uključuje opisivanje mehanizma stohastičkog procesa koji generira pojavu u vremenu, predviđanje budućih vrijednosti i optimalnu kontrolu sustava. Pristup analizi koji upotrebljava autokorelacijsku funkciju i funkcije parcijalne autokoleracije da bi objasnio ponašanje pojave u

vremenu na temelju parametarskih modela, predstavlja analizu u domeni vremena. Vrlo općenitu klasu parametarskih modela u domeni vremena čine ARIMA (autoregressive-integrated-moving-average) modeli koji su pogodni za opisivanje stacionarnih, nestacionarnih, sezonskih i nesezonskih pojava. Osnovu takvih modela s našim posebnim dogradnjama koristimo u analizi i prognoziranju.

Svaka analiza gospodarskih tokova (ekonomskih vremenskih serija) zahtijeva upotrebu statističkih serija koje moraju zadovoljiti dva temeljna uvjeta: (1) serije moraju biti dovoljno dezagregirane kako bi se pojedini fenomeni mogli locirati unutar jedne godine i (2) iz serija treba isključiti sezonsku komponentu. Stoga koristimo serije mjesečnih podataka (premda imaju i najveću slučajnu komponentu u odnosu na serije kvartalnih i godišnjih podataka). Kako naša statistika još ne prati dovoljno ažurno sve djelatnosti industrijska proizvodnja ostaje važnom aproksimacijom za kretanje gospodarske aktivnosti.

Indeksi industrijske proizvodnje izračunavaju se na temelju materijalne proizvodnje svih industrijskih proizvođača koja se ne umanjuje za utroške. Budući da su odnosi između proizvodnje i utrošaka tehnički određeni i znatno stabilni, indeksi na duže razdoblje odražavaju i kretanje dodane vrijednosti. Stoga je indeks industrijske proizvodnje aproksimacija gospodarske aktivnosti u industriji.

U prikazivanju kretanja industrijske proizvodnje koristimo stope promjene istoimenih mjeseci sukcesivnih godina (tzv. međugodišnje stope promjene), koje daju trend vrijednost i stope promjene samih trend vrijednosti. Prilikom tumačenja kretanja industrijske proizvodnje na temelju stopa promjene istoimenih mjeseci sukcesivnih godina valja strogo imati na umu slijedeću važnu činjenicu: Premda su podaci prikazani na taj način desezonirani (stavljani su u omjer indeksi istih mjeseci sukcesivnih godina), oni ne predstavljaju stvarnu dinamiku industrijske proizvodnje. Naime, stopa promjene istoimenih mjeseci sukcesivnih godina ovisi i dinamici kretanja u mjesecima

na koje se odnosi i određena je prosjekom zbivanja između dva istoimena mjeseca. Prava dinamika proizvodnje u pojedinom mjesecu (mjesečna stopa promjene trend vrijednosti) je granična veličina, za razliku od kretanja proizvodnje na temelju stopa promjene istoimenih mjeseci sukcesivnih godina, koje su prosječne veličine.

Napominjemo još da se mogu koristiti i mjesečne stope promjene (bilo stvarne bilo trendne) na godišnjoj razini. To svakako treba razlikovati od stopa promjene istoimenih mjeseci (tzv. međugodišnje stope promjene). Kod mjesečnih stopa promjene na godišnjoj razini riječ je o promjeni koja bi se postigla ako bi neka veličina rasla (opadala) dvanaest mjeseci ustanovljenim mjesečnim rastom (padom), a kod međugodišnjih stopa promjene radi se o porastu (padu) u posljednjih dvanaest mjeseci.

Stope promjene trend vrijednosti (dinamika) i trend industrijske proizvodnje i ostalih serija dobijeni su na temelju računskog programa X11 ARIMA/88 metode desezoniranja i naših dogradnji. Za serije koje sadrže znatnu iregularnu komponentu moguće je još uvijek odabrati odgovarajući granično prihvatljiv ARIMA model ukoliko vjerojatnost nije manja od 5% odnosno 10%, a prosječna prognostička pogreška ne premašuje vrijednosti iz intervala od 12% do 15%.

Stoga je odabir odgovarajućeg modela bio osjetljiv i dugotrajan posao, osobito u našem slučaju. Naime, treba imati u vidu da serije naše statistike sadrže znatnu iregularnu komponentu u ratnom razdoblju i osnovno kretanje drugačije nego u mirnodopskom razdoblju. Premda je dulje razdoblje poželjno u pogledu boljih rezultata i prognoza, za analizu kretanja industrijske proizvodnje u razdoblju I/1980-III/1994. odabrano je dvadesetak ARIMA modela od kojih se samo jedan pokazao granično prihvatljivim.

Model koji je dao rezultate na granici prihvatljivosti bilo je potrebno dodatno modificirati. Naime, zbog vanjskih utjecaja kao

što su rat, štrajkovi, nagle promjene ekonomske politike i sl. dolazi do promjena u strukturi serija. Takva se nestacionarnost ne može ukloniti standardnim transformacijama već intervensijskom analizom. Nakon niza simulacija odgovarajuće razdoblje - odgovarajući model došli smo do ARIMA modela $\log(0, 1, 1)$ za razdoblje I/1988-IV/1994. Isti model za isto razdoblje odnosi se i na dvije komponente industrijske proizvodnje: repromaterijal i potrošna roba. Za treću komponentu industrijske proizvodnje, sredstva rada, nije moguće odabrati odgovarajući ARIMA model odnosno nije moguće pronaći statistički signifikantnu sezonalnost u podacima te serije. Ni kod kretanja cijena i plaća za isto razdoblje nije moguće odrediti odgovarajući ARIMA model.

Pokažimo sada ukratko kako je vršena dekompozicija naših serija na temelju slijedećih oznaka:

- O** - originalna vrijednost
- T** - vrijednost trend komponente
- C** - vrijednost cikličke komponente
- S** - vrijednost sezonske komponente
- I** - vrijednost iregularne komponente.

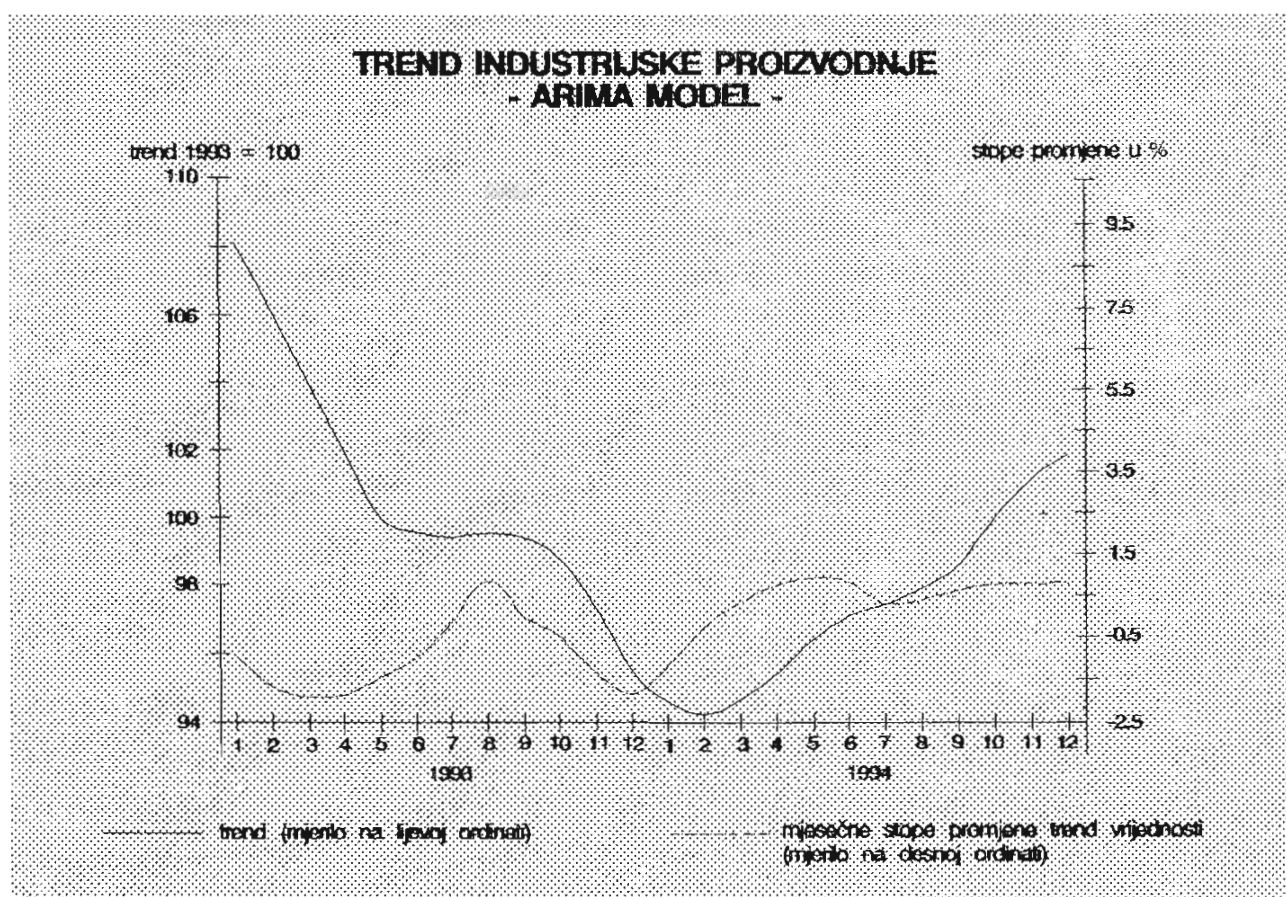
Ovdje se ciklička i trend komponenta ocjenjuju zajedno kao što se to radi u većini modela. Naime, ako se pojave analiziraju u kraćem vremenskom razdoblju dio dugog ciklusa se može tretirati kao sastavni dio trenda. Praktična primjena pokazala je da se u analizi ekonomskih vremenskih serija češće koristi multiplikativni model. U tom je modelu originalna vrijednost u trenutku t jednaka produktu vrijednosti pojedinih komponenti u tom trenutku (pri tome je trend-ciklus komponenta izražena apsolutno, a ostale komponente jednake su umnošku u obliku indeksa). Na temelju prethodno uvedenih oznaka, multiplikativni model se može napisati:

$$O(t) = TC(t) \times S(t) \times I(t)$$

Napomenimo da na varijacije iregularne komponente, koja izražava sve nesistematske utjecaje na ponašanje promatrane pojave u vremenu, utječu varijacije broja radnih dana (do kojih

dolazi kod mjesečnih serija zbog različitog broja radnih dana u mjesecu, različitih zastupljenosti dana u tjednu u tijeku pojedinog mjeseca, kao i zbog različitog broja praznika). Veliki događaji (kao štrajkovi, ratna stanja, havarije, promjene u ekonomskoj politici) proizvode netipične vrijednosti (aditivnog i inovacijskog tipa). Varijacije broja radnih dana mogu se ukloniti postupkom ponderiranja frekvencija vremenske serije, a netipične vrijednosti se mogu ukloniti kao što je već naglašeno, nestandardnim statističkim metodama tj. intervencijskom analizom.

Grafikon 1.



Rezultati za 1994. godinu sintetizirani su u grafikonu 1. Prema našim ocjenama industrijska je proizvodnja prosječno rasla po mjesečnoj stopi promjene trend vrijednosti od 5.5%. Trendni mjesečni pozitivni rast započeo je u ožujku i iz njega slijedi i pozitivni prijenos u 1995. godinu. No unatoč tome proizvodnja u 1994. godini nije dosegla prosječnu desezoniranu vrijednost 1993. godine (prema našim rezultatima niža je 3.3%). Te i druge

rezultate detaljnije vidi u (10) i (11). Posebno interesantan je nalaz da koncem 1994. godine slabi proizvodni zamah započeo ranije.

Takvi rezultati uvijek se podvrgavaju testovima. Računaju se pojedinačne pogreške prognoze izražene apsolutno i relativno. Pri tom je pogreška za razdoblje t :

$$e_t = y_t - F_t, \quad e_{t,rel} = \frac{|e_t|}{y_t} \cdot 100$$

y_t = ostvarena vrijednost za razdoblje t

F_t = prognostička vrijednost za razdoblje t

Najčešće korištene prosječne mjere uspješnosti prognoze su:

Prosječna prognostička pogreška:

$$e = \frac{\sum e_t}{n}$$

Srednje apsolutno odstupanje prognostičkih od ostvarenih vrijednosti:

$$MAD = \frac{\sum |e_t|}{n}$$

Srednja apsolutna postotna pogreška:

$$M.A.P.E. = \frac{\sum e_{t,rel}}{n}$$

Drugi korijen iz srednje kvadratne prognostičke pogreške:

$$\sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{\sum e_t^2}{n}}$$

Theilov koeficijent:

$$U = \frac{\sqrt{MSE}}{\sqrt{\frac{\sum Y_t^2}{n} + \frac{\sum F_t^2}{n}}}$$

Te mjere izračunali smo za naš primijenjeni model. Prosječno odstupanje prognostičkih od ostvarenih vrijednosti iznosilo je 0.86 indeksnih poena, srednje apsolutno odstupanje 4.73 indeksna poena, srednje postotno apsolutno odstupanje 4.72%, drugi korijen iz srednje kvadratne greške 6.14 indeksnih poena, a Theilov koeficijent U (koji se kreće u intervalu $0 \leq u \leq 1$) iznosi 0.00024. Možemo zaključiti da se odstupanja kreću u prihvatljivim granicama.

3. Zaključne napomene

Mogućnosti što ih pružaju teorijski razvijene metode analiza vremenskih serija u nas nisu dovoljno iskorištene. Parcijalno se koriste određeni rezultati ARIMA metoda (programom X-11 u iterativnom postupku vrši se izbor najprikladnijeg modela).

Teorijske razrade na ovom području u svijetu brzo se šire i produbljuju. Najnoviji su dometi da se ne koriste linearni modeli nego nelinearni, što se približava teoriji determinističkog kaosa.

Višestruko korisne aplikacije za analizu i prognoze gospodarskih kretanja u Hrvatskoj, bitne za vođenje makroekonomske politike i određene sektorske politike, nalazimo u mogućnostima sustavne primjene ARIMA modela, te VAR modela. Time bi se u Hrvatskoj raspolagalo sa svim suvremenim metodama i njihovim rezultatima. U narednom razdoblju nastojat ćemo u tom pravcu učiniti prilog određenim unapređenjem primjene ARIMA modela i oblikovanjem i aplikacijom VAR modela (odabrani rezultati bit će predočeni i na stranicama ove publikacije).

Zaključno naglasimo još dvoje: veliki opći problem su nedostatni podaci, kratke serije i specifično razdoblje, te je prijeko potrebna intervencijska analiza tipa Boxa i Tiaoa. Za narednu pak empirijsku analizu od posebnog je interesa indicirana naznaka stanovita slabljenja zamaha u trendu industrijske proizvodnje Hrvatske (kakav je oblikovan početno u 1994. godini), što ne mora biti trajnijeg karaktera, ali čemu valja pokloniti veliku pozornost i sa stajališta tekućih tendencija i sa stajališta potreba obnove i mogućnosti restrukturiranja i razvoja.

LITERATURA

(1) Box G.E.P. Tiao, 1975, "Interventional Analysis With Applications to Economic and Environmental Problems", **Journal of the American Statistical Association**, 78 (383), rujan, 526-34.

(2) Harvey A., 1994, *Time Series (Volumes I and II)*, "The International Library of Critical Writings in Econometrics", University Press, Cambridge.

(3) Gershenfeld N.A., A.S. Weigand, 1993, "The Future of Time Series: Learning and Understanding", str. 1-70 u: "Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past, Eds. A.S.Wigand and N.A. Gersehenfeld, SFI Studies in the Sciences Complexity, proc. Vol. IV, Addison Wesley.

(4) Granger C.W.J., 1993. "Forecasting in Economics", str. 529-538 u: "Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past, Eds, A.S. Weigand and N.A. Gershenfeld, SFI Studies in the Ciencias Complexity, proc.Vol. XV, Addison Wesley.

(5) Pesaran M.H., S.M. Poter, 1994, "Nonlynear Dinamics, Chaos and Econometrics: An Introduction", J. Wiley - Sons, Baffins Lane.

(6) Priestly M.B., 1988, "Non-linear and Non-stationary Time Series Analysis, Academic Press, London.

(7) Sims C.A., 1980, "Macroeconomics and Reality", **Econometrica** 48:1-48.

(8) Sims C.A. J.H. Stock and M.W. Watson, 1990, "Inference in Linear Time Series Model with Some Unit Roots", **Econometrica**, 58 (1), siječanj, 113-44.

(9) Wei W.W.S., 1990, *Univariate and Multivariate Methods*, Addison - Wesley, Redwood City, California.

(10) **Poslovna analiza/Business Review**, Vol II, br. 4 i 11-12 1994, Razvojni centar City Trust, Zagreb, 1994.

(11) **Poslovna analiza/Business Review**, Vol. III, br. 1-2, 1995. Razvojni centar City Trust, Zagreb, 1995.