$^{\pi l \alpha y}\sqrt{\mathbf{mat}\chi}$

Do kaosa i natrag – putovanje u nepredvidljivost

ILI
ŠTO JE KAOS UOPĆE I KAKO PRONAĆI RED U NJEMU?

AUTOR: Vjera Lopac
KNJIGA: Do kaosa i natrag - putovanje u nepredvidljivost
IZDAVAČ: Naklada Jesenski i Turk, Zagreb 2003.

Riječ *kaos* grčkoga je podrijetla. Tijekom vremena, od svoga osnovnoga značenja koje su mu pridavali stari Grci (a to je bio "smisao pratvari, praprostora, onoga što je postojalo prije nego što je u svijet u kojem živimo unesen red") mutirao je u pojam općeg nereda, meteža, gibanja bez pravca i ikakvog cilja. I takvo se poimanje održalo do danas među običnim ljudima običnih zanimanja. Međutim, znanstvenici su otkrili pravilnosti u području koje se dotad nazivalo kaosom.

Kaos je sastavnica svakodnevnog života i postoji u svim dijelovima ovog svijeta, drugih svjetova pa i dalje - u beskonačnost. Tek su se nedavno stručnjaci počeli zanimati za to područje (nemaju pojma što su sve propustili dosad, ali što se može, otkrića su spora) te se ono može promatrati kroz nekoliko prirodnih znanosti: matematiku, fiziku, kemiju, biologiju, ali i elektroniku i medicinu.

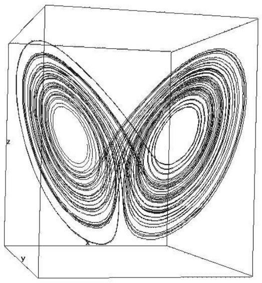
"*Scientia Nova*" ima veliko značenje u životu čovjeka i njegovim djelatnostima, samo što se nije primjećivala do negdje šezdesetih godina dvadesetog stoljeća kad se sva tehnologija počela sve više usavršavati, računala su dobila na vrijednosti te su postala nezamjenjiva u gotovo svim poslovima.

Dakle, ona je omogućila potpuno nov, svjež ali sustavan pristup mnogim dotad neobjašnjivim stvarima, pojavama i tome sličnom.

Evo jednog primjera kako se pokušalo ukrotiti kaos: još se tijekom osamnaestog stoljeća pokušalo predvidjeti vrijeme (u meteorološkom smislu), no tek je s pojavom računala (čudesnih strojeva koji su imali sposobnost računati komplicirane zadatke u minuti, čak i sekundi) omogućen stanovit napredak. Matematičar **Edward Lorenz** pomoću triju diferencijalnih jednadžbi u koje je uključio faktore o kojima ovisi gibanje fluida u atmosferi izračunao je za svaku upotrijebljenu varijablu njezinu vrijednost koju treba poprimiti u budućnosti. I to je trebala biti prognoza vremena. Ali ...

Računalo je u početku izbacivalo dobre rezultate, no što je išlo dalje, to su rezultati bili - zapanjujuće - sve više različiti. Tada je Lorenz shvatio da početni zadani uvjeti nisu uvijek isti. Iako je cijeli sustav tada pao u vodu, došlo se do nove zakonitosti (za neke odabire početnih uvjeta u sustavima se javlja periodičnost, dok se kod nekih za male promjene parametara događaju ogromne razlike u krajnjem rezultatu) koja se naziva učinak leptira ili leptirov let (engl. *butterfly effect*) = "jedan zamah leptirovih krila u Brazilu može biti uzrokom tornada koji će zahvatiti Teksas nekoliko mjeseci kasnije".

Lorenz je poznat po još jednom važnom postignuću: nacrtao je stazu ili trajektoriju tog sustava jednadžbi, a on je trebao pokazati stabilizira li se nakon nekog vremena gibanje ili ne. I taj je grafički prikaz izgledao otprilike ovako:

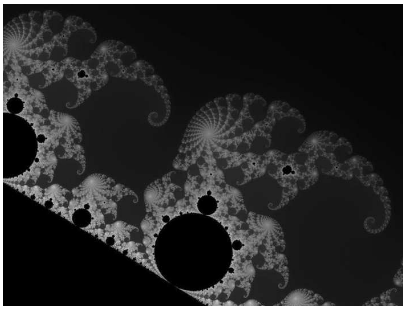


Slika 1. *Butterfly effect*

Pomoću njega je Lorenz zaključio da se nijedna putanja ne ponavlja. Fascinantno!

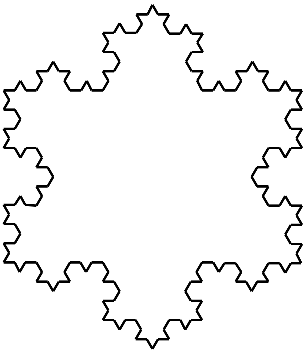
Nakon Lorenza slijedili su dinamički sustavi [sustavi diferencijalnih jednadžbi (jednadžbe kojima je određena razlika između vrijednosti jedne veličine u dvama uzastopnim trenutcima) kojima je određeno vremensko odvijanje veličina karakterističnih za promatrani sustav]. Pomoću njih se pokušala prikazati periodičnost najezdi skakavaca. I tu je također utvrđeno da nema periodičnosti.

No zato je pri tome korištena jedna funkcija, zapravo bolje bi pristajalo "postupak". Bila je to iteracija. Preko nje se došlo do fraktala.



Slika 2. *Mandelbrotov skup*

Ti svi prekrasni oblici, od Cantora i njegovog skupa pa preko Kocha i ostalih, do veličanstvenog Mandelbrotovog skupa.



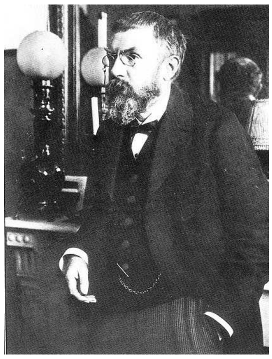
Slika 3. *Kochova pahuljica*

Ti oblici, te strukture, ta raznovrsnost, to bogatstvo ...

Vjerujem da je to nešto najljepše što je čovjek ikada vidio i nešto najfascinantnije što je pripadnik ljudskog roda učinio. Potpuno je nemoguće da ta ljepota ne utječe na neki način na svakoga od nas. Nema dovoljno prikladnih epiteta kojima bih mogla izraziti svoje dojmove viđenja tog skupa. Samo divljenje.

Još jedna zanimljiva tvorevina, ovog puta s korijenom u fizici, pronašla je put preko povezanosti s kaosom, a to su atraktori. Na primjer, njihalo. Ono ima svoju frekvenciju gibanja, giba se periodično. Zbog otpora zraka, sile teže i drugih utjecaja, njihanje ne može potrajati vječno. Ako želimo da se njihalo nastavi gibati, moramo ga nečim odgurnuti, dati mu poticaj. I kada to napravimo, putanja njihala više neće biti pravilna, simetrična krivulja, već će njihalo opisivati elipsu. I ta elipsa privlači stazu gibanja njihala pa se zato zove atraktor (engl. *to attract* = privlačiti).

Tzv. čudnim atraktorima (engl. *strange attractors*), kojima oblici ocrtavaju neki karakteristični lik, a točke padaju po njemu kaotično i nikad se ne ponavljaju, bavio se meni najdraži matematičar - **Henri Poincaré**.



Slika 4. *Henri Poincaré*

On je smislio jedno vrlo domišljato rješenje za grafički prikaz gibanja kojima su atraktori dosta čudni. Kako se oni mogu prikazati u prostoru, ponekad u trima dimenzijama, a ponekad i u više njih, Poincaré ih je jednostavno presjekao - napravio je njihov presjek, što je omogućilo da se jednostavnije zaključi je li gibanje kaotično ili ne. Kakav um za matematiku!

Hm, bilijar. Igra koja se sve češće susreće, ne samo u barovima, već i u matematici i fizici. U knjizi je za primjer uzeta kugla (po mogućnosti bilijarska) koja se početnom brzinom (a time i kinetičkom energijom) giba po podlozi bez otpora i trenja. Podloga je obrubljena tako da se kugla odbija (ne gubeći pritom brzinu). Rub može biti pravokutnog pravilnog oblika, može biti oblika limuna ili elipse. U svakoj je situaciji putanja kugle drugačija: samo se u nekim slučajima ponavlja (periodična je) i postupno prelazi u kaos – nasumično, nepredvidivo gibanje.

Ali ima nečeg u tome: pri prijelazu iz bazena pravilnosti u područja kaosa javljaju se oblici koje matematičari prepoznaju kao fraktale i pravilna izmjena reda i kaotičnosti. Iz toga slijedi: u tome kaosu ipak postoji mnogo reda i pravilnosti.

Opet se vraćamo na početak. Kaos. Novo područje znanosti, novi svijet spoznaja. Ili možda ipak prastara znanost? I prije matematičara, fizičara, kemičara, umjetnici su prepoznali beskonačnost, ponavljanje, predivne oblike koje tvore fraktali. Na neki su način, pretpostavljam, naslutili taj kaos koji nas okružuje i nastojali ga iskazati njima najlakšim postupcima: u knjigama i slikama.

Kaos. Ta riječ kao da privlači svojom zvučnošću. Izaziva me. Čitajući knjigu, oblikovala sam u mislima dosad bezoblične ideje. Bilo je nadahnjujuće, shvatljivo unatoč svoj svojoj kompleksnosti. Šteta što je vrijeme koje mi je bilo potrebno da ju pročitam trajalo tako kratko - pa i sama je knjiga mala, tanka, tek sedamdeset stranica. Nakon nje, nakon fraktala, nakon spoznaje da je ondje nešto novo, neotkriveno, intrigantno, nešto neopisivo običnim riječima, odlučila sam dublje zaroniti u taj kaos.

Na samome kraju osvrnimo se samo još jednom na početak: kaos je ona spona, most između reda i nereda, znanosti i umjetnosti, logike i intuicije, nade i očaja. Ona nas ispunjava težnjom za savršenstvom.

Kaos je dio svakoga od nas.

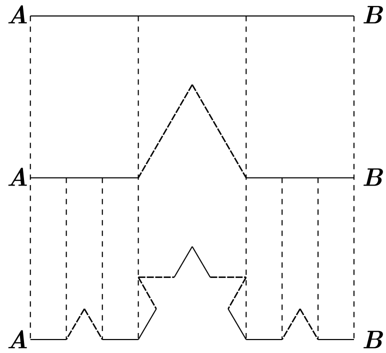
Viktorija Sukser

Jedna zanimljivost o Kochovoj pahuljici

U prošlom broju u članku *Upoznajmo fraktale* sreli smo se s Kochovom pahuljicom.

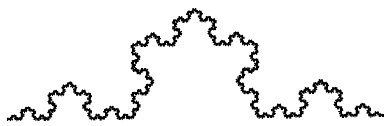
Uz nju se vežu mnoge zanimljivosti, a jedna od njih je svakako ta da bez obzira koje dvije (različite) točke na njoj odaberete, krivulja koja ih spaja beskonačne je duljine. (Drugim riječima, kad bismo šetali od točke A do točke B po rubu Kochove pahuljice, nikad ne bismo stigli do odredišta (u končanom vremenu). ☺)

Dokaz ove tvrdnje nije jednostavan. Ovdje ćemo dati ilustraciju zašto ovo vrijedi. Odaberimo dvije točke A i B i spojimo ih dužinom. Nad

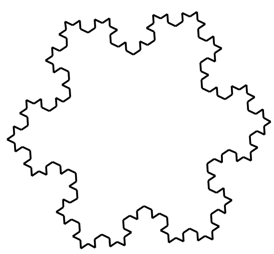


Slika 5. *Konstrukcija Kochove pahuljice*

tom dužinom ćemo početi iteracije. Neka je na početku $x = |AB|$. Nakon prve iteracije duljina *linije* što spaja točke A i B je $\frac{4}{3}x$, nakon druge iteracije $\left(\frac{4}{3}\right)^2 x$,... nakon n-te iteracije $\left(\frac{4}{3}\right)^n x$,... Kako $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ za sve dovoljno velike n može postati dovoljno veliko i $x > 0$, ukupna krivulja koju ćemo dobiti u beskonačnosti beskonačno je duga. (Ovo u matematici pišemo: kad $n \to \infty$, tada $\left(\frac{4}{3}\right)^n x \to \infty$. Za više vidi udžbenik za 4. razred.) Time smo pokazali da je duljina krivulje što spaja točke A i B beskonačna.



Slika 6. *Ova krivulja je beskonačno duga!*



IZ MATKINE BIBLIOTEKE

MATKA

ZGODE I MOZGALICE DRUŽBE :) MATKAČI

Ovo je knjiga matematičkih stripova. Nastala je na temelju višegodišnje rubrike na zadnjoj stranici časopisa za mlade matematičare Matka.

Knjiga je osmišljena kao zgode i mozgalice skupine učenika u jednoj školskoj godini.

Čitav tekst je, u obliku razgovora, vođen tako da će čitatelja voditi od jednog problema do idućeg.

Na kraju knjige dan je popis priča po matematičkim područjima: Brojevni sustavi, Djeljivost, Jednadžbe i nejednadžbe, Diofantske jednadžbe, Algebarski izrazi, Logički zadatci, Dirichletovo pravilo, Geometrija, Grafovi, Kombinatorika, Vjerojatnost...

Cijena knjige za članove HMD-a i podmlatka HMD-a iznosi 100 kn, a za ostale 200 kn. Knjigu možete naručiti na adresu:

Hrvatsko matematičko društvo
Bijenička cesta 30
p.p. 335
10002 Zagreb

ili na e-mail: **hmd@math.hr**