

MATEMATIČKO MODELIRANJE KRETANJA CIJENA ELEKTRIČNE ENERGIJE NA SPOT TRŽIŠTU MATHEMATICAL MODEL OF THE ELECTRICITY PRICES ON THE SPOT MARKET

Mr. sc. Vedran Uran,
A. Kovačića 20, 51000 Rijeka, Hrvatska
Vedran Uran, MSc,
A. Kovačića 20, 51000 Rijeka, Croatia

Cijena se na tržištu električne energije neprestano mijenja. Njezina je buduća kretanja zbog karakteristika tržišta električne energije relativno teško predvidjeti. Zbog toga se primjenjuju sljedeća tri procesa: proces kretanja budućih cijena električne energije po geometrijskom Brownovom gibanju, proces kretanja prosječnih vrijednosti cijena električne energije i proces kretanja budućih cijena električne energije s povremenim vršnim vrijednostima. U radu su obrađena sva tri procesa, čime je obuhvaćena njihova definicija, formulacija, primjena te navođenje prednosti i nedostataka.

The price on the electricity market is constantly changing. Owing to the characteristics of electricity market the future movement of the price is relatively hard to predict. For this reason the following three processes are applied: the process of the future electricity price movement according to the geometric Brownian motion, the mean reversion process, and the price spikes process. The paper discusses all three processes, including their definitions, formulas and applications, as well as their upsides and downsides.

Ključne riječi: cijena, električna energija, procesi kretanja cijena
Key words: electricity, price, price processes



1 UVOD

Proces liberalizacije tržišta električne energije pokreće brojne promjene u sustavu trgovanja električnom energijom. Monopol nad električnom energijom nestaje, a time i monopolist koji je na zatvorenom tržištu jedini imao pravo opskrbljivati potrošače električnom energijom. Država je određivala tarifni sustav cijena kojim se monopolist služio za obračunavanje troškova potrošačima, odnosno kupcima. Uobičajeno je bilo da se tarifni sustav rjeđe mijenjao, što je kod potrošača električne energije stvaralo jedan oblik sigurnosti. S druge strane, potrošači nisu mogli po povoljnijim uvjetima dobavljati električnu energiju od drugog opskrbljivača.

Sloboda izbora opskrbljivača donosi i određene rizike od stalnih promjena cijena električne energije. Ovdje se govori o promptnoj cijeni električne energije, odnosno cijeni kod koje se obavlja trenutačna isporuka električne energije. Na promjenjivost cijena u bitnoj mjeri utječu odnos između ponude i potražnje, cijene energenta za pogon proizvodnih postrojenja, klimatske promjene te povremeni zastoji, ispadi i preopterećenost elektroenergetskog sustava (EES). Iz tog proizlaze sljedeće karakteristike cijena električne energije [1] i [2]:

- sezonalnost: cijene električne energije mijenjaju se u skladu s njezinom potražnjom tijekom sata, dana, mjeseca i godine,
- trend kretanja prosječnih vrijednosti cijena oko kojih se kreću slučajne vrijednosti cijena električne energije,
- nemogućnost skladištenja električne energije: svaki kilovatsat električne energije treba biti potrošen kad je i proizveden, tako da se cijene, za razliku od ostalih vrsta robe, ne mogu mirnije kretati,
- povremene vršne vrijednosti cijena: zbog grešaka u prijenosu, nestašice električne energije, preopterećenja EES-a kao i zbog goleme potražnje te ekstremnih vremenskih uvjeta.

Cijene električne energije sklone su neprestanim promjenama, pa sudionici tržišta električne energije nastoje predvidjeti buduća kretanja cijena. Zbog toga se služe različitim stohastičkim procesima široko primjenjivanim i kod ostalih vrsta robe. Riječ je o sljedećim procesima: proces kretanja budućih cijena po geometrijskom Brownovom gibanju (GBM), proces kretanja prosječnih vrijednosti cijena te proces kretanja budućih cijena s povremenim vršnim vrijednostima. Karakteristika ovih triju procesa jest

1 INTRODUCTION

The process of the liberalisation of the electricity market is introducing many changes in the electricity market. The monopoly is vanishing, and with it goes the monopolist who on a closed market was solely entitled to supply consumers with electric power. The state used to determine the rates and prices the monopolist used in charging the consumers i.e. customers. Normally, rates were changed less frequently, which created a sense of security in the consumers. On the other hand, consumers could not purchase electricity under favourable terms from another supplier.

The freedom to choose the supplier brings some risks arising from the constant changes in the price of electricity. Here we are dealing with the spot price of electricity, notably the price at which electricity is supplied instantly. Changing prices are vitally affected by the relation between the demand and supply, the price of fuel for firing power generation facilities, climatic changes and occasional failures, outages and overloads in the electric power system. This results in the following characteristics of electric power prices [1] and [2]:

- seasonality: electricity prices change in accordance with the demand during hour, day, month and year,
- mean reversion: reflecting the movement of random values of electricity price,
- non-storability: every kilowatt-hour of electricity needs to be consumed when it is generated, so that prices, unlike other types of goods, cannot remain so steady,
- price spikes: owing to transmission failures, shortage of electricity, overload of electric power system, as well as the huge demand and extreme weather conditions.

Electricity prices are prone to constant changes, so players on the electricity market attempt to predict the future movement of prices. In this they use different stochastic processes which are widely applied to other types of commodities as well. The following processes are at play: the process of the movement of the future prices according to geometric Brownian motion (GBM), the process of Mean Reversion and the process of Jump Diffusion. The common characteristic of these three processes is a simulation of the future prices for a particular period.

The paper is divided in three chapters dealing with the three processes for the simulation of the future price of electricity. This includes their definition, formulation, application on one example and

simulacija budućih cijena za određeno vremensko razdoblje.

Rad je podijeljen u tri poglavlja u kojima se obrađuju sva tri procesa za simulaciju budućih cijena električne energije. To uključuje njihovu definiciju, formuliranje, primjenu kroz jedan primjer te navođenje prednosti i nedostataka. Na kraju slijedi zaključak rada i popis literature.

2 GEOMETRIJSKO BROWNOVO GIBANJE

Najpoznatiji proces kretanja cijena opisan je Brownovim gibanjem. Ime je dobio po škotskom botaničaru Robertu Brownu koji je 1827. godine došao do spoznaje da se čestice i plin gibaju neprestano kaotično i slučajno. Proces Brownova gibanja koristi se u mnogim područjima. Na primjer, u području financija za simulaciju slučajnih cijena vrijednosnica. S vremenom je u tom području Brownovo gibanje dobilo naziv slučajno kretanje po putanji pijanca od bifea do njegove kuće [3].

Osnovne karakteristike kretanja slučajnih cijena su sljedeće:

- cijene se mijenjaju nezavisno jedna od druge,
- cijene se mijenjaju s konstantnim prosjekom i s pokazateljem promjenjivosti cijena.

Za primjenu procesa kretanja budućih cijena koriste se krivulje koje prikazuju očekivane vrijednosti cijena za različite datume dospijanja. Odnos između različitih očekivanih vrijednosti cijena vođen je stopom povrata o kojoj ovisi otklon kretanja budućih cijena.

2.1 Definicija

Geometrijsko Brownovo gibanje podrazumijeva vraćanje slučajnih brojeva u prirodni logaritam kako njihove vrijednosti ne bi pale ispod nule. Tako raspodijeljene vrijednosti prate Brownovo gibanje, što predstavlja Wienerov proces ili proces normalne distribucije slučajnih brojeva.

Ako je S_t sadašnja cijena električne energije, promjena cijene može biti aproksimirana sljedećim izrazom [1], [2], [3] i [4]:

indication of their upsides and downsides. Finally, there follows the conclusion and the references.

2 GEOMETRIC BROWNIAN MOTION

The best known description of the process of price movement is Brownian motion. It got its name after the Scottish botanist Robert Brown who, in 1827, discovered that particles and gas incessantly move chaotically and randomly. The process of Brownian motion is used in many fields. For instance, in finances, to simulate random prices of securities. Eventually, the Brownian motion in this field came to be known as Random Walk after the path of a drunk from the bar to his home [3].

Basic characteristics of the movement of random prices are:

- the prices change independently of one another,
- the prices change with a constant mean and volatility.

In predicting the future movement of prices curves are applied that show expected price levels for different delivery dates. The relation between different expected price levels is defined by the yield on which the drift of the future price movement depends.

2.1 Definition

Geometric Brownian motion assumes reverting random numbers into the natural logarithm lest their values fall below zero. The values thus distributed follow the Brownian motion, which is Wiener's process or the process of normal distribution of random numbers.

If S_t is the current price of electricity, the change in the price may be approximated in the following expressions under [1], [2], [3] and [4]:

$$\Delta S = \mu \cdot S_t \cdot \Delta t + \sigma \cdot S_t \cdot \varepsilon_t \cdot \sqrt{\Delta t} \quad (1)$$

iz kojeg se izdvaja dio koji se odnosi na stupanj otklona vrijednosti cijena:

with the part related to the extent of the drift:

$$\mu \cdot S_t \cdot \Delta t$$

i dio koji se odnosi na kretanje slučajnih vrijednosti cijena električne energije:

and the part related to the movement of random values of electricity prices:

$$\sigma \cdot S_t \cdot \varepsilon_t \cdot \sqrt{\Delta t}$$

Stupanj otklona μ izražava se u postocima, a definiran je sljedećim izrazom:

The extent of the drift is expressed in percentage points and is defined in the following expression:

$$\mu = \beta + \delta \tag{2}$$

gdje su:

β - očekivani kapitalni dobitak,
 δ - očekivana dividenda ili stopa povrata.
Pretpostavlja se da je stupanj otklona konstantan.

whereas:

β - expected capital gain,
 δ - expected dividend or the convenience yield. It is assumed that the extent of the drift is constant.

U drugom dijelu izraza (1):

In the second part of the expression (1):

ε_t - normalna distribucija slučajnih brojeva koje određuju vrijednosti cijena u vremenskom intervalu Δt , a $\sqrt{\Delta t} = \sqrt{t_{i+1} - t_i}$ drugi korijen od vremenskog intervala u kojem se cijene električne energije mijenjaju,

ε_t - normal distribution of random numbers determining the values of prices in the interval Δt whereas $\sqrt{\Delta t} = \sqrt{t_{i+1} - t_i}$ square root of time rule,

σ - pokazatelj promjenjivosti cijena raste u skladu s drugim korijenom od promatranog vremenskog razmaka.

σ - indicator of price volatility is increasing consistently with the square root of the interval observed.

Stoga je, da bi se izvela simulacija kretanja budućih cijena električne energije po geometrijskom Brownovom gibanju, dovoljno poznavati sadašnju cijenu te očekivani pokazatelj promjenjivosti cijena. Nekoliko je metoda za procjenjivanje očekivanog pokazatelja promjenjivosti cijena. Najčešće su zastupljene sljedeće metode [2], [3]:

In order to make a simulation of the movement of the future electricity prices in accordance with the geometric Brownian motion, it suffices to know the current price and the expected volatility. There are several methods for estimating the expected volatility. The most frequently used are methods [2], [3]:

- očekivani pokazatelj promjenjivosti cijena procijenjen na osnovi statističkih podataka ili statistički pokazatelj promjenjivosti cijena,
- pokazatelj promjenjivosti cijena proizašao iz opcija ili implicirani pokazatelj promjenjivosti cijena. Opcija jest vrsta ugovora po kojem njezin imatelj ima pravo, ali ne i obvezu, prodati, odnosno kupiti robu ili vrijednosnice tijekom ili na kraju nekog razdoblja po dogovorenoj cijeni [4], [6] i [7].

- volatility estimated on the basis of statistical data or the statistical volatility,
- volatility resulting from options or implied volatility. Option is a type of contract under which the holder is entitled, though not obligated, to sell or buy commodities or securities for the duration or at the end of a period at the agreed price [4], [6] and [7].

S obzirom na razdoblje u kojem se promatra kretanje cijena, pokazatelj promjenjivosti cijena može biti satni, dnevni, mjesečni, godišnji te sveden na godišnju razinu.

Depending on the period in which the movement of prices is observed, volatility may be hourly volatility, daily volatility, monthly volatility, annual volatility and annualised volatility.

2.2 Primjer

Primijenit će se simulacija kretanja budućih cijena električne energije po geometrijskom Brownovom gibanju nakon što se odredi statistički pokazatelj promjenjivosti cijena (tablica 1). Pritom će se koristiti MS Excel koji sadrži sve relevantne statističke funkcije za simulaciju kretanja vrijednosti.

2.2 Example

A simulation of the future electricity price movement in accordance with geometric Brownian motion will be conducted once the statistical volatility has been determined (Table 1). In this, MS Excel will be used because it contains all the relevant statistical functions for the simulation of the value movement.

Tablica 1 - Određivanje pokazatelja promjenjivosti cijena na godišnjoj razini
Table 1 - Determining annual volatility

Dan Date	Prosječna cijena električne energije Average price of electricity (euro/MWh)	Relativna promjena cijene Relative price change
2005-10-26	44,75	
2005-10-27	58,11	26,12 %
2005-10-28	50,91	-13,23 %
2005-10-29	41,44	20,58 %
2005-10-30	30,74	29,87 %
2005-10-31	40,73	28,14 %
2005-11-01	31,81	-24,72 %
2005-11-02	50,55	46,32 %
2005-11-03	44,05	-13,76 %
2005-11-04	50,17	13,01 %
	Dnevni pokazatelj promjenjivosti cijena / Daily volatility	27,54 %
	Vremenska distanca / Time distance	17,32
	Pokazatelj promjenjivosti cijena na godišnjoj razini / Annual volatility	477 %

Izvor cijena / Price source: EEX Spot Market (www.eex.de)

Iz tablice 1 zadane su vrijednosti prosječne cijene električne energije koje su se dogodile u razdoblju od 26. listopada do 4. studenog 2005. godine na burzi European Electricity Exchange (EEX Spot Market). Relativna promjena cijene vraćena je u prirodni logaritam, na primjer $S_1 = \ln(S_1 / S_2)$ gdje su S_1 i S_2 buduće cijene električne energije za prvi i drugi dan. Za određivanje dnevnog pokazatelja promjenjivosti cijena koristi se funkcija STDEV (standardna devijacija) koja obuhvaća cijelo polje vrijednosti koje se odnosi na relativnu promjenu cijena. Za izračunavanje pokazatelja promjenjivosti cijena na godišnjoj razini množi se dnevni pokazatelj promjenjivosti

Table 1 shows the values of the average prices of electricity in the period from October 26 to November 4, 2005, on the European Electricity Exchange (EEX Spot Market). The relative price change was reverted to natural logarithm, e.g. $S_1 = \ln(S_1 / S_2)$ where S_1 and S_2 are future electricity prices for the first and second days, respectively. To determine the daily volatility the STDEV (standard deviation) function is applied which includes an array of values related to the relative price change. To calculate the annual volatility the daily volatility is multiplied by the interval of 300 days, which corresponds to the total number of days of trading in electricity in a year ($0,2754 \cdot 300 = 4,77$ ili 477 %).

cijena s vremenskim intervalom od 300 dana, što odgovara ukupnom broju dana u godini kad se trguje električnom energijom ($0,2754 \cdot 300 = 4,77$ ili 477%).

Pokazatelj promjenjivosti cijena na godišnjoj razini za prikazani slučaj relativno je velik jer su cijene u razdoblju od deset dana bile sklone naglijim promjenama.

Za simulaciju kretanja vrijednosti cijena električne energije u nekoliko krivulja potrebno je zadati sljedeće konstantne parametre:

- trenutna cijena električne energije $S_0 = 50$ euro/MWh,
- vrijeme promatranja $t = 1$ godina,
- broj promatranih dana za simulaciju kretanja budućih cijena 300,
- vremenski interval $\Delta t = 1/300 = 0,03333$,
- pokazatelj promjenjivosti cijena (prema tablici 1) $\sigma = 27,54\%$,
- stupanj otklona $\mu = 20\%$.

Za simulaciju kretanja budućih cijena električne energije generirat će se jedinstveni slučajni brojevi (RAND), a nakon toga izvršiti njihova distribucija u normalnom obliku (NORMINV). Za izračunavanje slučajnih cijena koristi se izraz (1). Na slici 1 prikazan je dijagram krivulja budućih cijena.

Iz priloženog dijagrama vrijednosti cijena kreću se različito. Na primjer, cijene po krivulji S-6 bitno se razlikuju od cijena po krivulji S-2. Međutim, MS Excel programom mogu se neprestano generirati novi slučajni brojevi (tipkom F9), što rezultira novim krivuljama kretanja budućih cijena.

The annual volatility in the above example is relatively great because the prices in the ten-day period tended to sudden changes.

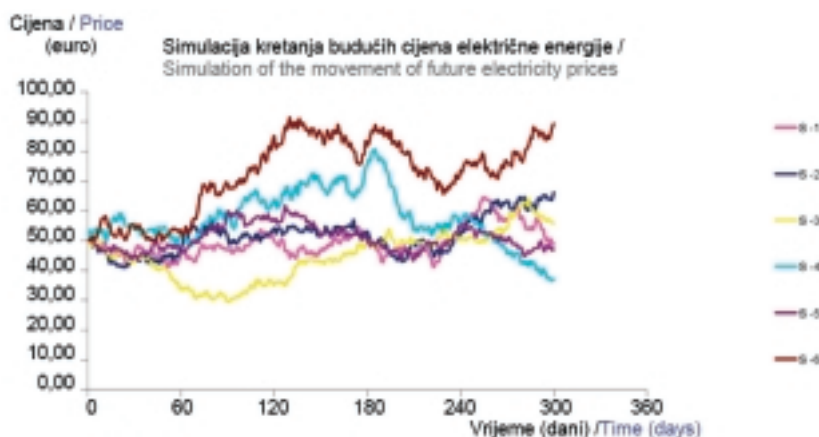
To simulate the movement of the value of electricity prices in several curves, it is necessary to set the following constant parameters:

- current price of electricity $S_0 = 50$ euro/MWh,
- period of observation $t = 1$ Year,
- number of days observed 300,
- time interval $\Delta t = 1/300 = 0,03333$,
- volatility (Table 1) $\sigma = 27,54\%$,
- drift $\mu = 20\%$.

To simulate the movement of future electricity prices, unique random numbers (RAND) will be generated, followed by their distribution in normal form (NORMINV). For calculating random prices the expression (1) will be used. Figure 1 shows the diagram with the curves of the future prices.

The diagram shows different movement of price values. For example, the prices on curve S-6 differ substantially from the prices on curve S-2. However, MS Excel can constantly generate new random numbers (F9 key), resulting in new curves.

Slika 1
Dijagram kretanja budućih cijena električne energije u šest krivulja
Figure 1
Diagram of the movement of future electricity prices with six curves



2.3 Prednosti i nedostaci

Geometrijsko Brownovo gibanje često je korišten proces za simulaciju kretanja budućih cijena električne energije jer su njegove karakteristike dobro poznate te kompjutorski lako primjenjive za računanje. S istim ulaznim parametrima (npr. pokazatelj promjenjivosti cijena, stupanj otklona, trenutna cijena električne energije...) i neprestanim generiranjem slučajnih brojeva dobivaju se različite krivulje kretanja cijena. Cijene među pojedinim krivuljama mogu drastično varirati, ali što je generacija slučajnih brojeva češća, to se više stječe osjećaj za nastupanje cijena u budućnosti.

Nedostaci geometrijskog Brownovog gibanja odnose se na složeno određivanje najvažnijeg parametra - pokazatelja promjenjivosti cijena. Korištenje statističkog pokazatelja promjenjivosti cijena nije pouzdano (to se odnosi i na implicirani pokazatelj promjenjivosti cijena). Idealno bi bilo poznavati buduću pokazatelj promjenjivosti cijena, ali njegova je vrijednost nepoznata sve dok ne nastupe nove trenutne cijene električne energije. Tada taj pokazatelj promjenjivosti cijena postaje statistički pokazatelj promjenjivosti cijena. Stoga bi trebalo izraditi krivulju pokazatelja promjenjivosti cijena koja bi predstavljala najbolju procjenu budućeg pokazatelja promjenjivosti cijena. Drugo je rješenje iscrpno pratiti promjenu pokazatelja promjenjivosti cijena tijekom sati, dana, mjeseca, godine i godina te u njima pronalaziti uzroke. Takvi bi statistički pokazatelji promjenjivosti cijena pretpostavljali buduće pokazatelje promjenjivosti cijena postavljene po scenarijima nastupanja budućih cijena.

3 KRETANJE PROSJEČNIH VRIJEDNOSTI CIJENA

Povremene vršne vrijednosti cijena električne energije uobičajene su na tržištima, a nastaju zbog neočekivanih događaja (npr. zbog prisilnih pogonskih ispada elektroenergetskih postrojenja, zastoja u prijenosu električne energije, toplinskog udara itd.). Velika je vjerojatnost da će se cijene nakon dosizanja vršnih vrijednosti vratiti svojim prosječnim vrijednostima.

Za geometrijsko Brownovo gibanje povremene vršne vrijednosti znače normalan događaj jer cijene koje su generirane slučajnim brojevima ne zavise jedna od druge. Zbog toga navedeni proces nema sposobnost vratiti slučajnu vrijednost cijene na prosječnu vrijednost.

2.3 Upsides and downsides

Geometric Brownian motion is a frequently used process for the simulation of the movement of future electricity prices because its characteristics are well known and it is easy to use in computer calculation. The same input parameters (e.g. volatility, drift, current price of electricity...) and constant generation of random numbers result in different price movement curves. The prices between particular curves may vary drastically, but the more frequent the generation of random numbers, the better the perception of the future prices.

The downsides of the geometric Brownian motion include the complexity of determination of the most important parameter - volatility. Statistical volatility is not reliable (this applies to the implied volatility as well). It would be ideal to know the future volatility, but its value is unknown until the occurrence of new electricity prices. At that point this indicator becomes statistical volatility. For this reason it would be necessary to construct a volatility curve which would represent the best assessment of the future volatility. Another solution is to exhaustively follow the changes in volatility during hours, days, months, year and years, and establish causes in them. Such statistical volatility would assume a future volatility set according to the scenarios of the occurrence of future prices.

3 MEAN REVERSION

Price spikes are normal on electricity markets, and they are due to unexpected events (e.g. outages, transmission blockages, heat impact etc.). There is a great probability that the prices, once they have reached their peaks, will revert to their average values.

In geometric Brownian motion price spikes are normal because prices generated by random numbers are not dependent on each other. For this reason the process is not capable of reverting the random price value to the average level.

3.1 Definicija

Po definiciji trend kretanja prosječnih vrijednosti cijena jest tendencija da se cijene u stohastičkom procesu kreću u skladu s dugoročnim prosječnim vrijednostima. To je moguće ako se te cijene zajedno matematički povežu. Zbog toga će izraz (1) biti prilagođen procesu kretanja prosječnih vrijednosti cijena [5]:

$$\Delta S = \alpha \cdot (S_{\text{avg}} - S_t) + \sigma \cdot \varepsilon_t \quad (3)$$

Dio koji se odnosi na stupanj otklona cijena zamijenjen je dijelom za utvrđivanje prosječne vrijednosti cijena $\alpha \cdot (S_{\text{avg}} - S_t)$, dok drugi $\sigma \cdot \varepsilon_t$ dio i dalje predstavlja simulaciju slučajnih vrijednosti cijena. U ovom se slučaju nadovezuju novi parametri poput stope povrata vrijednosti cijena na prosjek, α (Mean reversion rate), i dugoročne prosječne vrijednosti cijene, S_{avg} .

3.2 Primjer

Za određivanje stope povrata vrijednosti cijena na prosjek i dugoročne prosječne vrijednosti cijene koristit će se postupak linearne regresije uz pomoć MS Excel programa i parametara regresije SLOPE (vertikalna udaljenost podijeljena po horizontalnoj udaljenosti između dviju točaka na pravcu čija je promjena usklađena s pravcem regresije), INTERCEPT (računa točku koja siječe y-os koristeći postojeće x, y vrijednosti; koristi se za određivanje vrijednosti zavisne varijable kad je vrijednost nezavisne varijable jednaka nuli) i STEYX (vraća standardnu grešku predviđene y vrijednosti za svaki x unutar regresije). Za primjer će se uzeti vrijednosti cijena i rezultati iz tablice 1. U tablici 2 prikazan je način određivanja dugoročne prosječne vrijednosti cijena električne energije.

3.1 Definition

By definition, mean reversion is a tendency for the prices in a stochastic process to move in accordance with long-term mean values. This is possible if prices are mathematically joined together. This is why expression (1) will be adjusted to mean reversion [5]:

The part related to the drift has been replaced by the part for determining the mean value of prices $\alpha \cdot (S_{\text{avg}} - S_t)$, whereas the second part $\sigma \cdot \varepsilon_t$ still represents the simulation of random values of prices. In this case there are new parameters such as a mean reversion rate, α , and a long run mean, S_{avg} .

3.2 Example

To determine the mean reversion rate and the long run mean the linear regression procedure will be used with the help of MS Excel and the regression parameters of SLOPE (vertical distance divided by the horizontal distance between two points on a line whose change is in tune with the line of regression), and INTERCEPT (calculates the point intersecting the y-axis using the available x, y values; used for determining values of the dependent variable when the value of independent variable equals zero) and STEYX (reverts the standard error of envisaged y value for each x within the regression). An example will include the values of prices and the results from Table 1. Table 2 shows the method to determine the long run mean of electricity prices.

Tablica 2 - Određivanje dugoročne prosječne vrijednosti cijena električne energije
Table 2- Determining the long run mean of electricity prices

Dan Date	Trenutačna cijena Current price (euro/MWh)	Relativna promjena cijene Relative price change (%)	Relativna promjena cijene Relative price change (%)	Prijašnja cijena Previous price (euro/MWh)
2005-10-26	44,75			
2005-10-27	58,11	26,12	13,36	44,75
2005-10-28	50,91	-13,23	-7,2	58,11
2005-10-29	41,44	-20,58	-9,47	50,91
2005-10-30	30,74	-29,87	-10,7	41,44
2005-10-31	40,73	28,14	9,99	30,74
2005-11-01	31,81	-24,72	-8,92	40,73
2005-11-02	50,55	46,32	18,74	31,81
2005-11-03	44,05	-13,76	-6,5	50,55
2005-11-04	50,17	13,01	6,12	44,05
Dnevni pokazatelj promjenjivosti cijena Daily volatility		27,54 %	Parametri regresije / Regression parameters:	
Vremenska distanca / Time distance		17,32	SLOPE	79,53%
Pokazatelj promjenjivosti cijena na godišnjoj razini Annual volatility		477 %	INTERCEPT	35,34
			STEYX	9,58
			Stopa povrata cijena na prosjek Mean reversion rate	79,53%
			Dugoročna prosječna vrijednost cijene Long run mean	44,43
			Pokazatelj promjenjivosti cijena Volatility	21,56

Izvor cijena: EEX Spot Market (www.eex.de)

Stopa povrata vrijednosti cijena na prosjek jednaka je vrijednosti parametra regresije SLOPE. Dugoročna prosječna vrijednost cijene računa se tako da se podijeli parametar regresije INTERCEPT sa stopom povrata vrijednosti cijena na prosjek. Pokazatelj promjenjivosti cijena predstavlja odnos između parametra regresije STEYX i dugoročne prosječne vrijednosti cijene.

Korištena metoda u tablici 2 primijenit će se za simulaciju kretanja vrijednosti cijena električne energije. Postupak je sljedeći: prvo se generiraju slučajni brojevi za određivanje trenutnih cijena za promatrana razdoblja po geometrijskom Brownovom gibanju.

The mean reversion rate equals the value of the SLOPE regression parameter. The long run mean is calculated dividing the INTERCEPT regression parameter by the mean reversion rate. Volatility is the relation between the STEYX regression parameter and the long run mean.

The method applied in Table 2 will be used in the simulation of the movement of the price of electricity. The procedure includes the following: first, random numbers are generated to determine the current prices for the periods observed under geometric Brownian motion.

Zatim se računa apsolutna promjena cijene i zajedno s prijašnjim cijenama određenim parametrima iz primjera u poglavlju 2.2. dobiva se sljedeće:

α - stopa povrata vrijednosti cijena na prosjek,
 S_{avg} - dugoročna prosječna vrijednost cijene,
 σ - pokazatelj promjenjivosti cijena na godišnjoj razini koja se u skladu s promjenom slučajnih brojeva može neprestano mijenjati.

Dobiveni parametri uvrštavaju se u izraz (3), nakon čega se dobivaju krivulje kretanja budućih cijena s pravcem dugoročne prosječne vrijednosti cijene. U ovom će se primjeru slučajni brojevi dva puta generirati (slike 2 i 3).

Then, the absolute price change is calculated and - together with the previous prices determined by means of the parameters mentioned in the example referred to in chapter 2.2. - the following is obtained:

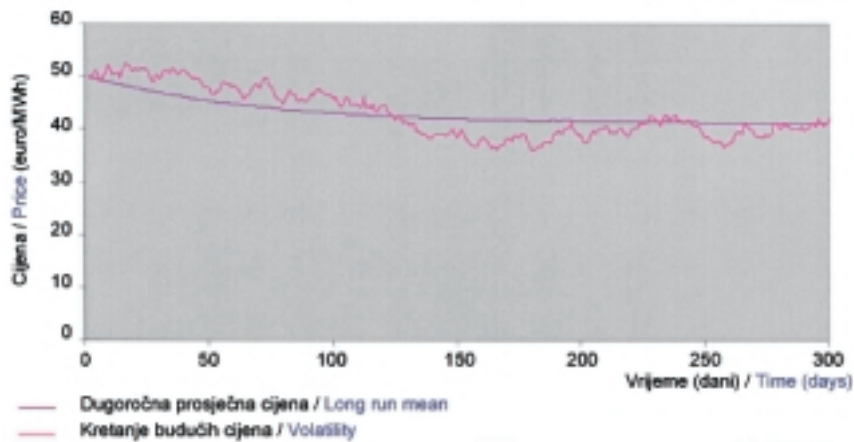
α - mean reversion rate,
 S_{avg} - long run mean,
 σ - annual volatility which in accordance with the change in random numbers can change constantly.

The parameters obtained are included in expression (3) to obtain curves of the future volatility with the line of long run mean. In this example random numbers will be generated twice (Figures 2 and 3).

Slika 2

Dijagrami krivulja budućih cijena i dugoročnih prosječnih cijena električne energije (pad prosječnih vrijednosti)

Figure 2
 Curve diagrams of the future volatility and long run means of electricity prices (decrease in mean values)



($\alpha = 1,5 \%$, $S_{avg} = 41,153$ euro/MWh, $\sigma = 1,7 \%$)

Slika 3

Dijagrami krivulja budućih cijena i dugoročnih prosječnih cijena električne energije (rast prosječnih vrijednosti)

Figure 3
 Curve diagrams of the future volatility and long run means of electricity prices (increase in mean values)



($\alpha = 4,1 \%$, $S_{avg} = 53,752$ euro/MWh, $\sigma = 1,6 \%$)

Slike 2 i 3 prikazuju dva tipična dijagrama s tendencijom pada i rasta prosječnih vrijednosti cijena električne energije. Karakteristika prosječnih vrijednosti jest da prati trend promjena budućih cijena u određenom vremenskom razdoblju. Dijagram na slici 2 prikazuje trend postupnog pada vrijednosti budućih cijena u razdoblju od 300 dana. To znači da će se dugoročna prosječna vrijednost cijene u tom razdoblju smanjiti sa 50 euro/MWh na 41,153 euro/MWh. Dijagram na slici 3 prikazuje obrat, odnosno trend postupnog rasta vrijednosti budućih cijena električne energije, što znači i rast dugoročne prosječne vrijednosti cijena sa 50 euro/MWh na 53,752 euro/MWh. To, pak, znači da cijena električne energije sporije raste u drugom slučaju nego što pada u prvom slučaju, a to pokazuju i njihovi pokazatelji promjenjivosti cijena (1,6 % prema 1,7 %).

3.3 Prednosti i nedostaci

Proces kretanja prosječnih vrijednosti cijena jako se dobro uklapa u proces kretanja budućih cijena po geometrijskom Brownovom gibanju. To je dokazano dijagramima na slikama 2 i 3 u kojima krivulje prosječnih vrijednosti cijena prate oscilacijsko kretanje budućih cijena električne energije.

S druge strane, ovaj proces ne uzima u obzir povremene vršne vrijednosti cijena električne energije koje su važne kod planiranja strategije za izbjegavanje rizika, odnosno mogućeg gubitka. Brzina po kojoj se cijene vraćaju dugoročnoj prosječnoj vrijednosti ovisi o prirodi, veličini i pravcu naglih skokova cijena. Zbog toga se često stopa povrata vrijednosti cijena na prosjek kalibrira za svaki mjesec u godini uz isključivo korištenje podataka razmatranog mjeseca [5].

4 KRETANJE BUDUĆIH CIJENA S POVREMENIM VRŠNIM VRIJEDNOSTIMA

Cijene električne energije izložene su velikim, naglim i iznenadnim promjenama okarakterizirane skokovima ili vršnim vrijednostima. U literaturi je uvriježen naziv vršne vrijednosti cijene jer vrijednosti u jednom trenutku dosegnu te vrijednosti i zatim se ponovno vraćaju na prosječne vrijednosti.

Na liberaliziranom tržištu električne energije pojedini sudionici nisu sposobni upravljati rizikom od pojavljivanja vršnih vrijednosti cijena. Stoga su izloženi velikim gubicima. Događa se da im sva zarada koju su tijekom godine ostvarili ispari zbog nepredviđenih velikih vršnih vrijednosti cijena. Te su vrijednosti uobičajene za razdoblja visokih tarifa kad je golemi broj potrošača uključen na mrežu, a potražnja za električnom energijom velika, odnosno

Figures 2 and 3 show two different diagrams with the decreasing and increasing tendencies regarding the mean prices of electricity. A characteristic of means is that they follow the future volatility in a particular period of time. The diagram in Figure 2 shows the decreasing trend in future volatility in the period of 300 days. This means that the long run mean in this period will decrease from 50 euro/MWh to 41,153 euro/MWh. The diagram in Figure 3 shows the opposite, notably the increasing trend in the future volatility, which is an increase in the long run mean from 50 euros/MWh to 53,752 euro/MWh. This, again, means that the price of electricity is increasing slower in the second instance than it is decreasing the first, as reflected in their volatility (1,6 % and 1,7 %).

3.3 Upsides and downsides

The process of the mean reversion fits very well into the process of future price movement according to geometric Brownian motion. This is supported by the diagrams in Figures 2 and 3 in which mean curves follow the oscillating movement of the future process of electricity prices.

On the other hand, this process does not take into account electricity price pikes which are important in planning the strategy to avoid risks i.e. a possible loss (hedging). How quickly the prices revert to the long run mean depends on the nature, scale and direction of such price jumps. This is why the mean reversion rate is calibrated for each month of the year using just the data for the month under scrutiny [5].

4 JUMP DIFFUSION

Electricity prices are exposed to great, rapid and sudden changes characterised as jumps or spikes. In the reference literature, the term price spikes is standard because at one moment prices reach such a value and then again revert to mean values.

On the liberalised electricity market some participants are not capable of managing the risk of price spikes. They are thus exposed to great losses. It may happen that their entire earnings throughout the year evaporates owing to unpredicted great price spikes. Such spikes are normal in high rate periods when a huge number of consumers are connected to the network and the demand for electricity is high i.e. when electric power system is overloaded. Likewise, price spikes are characteristic of the daily prices. To determine price means, the impact of price spikes is included in the number

kad je EES preopterećen. Isto su tako vršne vrijednosti cijena karakteristične za cijene koje se zbivaju u tijeku dana. Za određivanje prosječnih vrijednosti cijena, utjecaj vršnih vrijednosti uključen je u niz cijena promatranog razdoblja za koje se računa prosječna vrijednost cijene.

4.1 Definicija

Proces kretanja budućih cijena električne energije s povremenim vršnim vrijednostima jest proces vršnih vrijednosti u kombinaciji procesa po geometrijskom Brownovom gibanju i procesa kretanja prosječnih vrijednosti cijena. Sam proces vršnih vrijednosti opisan je Poissonovim procesom čija su obilježja sljedeća: na svakom malom vremenskom intervalu vršna vrijednost cijene može i ne mora nastupiti, čija je vjerojatnost proporcionalna duljini promatranog intervala. Drugim riječima, za svaki je trenutak t vremenskog intervala $(t, t + \Delta t)$ promjena parametra Poissonovog procesa definirana sljedećim relacijama [2]:

$$\begin{aligned} Pr(\Delta q = 0) &= 1 - \lambda \cdot \Delta t \\ Pr(\Delta q = 1) &= \lambda \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (4)$$

gdje je intenzitet Poissonovog procesa opisan brojem nastupanja vršnih vrijednosti cijena električne energije u godini dana.

Sam proces kretanja cijena s vršnim vrijednostima matematički se opisuje na sljedeći način [1]:

$$\Delta S = \alpha \cdot (S_{\text{avg}} - S_t) \cdot \Delta t + S_t \cdot \sigma \cdot \varepsilon_{1t} \cdot \sqrt{\Delta t} + \eta \cdot [S_t \cdot (\kappa + \delta \cdot \varepsilon_{2t})] \quad (5)$$

iz kojeg je vidljivo da su uključeni parametri Poissonovog procesa opisanog dijelom izraza (5) koji se odnosi na proces kretanja vršnih vrijednosti cijena električne energije:

$$\eta \cdot [S_t \cdot (\kappa + \delta \cdot \varepsilon_{2t})]$$

Novi parametri su sljedeći:

η - uvjetovana varijabla čija je vrijednost jednaka jedan ako nastupi vršna vrijednost cijene, odnosno jednaka nuli ako ne nastupi vršna vrijednost cijene, što je u skladu s relacijom (4),
 κ - očekivani skok cijene, izražen u postotku od prethodne cijene električne energije,
 δ - standardna devijacija skoka cijene, izražena u postotku,
 ε_{2t} - normalna distribucija slučajnih brojeva za određivanje vršnih vrijednosti cijena u vremenskom intervalu t .

of prices from the period observed for which mean values are calculated.

4.1 Definition

Jump diffusion is a price spike process combined with the geometric Brownian motion and the mean reversion process. Jump diffusion itself is described by the Poisson process with the following characteristics: in each small time interval there may, but need not, occur a price spike, whose probability is proportionate to the length of the interval observed. In other words, for each moment t of the time interval $(t, t + \Delta t)$ the change of parameters in the Poisson process is defined by the following relations [2]:

where λ is intensity of the Poisson process described by the number of occurrences of price spikes in a year.

Jump diffusion itself is mathematically described in the following manner [1]:

showing the inclusion of the parameters of the Poisson process described by the part of expression (5) related to the jump diffusion of electricity prices:

New parameters are:

η - conditional variable whose value equals one, if price spike occurs, or which equals zero if no price spike occurs, which is in accordance with relation (4),
 κ - expected price jump, expressed as a percentage of the previous price of electricity,
 δ - standard deviation of price jump, expressed as a percentage,
 ε_{2t} - normal distribution of random numbers in determining price spikes in the time interval t .

Po definiciji se izraz (5), osim navedenog dijela koji se odnosi na proces vršnih vrijednosti cijena, sastoji još od sljedećeg:

$\alpha \cdot (S_{avg} - S_t) \cdot \Delta t$ - proces kretanja prosječnih vrijednosti cijena električne energije i

$S_t \cdot \sigma \cdot \varepsilon_{jt} \cdot \sqrt{\Delta t}$ - proces kretanja budućih cijena po geometrijskom Brownovom gibanju.

Svi su parametri prethodno definirani osim ε_{jt} koji predstavlja normalnu distribuciju slučajnih brojeva za određivanje vrijednosti cijena električne energije u vremenskom intervalu Δt .

4.2 Primjer

Za simulaciju kretanja vršnih vrijednosti cijena električne energije također se koristi MS Excel. Pritom će poslužiti parametri koji su otprije zadani za simulaciju kretanja budućih cijena i simulaciju kretanja prosječnih vrijednosti cijena, a vidljivi su u priloženom programu. Novi zadani parametri su sljedeći:

- broj nastupanja vršnih vrijednosti cijena električne energije $\lambda = 30$,
- očekivani skok cijene, $\kappa = -0,5$ % od vrijednosti prethodne cijene,
- standardna devijacija skoka cijene, $\delta = 27,54$ % (isto je kao i kod primjera simulacije kretanja budućih cijena po geometrijskom Brownovom gibanju).

Uvjetovana varijabla η u Excelu određuje se tako da se postavi uvjet ako je $IF(\lambda \cdot \Delta t > \text{slučajni broj})$, onda je vrijednost jednaka jedan, odnosno suprotno od toga jednaka je nuli, što je u skladu s relacijom (4).

Simulacija kretanja budućih cijena, prosječnih vrijednosti cijena i vršnih vrijednosti cijena električne energije prikazana je na slikama 4 i 5, s trendom kad vrijednosti rastu, odnosno padaju.

By definition, expression (5), in addition to the part related to the jump diffusion, also consists of the following:

$\alpha \cdot (S_{avg} - S_t) \cdot \Delta t$ - mean reversion of electricity prices and

$S_t \cdot \sigma \cdot \varepsilon_{jt} \cdot \sqrt{\Delta t}$ - future price movement according to the process of geometric Brownian motion.

All the parameters have been pre-defined except ε_{jt} which represents the normal distribution of random numbers in determining the values of electricity prices in the time interval Δt .

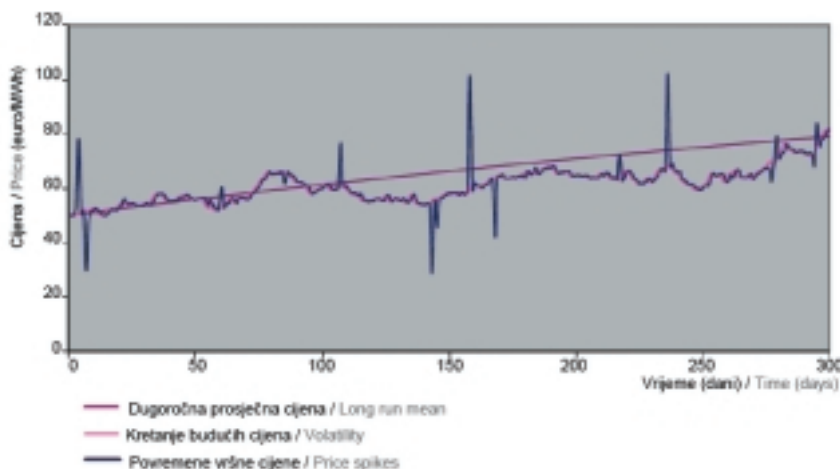
4.2 Example

MS Excel is again used in the simulation of the jump diffusion in electricity prices. It will employ the parameters previously set for the simulation of future volatility and mean reversion, as can be seen in the program enclosed. New parameters are:

- number of price spike occurrences $\lambda = 30$,
- expected price jump, $\kappa = -0,5$ % of the previous price value,
- standard jump deviation, $\delta = 27,54$ % (the same as in the example of the simulation of future price movement in geometric Brownian motion).

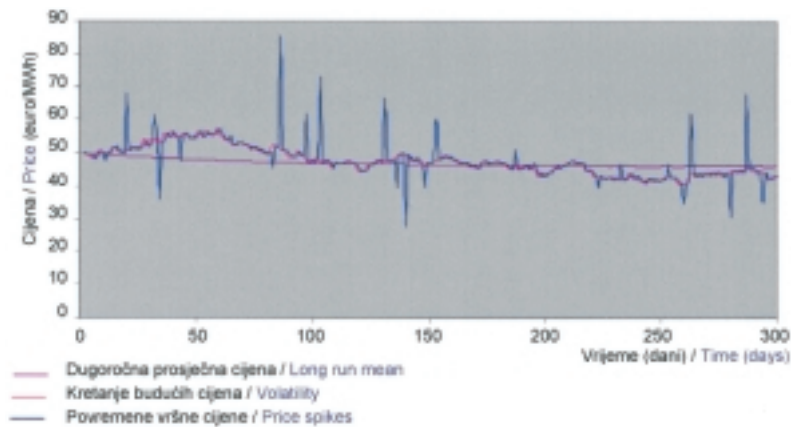
In Excel, conditioned variable η is determined by setting the condition $IF(\lambda \cdot \Delta t > \text{random number})$ then the value equals one, i.e. in the opposite case the value equals zero, which is in accordance with relation (4).

The simulation of the future price movement, mean reversion and jump diffusion in the electricity prices is presented in Figures 4 and 5, showing increasing and decreasing trends.



Slika 4
Trend rasta budućih cijena električne energije s povremenim vršnim vrijednostima
Figure 4
Trend of increase in spiking electricity prices

Slika 5
Trend pada
budućih cijena
električne energije
s povremenim
vršnim
vrijednostima
Figure 5
Trend of decrease
in spiking
electricity prices



Iz obiju slika, 4 i 5, uočava se da su vrijednosti na krivulji budućih cijena električne energije i krivulji povremenih vršnih cijena u većem dijelu razmatranog razdoblja iste. Razlika je u povremenim vršnim vrijednostima cijena koje mogu imati gornji ili donji ekstrem. To se u promatranoj godini događa 30 puta.

4.3 Prednosti i nedostaci

S obzirom na prethodna dva procesa, proces kretanja budućih cijena električne energije s povremenim vršnim vrijednostima s gledišta upravljanja rizikom najvažniji je jer najbolje opisuje fenomene budućih cijena, kao što su povremene vršne vrijednosti. Iz tog proizlaze i nedostaci jer parametri koji se zadaju za simulaciju povremenih vršnih vrijednosti cijena nisu stabilni i teško ih je predvidjeti.

Dodatna karakteristika krivulje povremenih vršnih vrijednosti cijena jest brže približavanje vrijednosti prosjeka s obzirom na krivulju budućih cijena. U izloženom primjeru proces kretanja budućih cijena električne energije s povremenim vršnim opterećenjima pretpostavlja samo jednu stopu povrata vrijednosti cijena na prosjek. Složeniji procesi pretpostavljaju različite stope povrata vrijednosti na prosjek. Na to mogu utjecati i vršne vrijednosti cijena. Na primjer, ako na povremene vršne vrijednosti cijene utječe greška u prijenosu električne energije, cijene će se vratiti na normalnu razinu odmah nakon što se ta greška otkloni. No, ako su cijene visoke zbog nenormalnih vremenskih uvjeta, pa onda i zbog preopterećenja EES-a, tada brzina povrata vrijednosti cijena na prosjek ovisi o sustavu prognoze vremena [1].

Both Figures, 4 and 5, show that the values on the curve of future prices of electricity and on the curve of occasional price spikes are the same for the best part of the period observed. The difference lies in the occasional price spikes that may have lower or upper extremes. Within the year observed, this occurs 30 times.

4.3 Upsides and downsides

Compared with the two preceding processes, from the aspect of risk management jump diffusion is the most important one, because it best describes the phenomena of future prices such as price spikes. From this also follow the downsides, because the parameters set for the simulation of price spikes are not stable and are difficult to predict.

Another characteristic of the curve of occasional price spikes is that values approach the mean level quicker considering the future prices curve. In the example presented the process of the movement of electricity prices with occasional price spikes provides for just one mean reversion rate. More complex processes provide for different mean reversion rates. These, too, can be affected by price spikes. For instance, if price spikes are affected by a transmission failure, prices will revert to the normal level promptly at the moment the failure has been repaired. However, if prices are high on account of abnormal weather conditions, resulting in the overload in the electric power system, then the speed of mean reversion will depend on the weather forecast system [1].

5 ZAKLJUČAK

Za simulaciju kretanja budućih cijena električne energije koriste se jednostavniji procesi, kod kojih se zadaje manji broj parametara, i složeniji procesi, koji obuhvaćaju veći broj zadanih parametara. Kod procesa kretanja budućih cijena po geometrijskom Brownovom gibanju zadaju se samo dva parametra, što ga čini jednostavnim za računanje. Tim procesom nisu opisana sva svojstva cijene električne energije. S druge strane, složeni proces, poput procesa kretanja budućih cijena s povremenim vršnim vrijednostima, uključuje barem još tri parametra koja treba zadati. Cijene se na liberaliziranom tržištu neprestano mijenjaju, pa je parametre za potrebe simulacije budućih cijena katkad teško predvidjeti. Čak i onda ako su statistički podaci i provjerene informacije podvrgnute detaljnoj i kvalitetnoj analizi. Opisana metoda simulacije preporučljiva je za proaktivnu djelatnost trgovanja električnom energijom, ali i za elektroprivrednu djelatnost općenito.

5 CONCLUSION

In the simulation of the movement of future electricity prices simpler processes are applied, with smaller number of parameters, as well as more complex processes which include a greater number of parameters to set. In the process following geometric Brownian motion just two parameters need to be set, which makes the calculation simple. However, this process does not describe all the characteristics of the price of electricity. On the other hand, a complex processes such as jump diffusion includes at least three more parameters to set. Prices on a liberalised market are constantly changing, so the parameters necessary for the simulation of future prices are sometimes difficult to predict. This is true even when the statistical data and verified information have undergone a detailed quality analysis. The described method of simulation is recommendable both for proactive trade in electricity and for electric power industry in general.

LITERATURA / REFERENCES

- [1] BLANCO, C., SORONOW, D.: Jump Diffusion Processes - Energy Price Processes Used for Derivatives Pricing & Risk Management, Commodities Now, September, 2001.
- [2] EYDELAND, A., WOLYNIEC, K., Energy and Power: Risk Management, John Wiley & Sons, New Jersey, 2003.
- [3] BLANCO, C., SORONOW, D., Energy Price Processes Used for Derivatives Pricing & Risk Management (I), Commodities Now, March, 2001.
- [4] HULL, C. J., Options, Futures & Other Derivates, 4th ed., Prentice Hall, 2000.
- [5] BLANCO, C., SORONOW, D., Mean Reverting Processes - Energy Price Processes Used For Derivatives Pricing & Risk Management, Commodities Now, June, 2001.
- [6] ZGOMBIĆ, H., Business Dictionary, IV. izdanje, Faber & Zgombić Plus, Zagreb, 2001.
- [7] SHIM, J. K., SIEGEL, J. G., Dictionary of International Investment Terms, Barron's Educational Series, New York, 2001.

Uredništvo primilo rukopis:
2005-11-07

Received on:
2005-11-07

Prihvaćeno:
2006-01-15

Accepted on:
2006-01-15