

# IDENTIFIKACIJA USTALJENIH STANJA ISTOSMJERNOG UZLAZNOG PRETVARAČA

**Denis Pelin, Ivan Flegar, Krunic Miličević**

Izvorni znanstveni članak

Za odabrani pulsno-širinski upravljan uzlazni istosmjerni pretvarač u diskontinuiranom načinu rada identificirana su ustaljena stanja simulacijom. Identifikacija karakterističnih ustaljenih stanja provedena je u vremenskom području s pomoću valnih oblika varijabli stanja, trajektorija varijabli stanja u faznoj ravnni, Poincaréovih slika i bifurkacijskih dijagrama, kao i u frekvencijskom području s pomoću prikaza rezultata harmonijske analize.

**Ključne riječi:** bifurkacijski dijagrami, identifikacija, istosmjerni uzlazni pretvarač, Poincaréove slike, ustaljena stanja, trajektorije, valni oblici

## Identification of steady-state responses of the boost converter

Original scientific paper

The steady-state responses for the chosen boost converter controlled by naturally-sampled frequency pulse-width modulation in a discontinuous mode of operation are identified by means of simulation. The identification of the characteristic steady-state responses is identified in the time-domain by using: waveforms of the state variables, trajectories in the phase plane, Poincaré maps, bifurcation diagram and parameter space map as well as in the frequency-domain by using the bifurcation diagrams of the characteristic subharmonics.

**Key words:** bifurcation diagrams, boost converter, identification, Poincaré maps, steady-states, trajectories, waveforms

### 1

## Introduction

### Uvod

Identifikacija ustaljenih stanja istosmjernih uzlaznih pretvarača je postupak kojim se određuju vrste ustaljenih stanja u ovisnosti o mijenjanju jednog ili više parametara pretvarača.

Na nivou matematičkog modela, istosmjerni uzlazni pretvarač uz mijenjanje parametara pretvarača, može se interpretirati kao nelinearni neautonomni dinamički sustav drugog ili višeg reda. Ove sustave karakterizira pojavljivanje podharmoničkih ustaljenih stanja, kvaziperiodičkih ustaljenih stanja kao i pojava kaosa (neperiodičkog ustaljenog stanja) [1, 2, 3]. Za uspješnu primjenu istosmjernog uzlaznog pretvarača bitno je znati pouzdano odabrat parametre pretvarača. Tijekom prijelaza iz jednog ustaljenog stanja u drugo, promjenom nekog parametra pretvarača ili/i parametra izvora i trošila, frekvencija rada pretvarača koja se odabire izvan područja čujnih frekvencija može prijeći u čujno područje što je u tehničkim primjenama, posebno pri napajanju elektroničkih uređaja široke potrošnje, nedopustivo. Stoga se za zadalu shemu spoja upravljačkog i energetskog dijela istosmjernog uzlaznog pretvarača unaprijed trebaju identificirati karakteristična ustaljena stanja na osnovi kojih se zatim pri projektiranju biraju parametri pretvarača takvi da se zadrži željeno ustaljeno stanje; osnovno periodičko ustaljeno stanje.

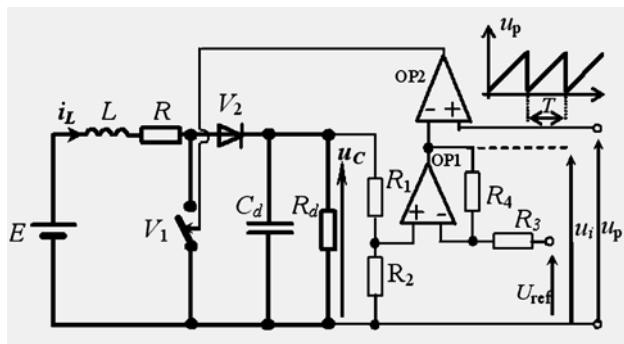
Iz redoslijeda pojavljivanja identificiranih ustaljenih stanja u ovisnosti o promjeni parametra: pretvarača, izvora i trošila identificira se tzv. put u kaos [4]. Za sada su poznata četiri puta u kaos istosmjernih pretvarača [5]. To su: Feigenbaumov put u kaos ili put u kaos udvostručavanjem perioda, Rouelle-Takens-Newhouseov put ili put u kaos preko kvaziperiodičnosti, Manneville-Pomeauov put u kaos ili put u kaos intermitencijama i put u kaos krizama.

U dosadašnjem istraživanju ustaljenih stanja istosmjernog uzlaznog pretvarača kaosu se, kao jednom od karakterističnih ustaljenih stanja, pridavala veća važnost nego ostalim ustaljenim stanjima [6, 7, 8]. Uvedeni su kvantitativni i kvalitativni pokazatelji kaosa [9] kako bi se periodička rješenja razlikovala od neperiodičkih. Premalahta i Vanajarajan su u istraživanju ustaljenih stanja istosmjernih pretvarača upotrijebili harmonijski sadržaj

varijabli pretvarača kao kvalitativne pokazatelje kaosa [10]. D. C. Hamill i drugi autori su pri analizi istosmjernih pretvarača uveli iterativna preslikavanja: stroboskopske slike, tzv. Poincaréove slike [11]. Autor C. K. Tse je na primjeru uzlaznog pretvarača u diskontinuiranom režimu rada s pomoću bifurkacijskih dijagrama analizirao moguće puteve u kaos [12]. Benerjee i Chakabarty su u svom radu [13] koristili dvodimenzionalne prikaze ustaljenih stanja istosmjernog uzlaznog pretvarača kako bi iz njih odredili skupove parametara pretvarača, kao i parametara trošila i izvora, za karakteristična ustaljena stanja. Dio autora se isključivo bavi prijelazima iz jednog ustaljenog stanja u drugo (engl. bifurcation) [14, 15].

Iako je bilo pokušaja da se stvori teorija kompleksnog ponašanja istosmjernih pretvarača [5], zbog različitih upravljačkih uređaja pretvarača, velikog broja parametara pretvarača te različitih redoslijeda pojavljivanja ustaljenih stanja pri mijenjanju parametara: pretvarača, izvora i trošila, do danas nije stvorena jedinstvena teorija kojom bi se predvidjelo ponašanje istosmjernih pretvarača. Identifikacija ustaljenih stanja nekog odabranog istosmjernog uzlaznog pretvarača se i dalje svodi na analizu pojedinačnih slučajeva.

Tako je i u ovom radu odabran jedan pulsno-širinski upravljan istosmjerni uzlazni pretvarač. U [16] je napravljen fizički model istosmjernog uzlaznog pretvarača, te su mjeranjem identificirana ustaljena stanja. Vjerodostojnost matematičkog modela uzlaznog istosmjernog pretvarača provjerena je u [16] i [17]. U ovom radu su za odabrani istosmjerni uzlazni pretvarač i njegov matematički model usporedbom posebnih načina prikaza rezultata simulacije identificirana ustaljena stanja i bifurkacije u vremenskom području. Istaknute su prednosti i nedostaci pojedinih prikaza pri identifikaciji karakterističnih stanja i bifurkacija u vremenskom području što dosad, prema uvidu u dostupnu literaturu, nije bio predmet istraživanja ustaljenih stanja istosmjernih pretvarača. Prema pregledanim znanstvenim radovima, rezultati harmonijske analize su se pri identifikaciji ustaljenih stanja istosmjernih pretvarača isključivo koristili za identifikaciju kaosa. U radu je pokazano da se rezultati harmonijske analize mogu prikazati tako da budu pogodni za identifikaciju pojedinih bifurkacija.



Slika 1 Model istosmjernog uzlaznog pretvarača  
Figure 1 The equivalent circuit of the boost converter

## 2 Jednadžbe stanja State equations

Fizički model pretvarača sastoji se od energetskog i upravljačkog dijela [16]. Za energetski i upravljački dio istosmjernog uzlaznog pretvarača poznato je:  $R=1,05 \Omega$ ,  $L=698 \mu\text{H}$ ,  $C=470 \mu\text{F}$ ,  $R_1=22 \text{k}\Omega$ ,  $R_2=1,22 \text{k}\Omega$ ,  $R_3=3,9 \text{k}\Omega$ ,  $R_4=2,7 \text{ M}\Omega$ ,  $U_{\text{ref}}=5 \text{ V}$ ,  $T=500 \mu\text{s}$ . Pretvaračke komponente istosmjernog uzlaznog pretvarača modelirane su idealnom sklopkom ( $V_1$ ) i idealnom diodom ( $V_2$ ). Trošilo je modelirano otporom, otpornosti  $R_d=56 \Omega$ , a izvor napajanja s istosmjernim naponskim izvorom konstantnog napona  $E$ . Istosmjerni uzlazni pretvarač modeliran mrežom sheme spoja prema slici 1 jest sustav linearan na odsječku, a nelinearan u cijelini. U diskontinuiranom načinu rada opisan je sa tri sustava od dvije jednadžbe stanja, pri čemu su varijable stanja struja induktiviteta  $i_L$  i napon kapaciteta  $u_C$ :

a) vodi  $V_1$ ,  $V_2$  ne vodi;  $u_p \geq u_i$ ,

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C_d} \left( i_L - \frac{u_C}{R_d} \right) \quad (1)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} (E - R i_L - u_C)$$

b) vodi  $V_2$ ,  $V_1$  ne vodi;  $u_p < u_i$ ,

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C_d} \left( i_L - \frac{u_C}{R_d} \right) \quad (2)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} (E - R i_L - u_C)$$

c)  $V_1$  i  $V_2$  ne vode;  $u_p < u_i$ ,

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C_d R_d} u_C \quad (3)$$

$$i_L = 0$$

gdje:

$u_p$  - pilasti napon i napon  $u_i$  određuju uvjete vođenja idealne sklopke ( $V_i$ )

$$u_p = \frac{3}{T} \cdot t + 0,7 ; u_i = -\frac{R_4}{R_3} U_{\text{ref}} + \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_C \quad (4)$$

Jednadžbe stanja (1)-(3) riješene su numeričkom metodom Runge-Kutta četvrtog reda s fiksnim korakom integracije  $h$  u programskom okružju C++. Proračun uvijek započinje s početnim uvjetima [ $i_L(0)=0 \text{ A}$ ,  $u_C(0)=24 \text{ V}$ ], a korak integracije je odabran empirijski,  $h=50 \text{ ns}$ .

U analizi istosmjernih uzlaznih pretvarača razumijeva

se da se pojmovi parametri pretvarača odnosi isključivo na parametre energetskog i upravljačkog dijela pretvarača. Do promjene ustaljenih stanja može doći kako promjenom nekog od parametra pretvarača, tako i promjenom parametara izvora ili/ i parametra trošila. Identifikacija ustaljenih stanja odabranog istosmjernog uzlaznog pretvarača provedena je uz promjenu parametra izvora; ulaznog napona  $E$ , pri čemu se ulazni napon mijenja od 14 V do 24 V.

## 3

### Identifikacija u vremenskom području

Identification in the time-domain

Za identifikaciju ustaljenih stanja u vremenskom području rezultati numeričkog proračuna predviđeni su s pomoću odabranih grafičkih prikaza. Osim identifikacije ustaljenih stanja, analizom u vremenskom području, mogu se odrediti strujna i naponska opterećenja komponenata pretvarača što predstavlja važan projektantski zadatak.

#### 3.1

##### Valni oblici varijabli stanja i trajektorije u faznoj ravnini

Waveforms of the state variables and trajectories in the phase plane

Rješavanjem jednadžbi stanja dobiju su vrijednosti varijabli stanja. Kada se te vrijednosti prikažu u odnosu na vrijeme od trenutka prvog uključenja idealne sklopke  $V_1$ , tako da se umjesto vremenske jedinice sekunde uzme broj perioda pilastog napona ( $t/T$ ), dobiju se valni oblici ( $VO$ ) pogodni za identifikaciju ustaljenih stanja:

$$VO := [i_L(t/T) \text{ i/ili } u_C(t/T); N_{\text{poč}} \leq t/T \leq N_{\text{kraj}}] \quad (5)$$

gdje je:

$T$ -perioda pilastog napona,

$N_{\text{poč}}$  - početna perioda prikaza valnih oblika, a  $N_{\text{kraj}}$  - završna perioda prikaza valnih oblika.

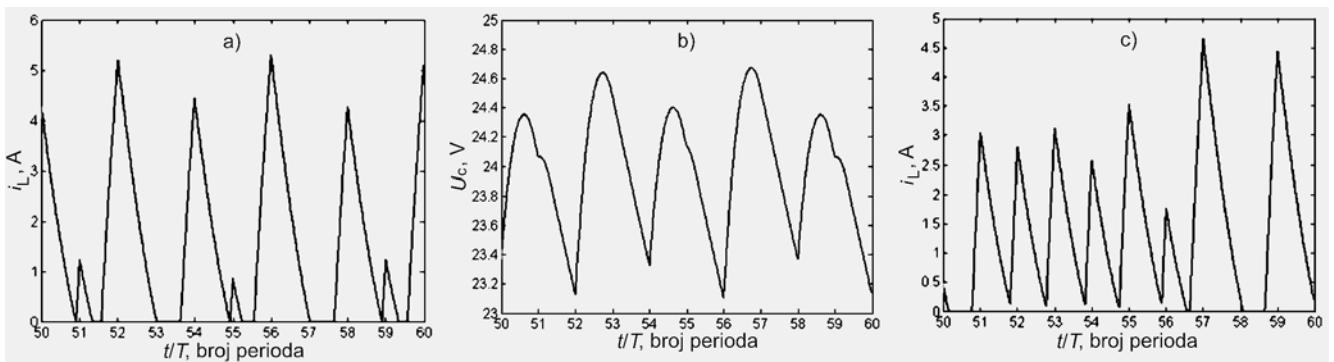
Valni oblici varijabli stanja prikazani su u ustaljenom stanju. Zato je empirijski za početnu periodu prikaza valnih oblika odabранo,  $N_{\text{poč}}=50$ . Prikaz valnih oblika do  $N_{\text{kraj}}=60$  pokazao se optimalnim pri identifikaciji ustaljenih stanja. Identifikacija karakterističnih ustaljenih stanja uzlaznog pretvarača s pomoću valnih oblika varijabli stanja svodi se na određivanje periode valnog oblika. Tako je npr. prema slici 2a i 2b određivanjem ukupnog broja perioda pilastog napona ( $t/T$ ) identificirano osmerostruko podharmoničko ustaljeno stanje (određeno je osam perioda pilastog napona  $u_p$  u jednoj periodi promatranih valnih oblika).

Određivanjem broja perioda pilastog napona s pomoću odabranog broja perioda  $N$ , ( $N=N_{\text{kraj}}-N_{\text{poč}}$ ) identificirana su podharmonička ustaljena stanja periode manje od  $10T$ . Za viša periodička ustaljena stanja (periode veće od  $10T$ ), povećavanje završne periode prikaza valnih oblika ( $N_{\text{kraj}}>60$ ) prikaz valnih oblika postaje nepregledan, a određivanje broja perioda pilastog napona otežano. Za identifikaciju viših periodičkih ustaljenih stanja kao i kaosa uz valne oblike varijabli stanja treba koristiti dodatno druge grafičke prikaze, a takva ustaljena stanja se pri identifikaciji isključivo s valnim oblicima mogu jedino interpretirati kao neperiodička ustaljena stanja, slika 2c.

Ako se varijable stanja prikažu jedna u ovisnosti o drugoj, dobiva se trajektorija u faznoj ravnini ( $TFR$ ). Pri ovom prikazu gubi se podatak o vremenu.

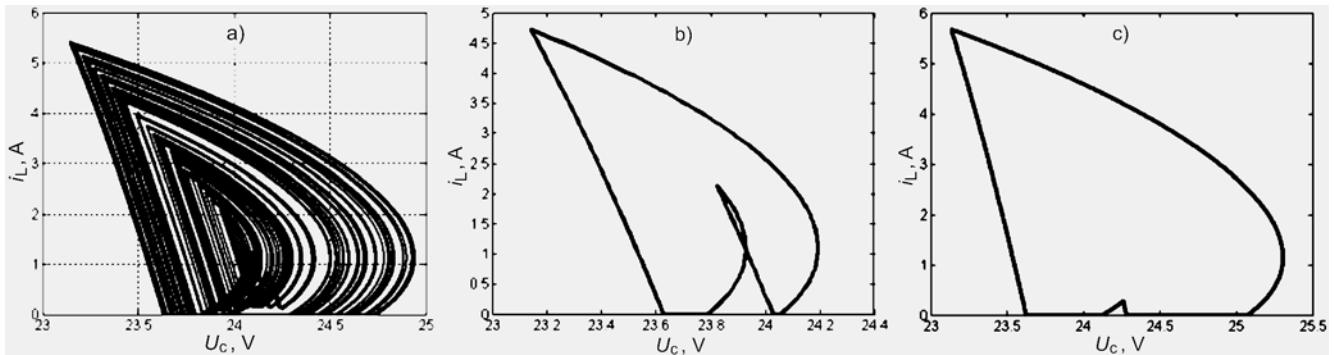
$$TFR := [i_L(t), u_C(t); t_{\text{poč}} \leq t \leq t_{\text{kraj}}] \quad (6)$$

gdje je:  $t_{\text{poč}}$  - početak prikaza trajektorije, a  $t_{\text{kraj}}$  - kraj prikaza trajektorije.



**Slika 2** Valni oblici: a) struje induktiviteta osmerostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja  $E=20,25$  V; b) napona kapaciteta osmerostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja  $E=20,25$  V; c) struje induktiviteta neperiodičkog ustaljenog stanja  $E=21,06$  V;  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=60$ .

**Figure 2** Waveforms: a) inductor current of the period-eight operation  $E=20,25$  V; b) capacitor voltage of the period-eight operation  $E=20,25$  V; c) inductor current of the non-periodic operation  $E=21,06$  V;  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=60$ .



**Slika 3** Trajektorije: a) kaosa  $E=21,06$  V,  $t_{\text{poč}}=50T$ ,  $t_{\text{kraj}}=150T$ ; b) dvostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja  $E=17,92$  V,  $t_{\text{poč}}=50T$ ,  $t_{\text{kraj}}=70T$ ; c) trostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja  $E=21,41$  V,  $t_{\text{poč}}=50T$ ,  $t_{\text{kraj}}=70T$ .

**Figure 3** Trajectories: a) chaos  $E=21,06$  V,  $t_{\text{poč}}=50T$ ,  $t_{\text{kraj}}=150T$ ; b) period-two operation  $E=17,92$  V,  $t_{\text{poč}}=50T$ ,  $t_{\text{kraj}}=70T$ ; c) period-three operation  $E=21,41$  V,  $t_{\text{poč}}=50T$ ,  $t_{\text{kraj}}=70T$ .

Prikaz u faznoj ravnini daje informaciju u kojem se dijelu fazne ravnine nalaze varijable stanja za promatrani vremenski interval, tj. jesu li varijable stanja ograničene, što je važan kriterij za stabilnost, odnosno za postojanje ustaljenog stanja.

Pri identifikaciji ustaljenih stanja s pomoću trajektorija prati se kretanje točke koju određuju vrijednosti varijabli stanja od početnog položaja u faznoj ravnini do krajnjeg. Trajektorije periodičkih rješenja su uvijek zatvorene linije kad se trenutci početka i kraja prikazivanja trajektorije odaberu tako da su višekratnici periode pilastog napona  $T$ . Trajektorija kaosa započinje i završava u različitim točkama, ispunjavajući dio fazne ravnine bez obzira na odabrane trenutke prikaza.

Za razliku od valnih oblika, prikaz s pomoću trajektorije omogućava identifikaciju kaosa, slika 3a. Tip podharmoničkog ustaljenog stanja, pri identifikaciji ustaljenih stanja trajektorijama nije moguće razlikovati. Kao primjer prikazane su na slići 3b i 3c trajektorije dvostrukog i trostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja.

### 3.2

#### Poincaréove slike

Poincaré maps

Jedan od grafičkih prikaza koji se obično primjenjuje za identifikaciju ustaljenih stanja jest Poincaréova slika. Poincaréova slika je zapis varijabli stanja u faznoj ravnini koji se sastoji od uzorkovanih vrijednosti varijabli stanja. Uzorkovanje varijabli stanja obavlja se stroboskopski pri čemu se početni trenutak uzorkovanja  $t_0$  bira bez ograničenja. Perioda pilastog napona  $T$  jednaka je periodi uzorkovanja varijabli stanja. Poincaréovu sliku ( $PS$ ) čini  $m$  parova vrijednosti  $i_L(t_0+kT)$  i  $u_C(t_0+kT)$ :

$$PS := [i_L(t_0+kT), u_C(t_0+kT)] ; k = N_{\text{poč}}, \dots, N_{\text{kraj}}. \quad (7)$$

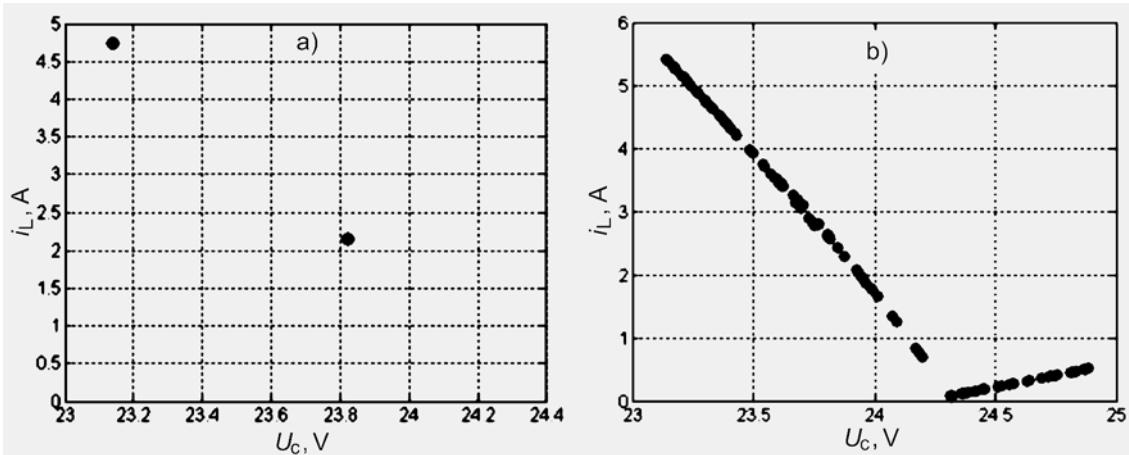
gdje je:

$t_0$  - početni trenutak uzorkovanja, pri čemu je  $0 \leq t_0 < T$ ,  
 $m$  - broj uzorkovanih točaka;  $m = N_{\text{kraj}} - N_{\text{poč}}$ .

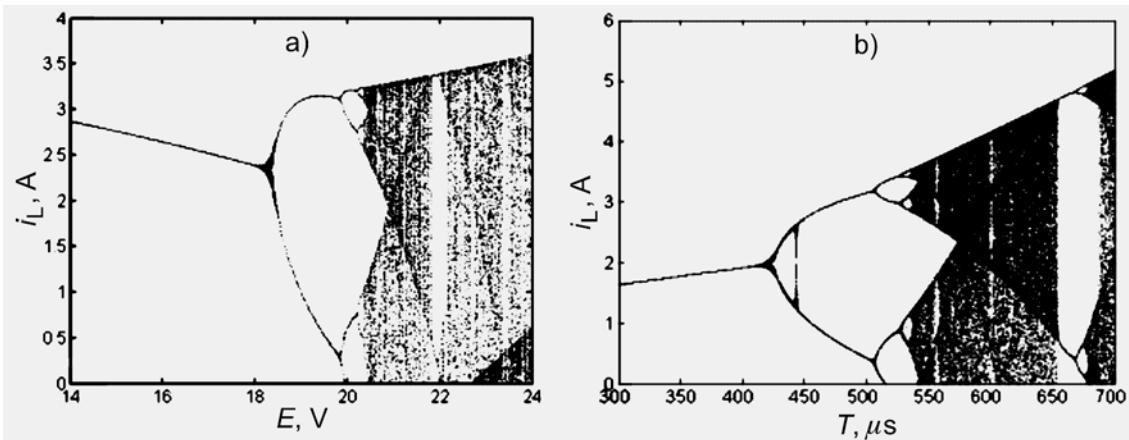
Osnovno periodičko ustaljeno stanje prikazano je jednom točkom Poincaréove slike u faznoj ravni. Za  $n$ -to podharmoničko ustaljeno stanje, Poincaréova slika se sastoji od  $n$ -točaka. Kaos je prikazan skupom od  $m$ -točaka.

Kao karakteristična ustaljena stanja odabranog istosmernog uzlaznog pretvarača za prikaz Poincaréovim slikama odabrani su dvostruko podharmoničko ustaljeno stanje i kaos, slika 4. Tek se Poincaréovim slikama samostalno i bez ograničenja mogu identificirati sva karakteristična ustaljena stanja istosmernog uzlaznog pretvarača.

Osim identifikacije ustaljenih stanja, potrebno je identificirati i promjene ustaljenih stanja, tzv. bifurkacije. Poznavanje parametara pretvarača pri kojima dolazi do bifurkacije važni su podaci za projektante pretvarača kako bi mogli odabrati parametre pretvarača koji osiguravaju osnovno periodičko ustaljeno stanje. Zato je potrebno pri povećavanju uzlaznog napona odabranog istosmernog uzlaznog pretvarača identificirati bifurkacije, a posebno prvu bifurkaciju (promjenu osnovnog periodičkog ustaljenog stanja u dvostruko podharmoničko ustaljeno stanje).



Slika 4 Poincaré slike: a) dvostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja  $t_0=0$ ,  $m=100$ ,  $E=17,92$  V; b) kaosa  $t_0=0$ ,  $m=100$ ,  $E=21,06$  V.  
Figure 4 Poincaré maps: a) period-2 operation  $t_0=0$ ,  $m=100$ ,  $E=17,92$  V; b) chaos  $t_0=0$ ,  $m=100$ ,  $E=21,06$  V.



Slika 5 Jednoparametarski bifurkacijski dijagrami struje induktiviteta: a) s ulaznim naponom  $E$  kao bifurkacijskim parametrom  $E=15\text{--}24$  V,  $E=5$  mV,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=150$ ,  $t_0=0$ ; b) s periodom pilastog napona  $T$  kao bifurkacijskim parametrom  $T=300\text{--}700$   $\mu$ s,  $T=0,5$   $\mu$ s,  $E=19$  V,  $m=100$ ,  $t_0=0$ .  
Figure 5 Bifurcation diagrams of inductor current: a) with input voltage as the bifurcation parameter  $E=15\text{--}24$  V,  $E=5$  mV,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=150$ ,  $t_0=0$ ; b) with period of sawtooth ramp voltage  $T$  as the bifurcation parameter  $T=300\text{--}700$   $\mu$ s,  $T=0,5$   $\mu$ s,  $E=19$  V,  $m=100$ ,  $t_0=0$ .

### 3.3 Jednoparametarski bifurkacijski dijagrami Bifurcation diagrams

Identifikacije promjene ustaljenih stanja u cijelom opsegu promjene odabranog parametra (ulaznog napona,  $E$ ), tzv. bifurkacijskog parametra ( $B_i$ ), provedena je s pomoću jednoparametarskih bifurkacijskih dijagrama (BD1). Jednoparametarski bifurkacijski dijagrami su dobiveni prikazivanjem uzorkovanih točaka jedne od varijabilnih stanja u ovisnosti o bifurkacijskom parametru. Uzorkovanje je obavljeno na isti način kao i kod Poincarovih slika, a bifurkacijski parametar poprima  $j$  vrijednosti:

$$\begin{aligned} BD1 \quad &i_L := [i_L(t_0+kT), B_i] \text{ ili} \\ BD1 \quad &u_C := [u_C(t_0+kT), B_i] \\ k &= N_{\text{poč}}, \dots, N_{\text{kraj}}; i = 1, 2, \dots, j \end{aligned} \quad (8)$$

Jednoparametarski bifurkacijski dijagrami za struju induktiviteta s ulaznim naponom kao bifurkacijskim parametrom prikazan je na slici 5a. Određene su vrijednosti ulaznog napona pri kojima dolazi do bifurkacija, tablica 1. Budući je upravljanje odabranim istosmjernim uzlaznim pretvaračem zadano, za ostale bifurkacijske parametre mogu se odabrati parametri pretvarača: induktivnost  $L$ , kapacitivnost  $C_d$  i perioda pilastog napona  $T$ , te parametar trošila; otpornost  $R_d$ . Stoga je na slici 5b prikazan jednoparametarski bifurkacijski dijagram po struci induktivitea uz periodu pilastog napona  $T$  kao bifurkacijski

parametar. Identifikacija ustaljenih stanja i bifurkacija s pomoću jednoparametarskih bifurkacijskih dijagrama daje dodatne informacije o promjenama bifurkacijskih parametara. Primjerice, prema slikama 5a i 5b može se zaključiti da ukoliko se ulazni napon poveća tako da dođe do prve bifurkacije, utoliko treba smanjiti periodu pilastog napona  $T$ , uz zadržavanje ostalih parametara pretvarača i parametra trošila, kako bi se zadržalo osnovno periodičko ustaljeno stanje. Promjene parametara pretvarača uočene iz jednoparametarskih bifurkacijskih dijagrama, slika 5a i 5b važne su u postupku prve procjene parametara pretvarača pri projektiranju.

Iz redoslijeda pojavljivanja ustaljenih stanja u ovisnosti o promjeni bifurkacijskog parametra prepoznaje se put u kaos. Iz bifurkacijskih dijagrama sa slike 5 prepozнат je Feigenbaumov put u kaos ili put u kaos udvostručavanjem perioda.

Tablica 1 Karakteristična ustaljena stanja istosmjernog uzlaznog pretvarača  
Table 1 Characteristic steady-state responses of the boost converter

Ustaljeno stanje	Ulavni napon $E$ , V
Osnovno periodičko	14,00 – 18,25
Dvostruko podharmoničko	18,25 – 19,82
Četverostruko podharmoničko	19,82 – 20,22
Osmerostruko podharmoničko	20,22 – 20,31
Šesnaestorostruko podharmoničko	20,31 – 20,33
Kaos	20,33 – 21,81
Trostruko podharmoničko	21,81 – 21,92
Kaos	21,92 – 24,00

Za identifikaciju viših podharmoničkih ustaljenih stanja kao što su osmerostruko ili šesnaesterostruko podharmoničko ustaljeno stanje potrebno je uvećati dijelove bifurkacijskih dijagrama. Takav je prikaz nepregledan, pa je identifikaciju viših podharmoničkih ustaljenih stanja jednostavnije provesti iz Poincaréovih slika.

Tek se usporedbom više prikaza rezultata simulacije (valnih oblika, trajektorija, Poincaréovih slika i jedno-parametarskih bifurkacijskih dijagrama) identificiraju karakteristična ustaljena stanja, te bifurkacije odabranog istosmjernog uzlaznog pretvarača, tablica 1.

### 3.4

#### Dvoparametarski dijagrami

##### Parameter space maps

Dvoparametarski dijagrami (*BD2*) dobivaju se mijenjanjem dvaju bifurkacijskih parametara,  $B_{11}$  i  $B_{12}$  koji poprimaju  $r$ , odnosno  $l$  različitih vrijednosti. Pritom je za svaku kombinaciju vrijednosti tih dvaju parametara, a za odabranu varijablu stanja, potrebno identificirati ustaljeno stanje (*US*), koja se zatim može prikazati u obliku elementa matrice:

$$BD2 := (US_{B_{11}, B_{12}})_{il=1,2,\dots,r; j=1,2,\dots,l} \quad (9)$$

Radi preglednosti identificirana se ustaljena stanja najčešće ne prikazuju kao elementi matrice, nego dijagromom prekrivenim mrežom koja tvori  $r \times l$  kvadratiča. Tada svaki kvadratič svojom bojom predstavlja element matrice, odnosno karakteristično ustaljeno stanje dobiveno za određeni par vrijednosti bifurkacijskih parametara  $B_{11}$  ( $i=1,2,\dots,r$ ) i  $B_{12}$  ( $i=1,2,\dots,l$ ). Tako dvoparametarski dijagrami predstavljaju grafički prikaz karakterističnih ustaljenih stanja u ovisnosti o odabranim bifurkacijskim parametrima.

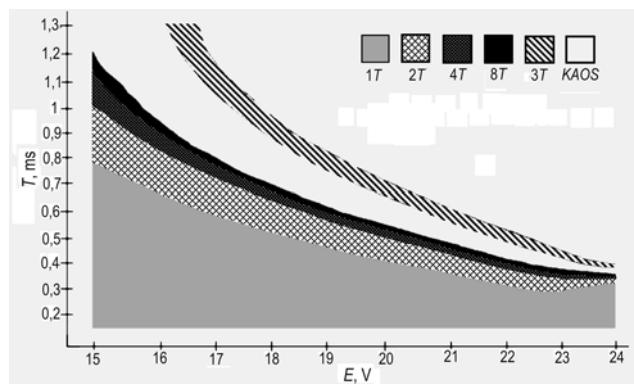
Prethodno odabrani bifurkacijski parametri sada se zdržuju u parove i za njih se izrađuju dvoparametarski dijagrami. Iz dobivenih se dvoparametarskih dijagrama određuju parametri pretvarača, izvora i trošila s obzirom na karakteristična ustaljena stanja. Kao jedan od karakterističnih dvoparametarskih dijagrama odabranog istosmjernog uzlaznog pretvarača na slici 6 prikazan je *E-T* dvoparametarski dijagram s ulaznim naponom  $E$  i periodom pilastog napona  $T$  kao bifurkacijskim parametrima. Iz *E-T* dvoparametarskog dijagrama uočava se područje promjene bifurkacijskih parametara za koje se osigurava željeno ustaljeno stanje. Prema *E-T* dvoparametarskom dijagramu ulazni napon  $E$  i periodu pilastog napona  $T$  treba odabrati tako da se radna točka pretvarača postavi dovoljno daleko od granice između osnovnog periodičkog ustaljenog stanja i dvostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja u područje osnovnog periodičkog ustaljenog stanja. Tako se uz neznatne promjene bifurkacijskih parametara zadržava osnovno periodičko ustaljeno stanje.

## 4

### Identifikacija u frekvencijskom području

#### Identification in the frequency-domain

Koristi li se istosmjerni uzlazni pretvarač za napajanje električnih uređaja široke potrošnje, važan podatak pri određivanju povratnog djelovanja pretvarača na izvor napajanja je maksimalna vrijednost izmjenične komponente struje izvora. Isto tako, u postupku projektiranja pretvarača, a s obzirom na zahtjev o dopuštenoj valovitosti napona na trošilu, važno je znati maksimalnu izmjeničnu komponentu napona na trošilu. Na



*Slika 6 E-T dvoparametarski dijagram  $B_{11}=E$ ,  $B_{12}=T$ ,*

$r=180$ ,  $l=234$ ,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=150$

*Figure 6 E-T space map  $B_{11}=E$ ,  $B_{12}=T$ ,*

$r=180$ ,  $l=234$ ,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=150$

osnovi tih podataka projektira se izlazni i/ili ulazni filter. Prema shemi spoja istosmjernog uzlaznog pretvarača, slika 1., struja induktiviteta je ujedno i struja izvora napajanja, a napon na kapacitetu je jednako naponu na trošilu. Poznavanjem harmonijskog sadržaja struje induktiviteta i napona kapaciteta riješen je problem određivanja valovitosti izlaznog napona i izmjenične komponente struje izvora. U ovom radu primarno je predložiti prikaze kojima se mogu identificirati karakteristična ustaljena stanja za put u kaos udvostručavanjem periode. Zato je napravljena harmonijska analiza varijabli stanja istosmjernog uzlaznog pretvarača, a rezultati harmonijske analize prikazani su na način pogodan za identifikaciju karakterističnih ustaljenih stanja.

### 4.1

#### Harmonijska analiza

##### Harmonic analysis

Za pronaalaženje dodatnih prikaza rezultata simulacije pokazalo se da je dovoljno napraviti harmonijsku analizu jedne od dviju varijabli stanja. Odabrana je struja induktiviteta  $i_L$ :

$$i_L(t) = I_L(0) + \sum_{n=1}^{\infty} [\hat{I}_L(n) \cos n\omega t + \hat{J}_L(n) \sin n\omega t] \quad (10)$$

$N_{\text{poč}} T \leq t \leq N_{\text{kraj}} T$

gdje je:  $n$ -red harmonika,

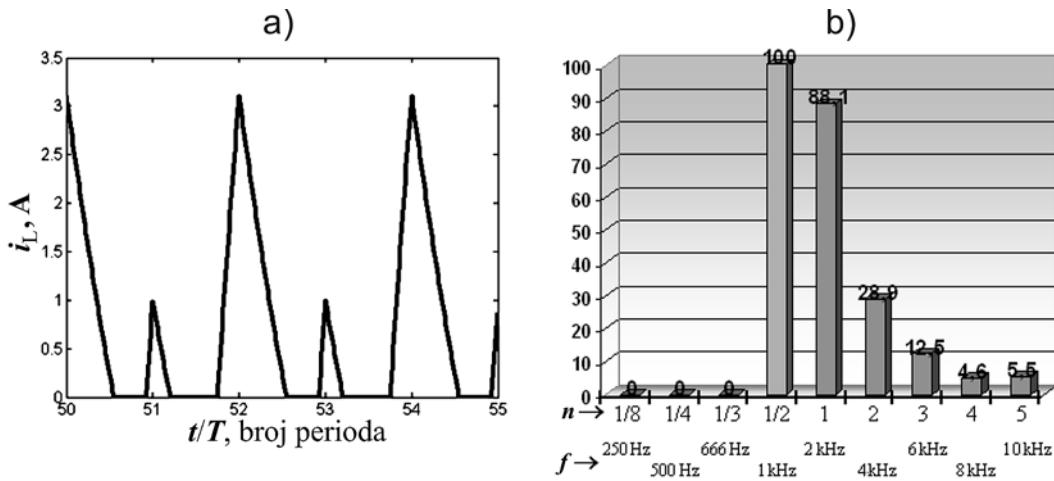
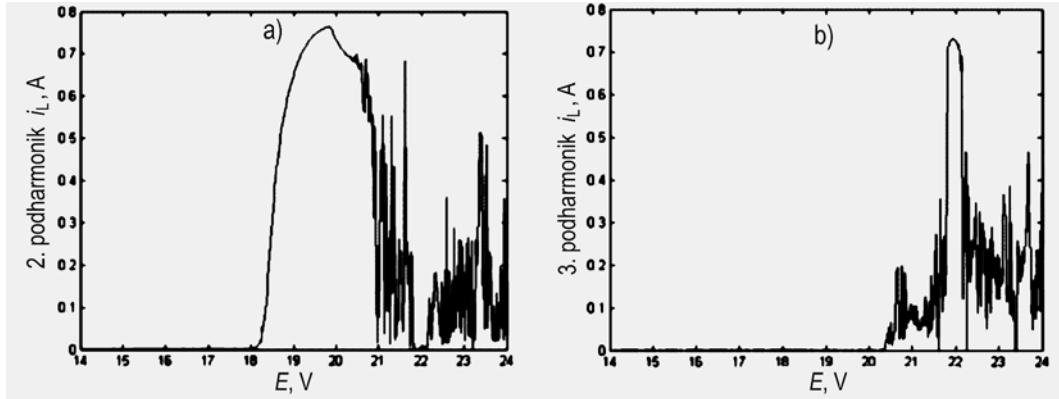
$\hat{I}_L(0)$  – srednja vrijednost struje induktiviteta,

$N_{\text{poč}}$  - početna perioda prikaza valnih oblika, a  $N_{\text{kraj}}$  - završna perioda prikaza valnih oblika za koje se određuje harmonijski sadržaj.

$\hat{I}_L(n)$  i  $\hat{J}_L(n)$  su amplitudne ortogonalne komponente  $n$ -tog harmonijskog člana struje induktiviteta, dobivene iz rezultata numeričkog proračuna struje induktiviteta primjenom brze Fourierove transformacije u MATLAB-u (FFT algoritam).

Poznavajući podharmonička ustaljena stanja karakteristična za put u kaos udvostručavanjem periode, te upotrebu FFT algoritma u MATLAB-u odabранo je  $N_{\text{poč}}=50$  i  $N_{\text{kraj}}=170$ . Rezultati harmonijske analize jednog od karakterističnih ustaljenih stanja, dvostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja, prikazani su na slici 7b.

Da bi se pronašli grafički prikazi rezultata harmonijske analize pogodni za identifikaciju ustaljenih stanja, u cijelom je opsegu promjene ulaznog napona  $E$ , napravljena harmonijska analiza struje induktiviteta, te su posebno izdvojeni karakteristični podharmonici ( $n=1/2$ ; drugi podharmonik,  $n=1/3$ ; treći podharmonik, itd.).

*Slika 7 a) Valni oblik struje induktiviteta dvostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja,  $E=19$  V;**b) Grafički prikaz udjela harmoničkih članova u struci induktiviteta  $i_L$ ,  $E=19$  V,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=170$* *Figure 7 a) Waveform of inductor current for period-two operation,  $E=19$  V;**b) Bar chart of harmonic content for inductor current with period-two operation,  $E=19$  V,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=170$* *Slika 8 Bifurkacijski dijagrami: a) drugog podharmonika struje induktiviteta  $n=1/2$ ,  $\Delta E=5$  mV,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=170$* *b) trećeg podharmonika struje induktiviteta  $n=1/3$ ,  $\Delta E=5$  mV,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=170$* *Figure 8 Bifurcation diagrams: a) second subharmonic of inductor current  $n=1/2$ ,  $\Delta E=5$  mV,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=170$ ;**b) third subharmonic of inductor current  $n=1/3$ ,  $\Delta E=5$  mV,  $N_{\text{poč}}=50$ ,  $N_{\text{kraj}}=170$* 

## 4.2

### Bifurkacijski dijagrami karakterističnih podharmonika Bifurcation diagrams of the characteristic subharmonics

Prikaže li se amplituda kojeg karakterističnog podharmonika u ovisnosti o ulaznom naponu  $E$  dobiju se bifurkacijski dijagrami karakterističnog podharmonika, koji se koriste za identifikaciju promjene ustaljenog stanja, tj. bifurkaciju. Ulazni napon  $E$  se tada smatra bifurkacijskim parametrom.

Pojava drugog podharmonika, podudara se s pojавom prve bifurkacije, usporedba slika 5a i 8a. Znatno povećanje amplitude trećeg podharmonika podudara se s pojavom trostrukog podharmoničkog ustaljenog stanja, usporedba slika 5a i 8b, tj. s promjenom kaosa u trostruko podharmoničko ustaljeno stanje. Pojavljivanje  $n$ -tog podharmonika, gdje je

$$n = \frac{1}{k_p}, k_p = 2, 4, 8, \dots 2^p; p = 1, 2, 3 \dots$$

pokazatelj je pojave  $p$ -te bifurkacije [18]. Znatno povećanje  $n$ -tog podharmonika tipa

$$n = \frac{1}{k_m},$$

gdje su  $k_m$  neparni brojevi [19], pokazatelji su neparnih podharmoničkih ustaljenih stanja.

Poznavajući vrijednost bifurkacijskog parametra pri kojem dolazi do porasta nekog, određenog podharmonika mogu se odrediti parametri pretvarača kako bi se zadržalo željeno projektansko ustaljeno stanje. Zato je važno poznavanje prijelaza iz osnovnog periodičkog ustaljenog stanja u dvostruko podharmoničko ustaljeno stanje, tj. prve bifurkacije, koja se podudara s pojavom drugog podharmonika.

## 5

### Zaključak

Conclusion

Na jednom primjeru istosmjernog uzlaznog pretvarača, uspoređivanjem više prikaza rezultata simulacije u vremenskom području (valni oblici, Poincaréove slike i jednoparametarski bifurkacijski dijagrami), identificirane su bifurkacije i ustaljena stanja karakteristična za put u kaos udvostručavanjem perioda. Vrijednosti ulaznog napona pretvarača pri kojima dolazi do bifurkacija određene su s pomoću jednoparametarskih bifurkacijskih dijagrama. Iz jednoparametarskih bifurkacijskih dijagrama određene su promjene ulaznog napona koje treba poduzeti da bi se zadržalo neko karakteristično ustaljeno stanje pri ostalim nepromjenjenim parametrima pretvarača i trošila. Poznavanje promjene odabranog parametra pretvarača

važno je u postupku prve procjene parametara pri projektiranju pretvarača s ciljem zadržavanja osnovnog periodičkog rješenja kao jedino poželjnog ustaljenog stanja. Poincaréove slike su se pokazale kao način prikaza rezultata simulacije kojima se samostalno i bez ograničenja identificiraju karakteristična ustaljena stanja istosmernog uzlaznog pretvarača.

Za određivanje vrijednosti parametara pretvarača, izvora ili trošila pri kojima dolazi do bifurkacija, preporučeno je rezultate harmonijske analize prikazati s pomoću bifurkacijskih dijagrama podharmonika.

## 6

### Literatura

#### References

- [1] Hamill, D. C.; Jeffries, D. J. Subharmonics and chaos in a controlled switched-mode power converter, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, vol. 35, no. 8 (1988), str. 1059-1062.
- [2] Chan, W. G. Y.; Tse, C. H. Study of bifurcation and chaos in current-programmed DC/DC boost converter: From quasi-periodicity to period-doubling, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 44, no. 12 (1997), str. 1129-1142.
- [3] Wong, S. C.; Tse, C. K.; Tam, K. C. Intermittent chaotic operations in switching power converts, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 14, no. 8 (2004), str. 2971-2978.
- [4] Schuster, H. G. *Deterministic chaos*, John Wiley and Sons, Chichester, 1987.
- [5] Tse, C. K. *Bifurcation behaviour of DC/DC converters*, CRC-Press, Hong-Kong, 2001.
- [6] Wood, J. R. Chaos: A Real Phenomenon in Power Electronics, *APEC89. IEEE Applied Power Electronics Conference*, (1989) str. 115-124.
- [7] di Bernardo, M.; Garafola, F.; Galilemo, L.; Vasca, F. Analysis of chaotic buck-boost and buck-boost converters through switching maps, *IEEE Power Electronic Special Conference*, vol. 2(1997), str. 22-27.
- [8] Zafrany, I.; Ben-Yankov, S. A chaos model of subharmonic oscillations in current mode PWM boost converter, *IEEE Power Electronic Special Conference, PESC 95*, (1995), str. 1-7.
- [9] Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; York, J. A. *Chaos an introduction to dynamical systems*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [10] Premalahta, I.; Vanajaranjan, P. Spectral analysis of DC-DC buck converter with chaotic dynamics, *IEEE Indicon 2005 Conference*, India, (2005), str. 605-608.
- [11] Hamill, D. C.; Deane, J. H. B; Jefferies, D. J. Modeling od chaotic DC-DC converters by iterated nonlinear mappings, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 7, no. 1 (1992), str. 25-36.
- [12] Tse, C. K. Flip bifurcation and chaos in three-state boost switching regulators, *IEEE Trans.on Circuits and Systems-I*, vol. 41, no. 1 (1994), str. 16-23.
- [13] Banerjee, S.; Chakrabarty, K. Nonlinear modeling and bifurcations in the boost converter, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, no. 2 (1998), str. 252-260.
- [14] Chakabarty, K.; Poddar, G.; Banerjee, S. Bifurcation behaviour of the buck converter, *IEEE Transactions on Power Electronisc*, vol. 11, no. 3 (1996), str. 439-447.
- [15] Banerjee, S.; Ott, E.; Yorke, J.A.; Yuan, G.H. Anomalous bifurcation in DC-DC converters: Borderline Collisions in Piecewise Smooth Maps, *IEEE Power Electronic Special Conference*, vol. 2 (1997), str. 1337-1344.
- [16] Flegar, I.; Pelin, D. Bifurcation diagrams-Insight into the modes of operation of a boost converter, *Proc. of IEEE International Conference on Industrial Technology*, Maribor, Slovenia (2003), str. 836-841.
- [17] Flegar, I.; Pelin, D.; Adamović, T. Identifying attractors in a boost converter, *7<sup>th</sup> WSEAS International Multiconference on Circuits, Systems, Communications and Computers*, Corfu, Greece, (2003), str. 264-268.
- [18] Flegar, I.; Pelin, D. Steady-state responses of the boost converter, *Proceedings of IEEE International Conference of Circuits and Systems*, Dubrovnik, Hrvatska, vol. 2 (2005), str. 830-835.
- [19] Devaney, R. L. *A first course in chaotic dynamical systems*, Addison-Weasley Publishing Company, New York, 1992.

#### Adrese autora

#### Authors' addresses

##### *dr. sc. Denis Pelin*

Elektrotehnički fakultet,  
Kneza Trpimira 2b  
31000 Osijek, Croatia  
denis.pelin@etfos.hr

##### *prof. dr. sc. Ivan Flegar*

Elektrotehnički fakultet,  
Kneza Trpimira 2b  
31000 Osijek, Croatia  
ivan.flegar@etfos.hr

##### *dr. sc. Kruno Miličević*

Elektrotehnički fakultet,  
Kneza Trpimira 2b  
31000 Osijek, Croatia  
kruno.milicevic@etfos.hr