

## POVIJESNA RUBRIKA

## René Descartes

FRANKA MIRIAM BRÜCKLER\*



*“Od svih stvari, najpravednije je raspoređen razum: svatko misli da je njime tako dobro opskrbljen, da čak i oni koji se najteže zadovolje u svakom drugom pogledu, nikad ne žele više nego što već imaju.”*

Gotovo svatko je čuo za Descartesa, poznatog i pod latinskim imenom Cartesius. Poznat je kako kao matematičar (Kartezijev koordinatni sustav), tako i kao filozof (osnivač racionalizma, *Mislím, dakle postojím.*).

Još od antičkog doba bilo je uobičajeno algebarske probleme svoditi na geometrijske. Kasnije su postojali pokušaji obrnutog pristupa, no većih uspjeha nije bilo. Najbliže otkriću analitičke geometrije došao je Dubrovčanin Marin Getaldić (1566. – 1626.). Glavna prepreka uvođenju analitičke geometrije bilo je standardno fizikalno interpretiranje veličina (prva potencija je dužina, druga je površina, treća je volumen). Konačni korak i otkriće analitičke geometrije postiže René Descartes (1596. – 1650.) u prilogu *La Géométrie* svog djela *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* iz 1637. Prema anegdoti, Descartes je inspiraciju za uvođenje koordinatne ravnine dobio promatrajući muhu na stropu.

Descartes se odmiče od spomenute interpretacije kvadrata i kubova brojeva: kod njega su  $x$ ,  $x^2$  i  $x^3$  duljine. Dakle  $x^2$  nije površina, već broj kojem geometrijski odgovara jednodimenzionalni objekt: parabola. Danas smo navikli vidjeti  $x^2$  i u pravilu ne misliti na kvadrat kao geometrijski lik. Ovakvom interpretacijom dobivaju smisao i jednadžbe s  $x^n$  za  $n > 3$ . Descartes želi pomoću algebre rješavati geometrijske probleme i stalno paralelno promatra algebarsku i geometrijsku analizu problema. Revolucionarna je ideja da se svaka točka u ravnini može jednoznačno prikazati kao uređen par realnih brojeva  $x$  i  $y$  koji opisuju udaljenosti te točke od dva (međusobno okomita) pravca: prvi broj kaže koliko je točka desno (+) ili lijevo (–) od vertikalnog, a drugi koliko je iznad (+) ili ispod (–) horizontalnog pravca. Posljedica te ideje je da se pravci mogu predstaviti kao skupovi točaka  $(x, y)$  koje

---

\*PMF – Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu, Bijenička 30, HR-10000 Zagreb, e-mail: bruckler@math.hr

zadovoljavaju jednadžbu oblika

$$ax + by + c = 0,$$

a konike (kružnica, elipsa, hiperbola, parabola) kao skupovi točaka  $(x, y)$  koje zadovoljavaju

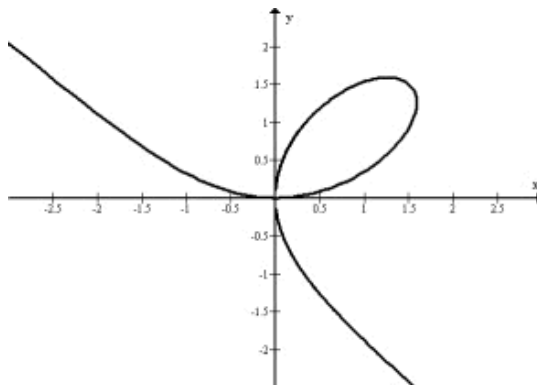
$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0.$$

Općenito krivulje u ravnini zadovoljavaju jednadžbe oblika  $f(x, y) = 0$ . Descartes komentira, ali ne razrađuje tu ideju dalje, da bi se iste ideje mogle primijeniti u prostoru korištenjem tri koordinate.

Descartesova *La Géométrie* se sastoji od tri dijela. U prvom dijelu diskutira jedan Pappusov zadatak (Pappus iz Aleksandrije, ca. 290. – 350.), koji traži geometrijsko mjesto točaka u ravnini koje imaju svojstvo da je omjer produkta udaljenosti točke do neka dva pravca i produkta udaljenosti do neka druga dva pravca konstantan. Pappus je bez dokaza naveo da je rješenje tog zadatka konika. Da bi riješio taj zadatak Descartes uvodi koordinate i pokazuje da je jednadžba krivulje za taj slučaj jednadžba drugog stupnja, dakle je tražena krivulja konika.

U drugom dijelu Descartes dijeli krivulje na dvije klase: geometrijske i mehaničke. Descartesove geometrijske krivulje su one koje se mogu opisati kao geometrijsko mjesto sjecišta dva pravca koji se kreću paralelno svaki s po jednom od koordinatnih osi i to brzinom koju možemo opisati kao algebarsku funkciju (npr. elipsa, cisoida; danas te krivulje zovemo algebarske). Ako brzina nije tako opisiva, već zahtijeva korištenje transcendentnih funkcija, Descartes krivulju zove mehaničkom (npr. cikloida; takve krivulje danas zovemo transcendentne).

U trećem dijelu nalazi se analiza tada poznate algebre. Tu se uvode kao oznake slova s početka abecede za poznate veličine, a s kraja za nepoznanice. Uočimo da nam je danas samorazumljivo da kad vidimo jednadžbu npr.  $ax^2 + bx + c = 0$  “znamo” da je  $x$  nepoznanica, a  $a, b, c$  su poznate konstante. Tako Descartes uvodi danas za nas normalni način označavanja u algebri. U tom trećem dijelu daje se i detaljna analiza algebarskih jednadžbi i neke nove za njih vezane metode. *La Géométrie* je najstarije matematičko djelo koje bi današnji student matematike mogao čitati bez da bude zbunjen označavanjem (najbitnija razlika u označavanju je korištenje  $ae$  za jednakost).



Po Descartesu je ime dobio Kartezijev list, tj. krivulja s jednadžbom  $x^3 + y^3 = 3axy$ , no njegov oblik je Descartes krivo opisao: točno je dobio oblik lista u prvom kvadrantu, no Descartes je pretpostavio četverostruku simetriju, dok zapravo postoji samo jedan list i radi se o otvorenoj krivulji.

Suosnivač analitičke geometrije je Pierre de Fermat (1601. – 1665.) kod kojeg se analitička geometrija pojavljuje u članku iz 1636., a prvi zapisi su i raniji. Poznat je sukob Descartesa i de Fermata, no taj sukob nema veze s utemeljenjem analitičke geometrije već je vezan za pitanje tangente. Descartes se mnogo bavio problemom tangente. Tada uobičajena definicija tangente je da je to pravac kroz točku na krivulji tako da se između njega i krivulje ne može povući nijedan drugi pravac. Descartes predlaže da se tangenta shvati kao granični slučaj sekante. Korištenjem te definicije pola stoljeća kasnije će biti uvedeno deriviranje. Descartes razvija metodu za određivanje tangente na krivulju koji se sastoji u pronalaženju kruga koji u danoj točki dira krivulju i čija tangenta je jednaka traženoj tangenti. De Fermatova metoda određivanja tangente zasnivala se na principu iz kojeg su kasnije Newton i Leibniz izveli definiciju derivacije. Sukob Descartesa i de Fermata započinje de Fermatovim prigovorom da Descartes nije dobro izveo zakon loma svjetlosti. Na taj se prigovor Descartes vrlo razljutio, osobito kad je otkrio da de Fermatovi rezultati o tangentama i ekstremima umanjuju važnost njegovih rezultata. Descartes napada de Fermatovu metodu određivanja tangente. Sukob je eskalirao i u njega su uključeni i mnogi drugi matematičari, a presudu je trebao donijeti Girard Desargues (1591. – 1661.), koji utvrđuje da je de Fermat u pravu. Descartes komentira: *... kad sam vidio posljednju metodu koju koristite za nalaženje tangenti na krivulje, ne mogu drugačije odgovoriti nego tako da kažem da je vrlo dobra i da ste je ovako objasnili na početku, ne bih joj se suprotstavljao.* Ipak, Descartes je i nakon toga pokušavao oštetiti de Fermatovu reputaciju; tako je npr. pohvalno pisao de Fermatu o njegovoj (točnoj) metodi određivanja tangente na cikloidu, a istovremeno pisao i Mersenneu da metoda nije točna te da je de Fermat nesposoban kao matematičar i mislilac.

Manje poznati od rezultata o analitičkoj geometriji su Descartesovi rezultati iz teorije brojeva. Definiramo li da je broj  $n$   $k$ -struko savršen ako je zbroj svih njegovih djelitelja jednak  $kn$ , onda Descartes daje pravilo: ako je  $n$  trostruko savršen i nije djeljiv s 3, onda je  $3n$  četverostruko savršen. Dao je i šest primjera četverostruko i jedan primjer peterostruko savršenog broja.

Descartes je bio iz ugledne obitelji. Rođen je 31. ožujka 1596. u mjestu La Haye (koje danas nosi ime Descartes) u Francuskoj. Bio je bolehljivo dijete, a od osme godine odgojen u isusovačkoj školi. Usprkos stroge discipline, zbog slabog zdravlja imao je dozvolu do 11 sati provoditi jutro u krevetu, a taj je običaj i kasnije zadržao. Kad je posjetio Pascala 1647. rekao mu je da je jedini način za dobro raditi matematiku i sačuvati zdravlje ne dići se ujutro ranije nego što imaš potrebu dići se. U doba kad je Descartes morao birati zanimanje, za mladića iz ugledne obitelji poput njegove postojala su samo dva izbora: vojska ili crkva. Descartes 1617. odabire vojsku. Na samom početku svoje vojne karijere u Bredi uočava plakat na nizozemskom koji ga je zaintrigirao te je zamolio prvog prolaznika da mu ga prevede na francuski ili latinski. Prolaznik je bio Isaac Beeckman, pročelnik jedne nizozemske ugledne škole, koji je ponudio prijevod ako će Descartes odgovoriti na

njegov sadržaj. Naime, plakat je bio poziv da se riješi određen geometrijski zadatak. Descartes ga je brzo riješio, a iz ovog je susreta nastalo prijateljstvo s Beeckmanom. Nakon toga Descartes shvaća koliko mu je vojni život neprivačan, ali pod pritiskom obitelji ostaje u vojsci te odlazi u tridesetogodišnji rat u Bavarsku, a svo slobodno vrijeme provodi baveći se matematičkim problemima i filozofijom. Prema njegovim riječima, svoje prve ideje nove filozofije i analitičke geometrije dobio je u tri sna u noći 10. studenog 1619., u doba ratovanja na Dunavu.

Iz vojske izlazi 1621. te idućih pet godina provodi putujući Europom i podučavajući matematiku. U Parizu se nastanjuje 1626., te se dvije godine kreće u eminentnom društvu i bavi konstrukcijama optičkih instrumenata. Godine 1628. upoznaje kardinala de Berullea, koji je toliko impresioniran Descartesom da ga nagovara da život posveti otkrivanju istine. Descartes pristaje i kako bi mogao voditi mirniji život seli se u Nizozemsku, gdje će živjeti dvadeset godina potpuno posvećen filozofiji i matematici. Tu je napisao i svoju, već spomenutu, *Discours de la méthode ...* o univerzalnoj znanosti (uz prilog o geometriji, to je djelo imalo još dva priloga: o optici i o meteorima). Najobimnije Descartesovo djelo, *Principia Philosophiae*, objavljeno je u Amsterdamu 1644. Sastoji se od četiri dijela: *Principi ljudskog znanja*, *Principi materijalnih stvari*, *O vidljivom svijetu* te *Zemlja*. Ovim djelom Descartes želi cijeli svemir svesti na matematičke i mehaničke temelje. Ipak, njegova mehanika ima niz grešaka, npr. on pretpostavlja da je svemir ispunjen materijom koja se nakon inicijalnog pokreta stabilizirala u sustav virova koji nose Sunce, zvijezde, planete i komete po njihovim putanjama.

Godine 1649. u Stockholm ga poziva švedska kraljica Kristina kako bi ju podučavao matematiku. On odlazi, a ona zahtijeva ranojutarnju poduku te je Descartes, dotad naviknut dokasno biti u krevetu, prisiljen u pet sati ujutro prolaziti hladan put iz jednog dijela dvorca u drugi. Tako je dobio upalu pluća i unutar dva mjeseca boravka u Stockholmu umro (11. veljače 1650.). Descartes ostaje jedan od najvećih filozofa i znanstvenika u povijesti, iako zbog nesklonosti učenju koje ne daje konkretnu korist nije bio široko obrazovan. Izgledao je ovako: mali rastom, velike glave, upadnih obrva i nosa, crne kose sa šiškama. Karakter mu je opisan kao hladan i sebičan. Nikad se nije ženio i nema potomaka, iako je imao jednu vanbračnu kćer koja je rano umrla.

## Literatura

- [1] W. W. ROUSE BALL, *A Short Account of the History of Mathematics*, Dover, 1960.
- [2] A. BECK, M. N. BLEICHER, D. W. CROWE, *Excursions into Mathematics*, A K Peters, 2000.
- [3] <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Descartes.html>
- [4] <http://www.chemie.uni-bremen.de/stohrer/biograph/descarte.htm>