

Stručni rad  
Prihvaćeno 07. 03. 2001.

**ŽELJKO GJURANIĆ**

# Crtanje prodornih krivulja pomoću AutoCAD-a

## Crtanje prodornih krivulja pomoću AutoCAD-a

### SAŽETAK

U radu je dan analitički izvod na temelju kojega je izrađen program za crtanje prodornih krivulja kosih kružnih stožaca i valjaka u AutoCAD-u. Navedena je internet adresa na kojoj se taj program može podići, a dano je i uputstvo za njegovu upotrebu. Pomoću tog programa iscrtani su neki primjeri.

**Ključne riječi:** AutoCAD, prodorne krivulje

**MSC 2000:** 65D17, 65D18

## Drawing Intersection Curves by AutoCAD

### ABSTRACT

This article presents the analytical derivation which was the base for designing the computer program for drawing the intersection curves of oblique cones and cylinders with AutoCAD. The internet address where you can download this program and the instructions can be found in the article. There are some examples which are drawn by using this program.

**Key words:** AutoCAD, intersection curves

## 1. Uvod

Upotreba računala za tehničko crtanje svakako ima jednu veliku i vrlo uočljivu prednost, a to je preciznost. Za svaki crtež ispravno nacrtan pomoću računala možemo sa sigurnošću tvrditi da je točniji od ručno nacrtanog. Međutim, upotreba računala ponekad se izbjegava. Neki se crteži mogu, navodno, puno brže izraditi ručno. To prije svega ovisi o crtaču i o programskom paketu kojeg koristi. Računalo je sposobno samostalno obavljati većinu zadaća koje prilikom ručnog crtanja oduzimaju puno vremena. Primjerice, šrafiranje ili podjela dužine na nekoliko jednakih dijelova. Programske pakete poput AutoCAD-a imaju mnoštvo gotovih programske rutina za crtanje raznih linija, kružnica, pisanje teksta i sl. Naravno, nikad nemaju sve ono što bi korisnik htio. Zbog toga je većina programskih paketa tehničke struke "otvorenog tipa", korisnik može vrlo lako nadograditi paket odnosno napisati programsku rutinu koja mu je potrebna.

## 2. Prodori u AutoCAD-u

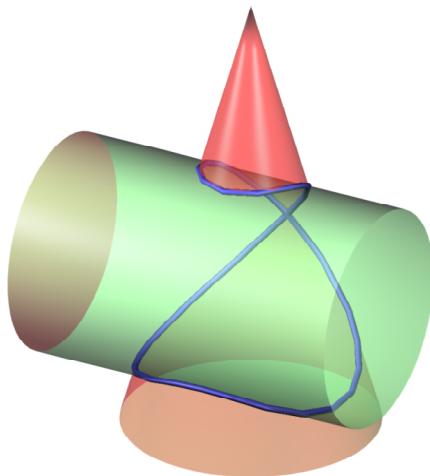
U AutoCAD-u od verzije 14 postoje "solid modeli" odnosno čvrsta tijela s kojima je moguće vršiti logičke operacije presjeka (naredba INTERSECT), unije (UNION) i oduzimanja (SUBTRACT). Tako, primjerice, možemo

kocku probušiti valjkom i sl. Ukoliko napravimo uniju dvaju tijela dobit ćemo jedno tijelo na kojemu se vidi prodorna krivulja. Pomoću naredbe EXPLODE možemo to tijelo rastaviti na krivulje i plohe od kojih je sastavljeno, a među ostalim će tu biti i prodorna krivulja. AutoCAD prodornu krivulju oblik ploha aproksimira sa 100 točaka koje su spojene neprekinutom glatkom krivuljom. Koordinate točaka krivulje računalo određuje tako da oble plohe podijeli na konačan broj poligona i skup svih presječnica tih poligona je aproksimacija prodorne krivulje, koja je utočnik točnija što je veći broj podjela.

AutoCAD ima mogućnost crtanja rotacijskih te uspravnih eliptičkih stožaca (CONE) i valjaka (CYLINDER). Stoga je vrlo lako nacrtati prodornu krivulju nekog stožca i valjka pod uvjetom da su uspravni. AutoCAD crtež može se prebaciti u neki program za vizualizaciju te dobiti crtež kao na slici 1.

## 3. Prodori kosih stožaca i valjaka

Kako nacrtati kosi stožac i valjak? Budući da znamo da je kosi kružni stožac ustvari uspravni eliptički stožac presječen ravninom i da u AutoCAD-u postoji naredba za presjek tijela ravninom (SLICE), zaključujemo da je moguće nacrtati i kosi stožac.



Slika 1.

### 3.1. Analitička podloga za izradu datoteke

Neka je kosi kružni stožac određen vrhom  $V$ , središtem ( $S$ ) i polumjerom ( $r$ ) baze, te ravninom baze. Radi lakšeg proračuna postavljamo koordinatni sustav tako da mu je ishodište u vrhu,  $xy$  ravnina paralelna s bazom, a  $xz$  ravnina sadrži os stošca (slika 2).

Da bismo nacrtali kosi stožac potrebno je definirati elipsu koja čini bazu pridruženog eliptičkog uspravnog stošca. Ta je elipsa perspektivnom kolineacijom pridružena kružnici koja čini bazu kosog kružnog stošca [1, str.102]. Središte te perspektivne kolineacije je vrh stošca, a os je presječnica ravnina elipse i kružnice. Točke u polju kružnice označit ćemo slovima  $A, B, C, \dots$ , njima pridružene točke u polju elipse  $A', B', C', \dots$ , a uređene trojke njihovih koordinata  $(A_x, A_y, A_z), \dots$ . Budući da znamo vrh stošca, za definiciju elipse dovoljno je odrediti koordinate njezina središta  $O'$  te polusoi  $r_1$  i  $r_2$ .

Točka  $A'$  podudara se s točkom  $A$ , zbog toga što se nalazi na osi kolineacije. Koordinate točke  $B'$  možemo odrediti iz uvjeta da je duljina izvodnice  $\overline{VB'}$  jednaka duljini izvodnice  $\overline{VA'} = \overline{VA}$ . Ako duljinu izvodnice  $\overline{VB'}$  označimo s  $d_1$ , a duljinu izvodnice  $\overline{VB}$  s  $d_2$ , onda su koordinate točke  $B'$  dane sa

$$B'_x = B_x \frac{d_1}{d_2}, \quad B'_y = B_y = 0, \quad B'_z = B_z \frac{d_1}{d_2}. \quad (1)$$

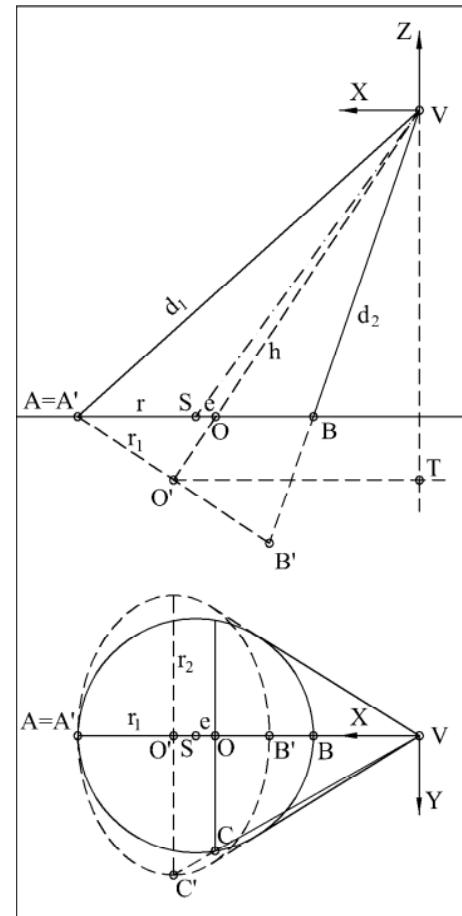
Središte elipse  $O'$  polovište je dužine  $\overline{A'B'}$  pa vrijedi

$$O'_x = \frac{A_x + B_x}{2}, \quad O'_y = \frac{A_y + B_y}{2}, \quad O'_z = \frac{A_z + B_z}{2}. \quad (2)$$

Duljina prve poluosu  $r_1$  jednaka je duljini dužine  $\overline{A'O'}$ .

Duljina druge poluosu  $r_2$  jednaka je duljini dužine  $\overline{C'O'}$ , a kako je  $O'_y = 0$  zaključujemo da je

$$r_2 = |C'_y|. \quad (3)$$



Slika 2.

Zbog sličnosti trokuta vrijedi  $C'_y = C'_x / C_x$ , a budući da je  $C_x = O_x$  i  $C'_x = O'_x$  vrijedi i sljedeća relacija

$$C'_y = C_y \frac{O'_x}{O_x}. \quad (4)$$

Koordinatu  $C_y$  možemo dobiti iz jednadžbe kružnice:

$$C_y = \sqrt{r^2 - e^2}, \quad (5)$$

gdje je  $e$  udaljenost točaka  $O$  i  $S$ .

Budući da je  $O_y = S_y$  i  $O_z = S_z$ , znači da je  $e = S_x - O_x$ .

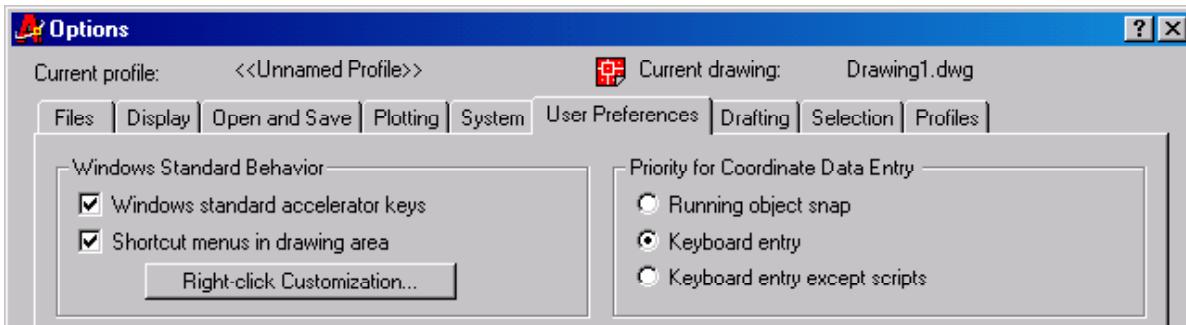
Ako duljinu dužine  $\overline{VO'}$  označimo s  $h$ , tada zbog sličnosti  $\triangle AO'O$  i  $\triangle VO'T$  vrijedi

$$e + r = \frac{r_1 h}{|O'_z|} \Rightarrow e = \frac{r_1 h}{|O'_z|} - r. \quad (6)$$

Koordinatu  $O_x$  možemo jednostavno izračunati iz relacije

$$O_x = S_x - e. \quad (7)$$

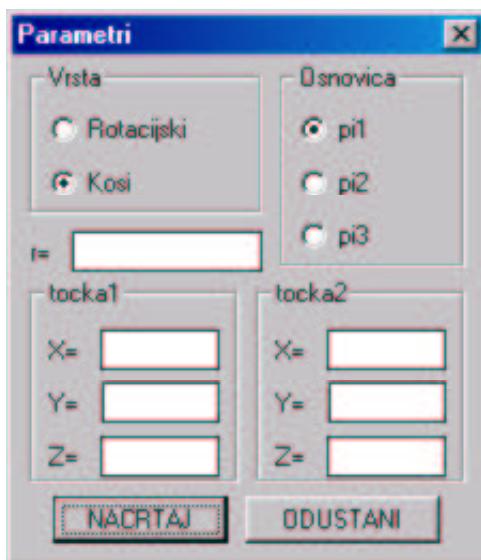
Sada nam relacije (2), (6), (5), (7), (4) i (3) omogućuju izračunavanje duljine druge poluosu  $r_2$ .



Slika 3a

Pomoću  $O'$ ,  $r_1$  i  $r_2$  može se nacrtati uspravni eliptički stožac koji presječen ravninom daje polazni kosi kružni stožac.

Valjak je znatno jednostavniji od stošca, budući da se kod njega točke  $O$  i  $S$  podudaraju, pa je  $r_2 = r$ . Valjak treba presjeći s dvije ravnine, jer ima dvije osnovice.



Slika 3b

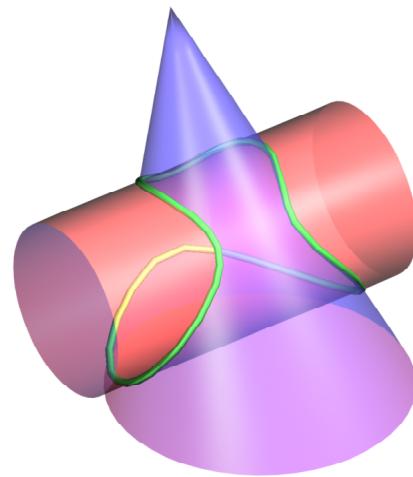
### 3.2. Program za crtanje kosih stožaca i valjaka

Znajući sve ovo, možemo u AutoLISP-u napisati jednostavan program za crtanje kosih stožaca i valjaka. Autor ovoga članka napravio je dviće datoteke koje se mogu naći na adresi [www.grad.hr/nastava/geometrija](http://www.grad.hr/nastava/geometrija).

Da bi program funkcionirao potrebno je imati AutoCAD verziju 14 ili noviju, te napraviti sljedeće: snimiti crtež (može i prazan) u direktorij gdje se nalazi datoteka PRODOR.DCL, pomoću naredbe APPLOAD učitati PRODOR.LSP, u opcijama AutoCAD-a odabratи karticu "User Preferences" i opciju "Priority for Coordinate Data Entry" podesiti na "Keyboard entry" kao što je prokazano

na slici 3a. Tada se pomoću naredbi STOZAC i VALJAK može crtati kose stošce i valjke (slika 3b).

Ovako se može vrlo jednostavno dobiti prodorna krivulja bilo kojeg stošca i valjka. Ta krivulja može poslužiti za lakše shvaćanje prodora i kao podloga za rješavanje zadataka.



Slika 4.

### Literatura

- [1] I. BABIĆ, S. GORJANC, A. SLIEPČEVIĆ, V. SZIROVICZA: *Konstruktivna geometrija - Vježbe*, IGH, Zagreb, 1994.
- [2] A. PREVAREK: *AutoCAD u profesionalnoj primjeni*, Znak d.o.o., Zagreb, 1995.

**Željko Gjuranić**, student

Sveučilište u Zagrebu

Građevinski fakultet

e-mail: gjuro@grad.hr