

## Matematičke slagalice

LJERKA JUKIĆ\*

**Sažetak.** *Čak i kad mislimo da je igra samo igra, ona je zapravo više od toga. Kroz igru se možemo zabaviti, ali i dosta toga naučiti. Takve su i slagalice tangram i IZZI 2. S jedne strane razvijaju logičko rezoniranje i kombiniranje, a s druge strane su neiscrpan izvor zabave.*

**Ključne riječi:** *tangram, IZZI 2*

### Mathematical puzzles

**Abstract.** *Even when one thinks that he is just playing a game, he is doing more than that. Playing various games is fun, but also a chance for learning. Puzzles Tangram and IZZI 2 are games like that. On the one hand, they develop logical thinking and combining, and on the other, they are a great source of fun.*

**Key words:** *tangram, IZZI 2*

## 1. Tangram

### 1.1. Uvod

Riječ tangram u kineskom jeziku znači “sedam pločica mudrosti”. Tangram je vrlo popularna kineska igra, koja se sastoji od sedam dijelova, “tanova”, koji se slažu tako da se formira određena figura koristeći svih sedam dijelova. Ukoliko se iz složene figure može prepoznati o kakvom je obliku riječ, igra je uspješno završena.

O samoj povijesti tangrama poznato je vrlo malo. Ne može se sa sigurnošću reći kada je nastao i u kojem dijelu Kine. Jedna od legendi kaže da je sluga nekog kineskog cara zaslužan za nastanak tangrama. Noseći iznimno vrijednu keramičku pločicu, spotaknuo se i pao. U panici je pokušavao komadiće keramike posložiti u kvadratni oblik, ali to nije nikako uspijevao. U svojim pokušajima stvorio je razne figure životinja, ljudi i stvari. Porijeklo same riječi tangram također nije razjašnjeno. Prema nekim izvorima smatra se da ta riječ izvedena iz imena Tanka, riječnih ljudi iz Kine, koji su bili veliki trgovci opijumom, te su mornare iz zapadnih krajeva upoznali s tom drevnom igrom. Neki smatraju da riječ tangram dolazi od stare engleske riječi “trangram”, što znači slagalica. Riječ tangram prvi je upotrijebio Thomas Hill u svojoj knjizi “Geometrijske zagonetke za mlade” koja je

---

\*Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku, Trg Ljudevita Gaja 6, HR-31000 Osijek, e-mail: ljukic@mathos.hr

objavljena 1848. godine. Pisac i matematičar Lewis Carrol bio je veliki ljubitelj tangrama. Posjedovao je veliku kinesku knjigu koja je sadržavala 323 tangram oblika. U zatočeništvu na Svetoj Heleni Napoleon je dane kratko slažući tangram figure, a među velike ljubitelje tangrama ubraja se i poznati pisac Edgar Allan Poe. Godine 1903. Samuel Loyd napisao je knjigu kojom je pokušao uvjeriti ljude da je igru tangram prije 4000 godina izumio bog Tan, a sedam pločica su dijelovi planeta Sunca, Mjeseca, Marsa, Venere, Merkura, Saturna i Jupitera. Knjiga je sadržavala oko 700 tangram uzoraka od kojih mnogi nisu mogući. Kasnije se pokazalo da je ta knjiga velika obmana.

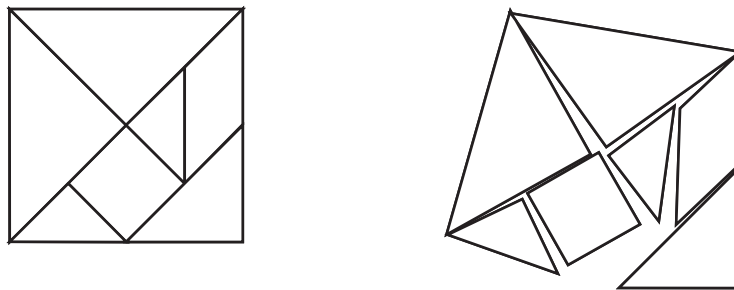
Tradicionalno tangram pločice su se izrađivale od kamena, kosti, gline ili porculana. Danas se izrađuju od plastike, drveta ili tvrdog kartona.

## 1.2. Tangam pločice

U igri tangram koristi se sedam pločica. Pet pločica ima oblik jednakokračnog trokuta, jedna oblik paralelograma, a jedna oblik kvadrata. Od ovih sedam oblika paralelogram je jedinstven jer se njegova simetrična slika ne može dobiti rotacijom. To je također jedini dio koji se mora preokrenuti kad se formiraju tangram uzorci.

Tangram pločice možemo posložiti u kvadrat. Veličina pločica određuje se tako da formirani kvadrat ima duljinu, visinu i površinu jednaku 1. Kvadrat ima duljinu stranica  $1/2\sqrt{2}$ , paralelogram ima duljinu stranica  $1/2$  i  $1/2\sqrt{2}$ , a kod 5 pravokutnih jednakokračnih trokuta imamo:

- 2 mala koji imaju hipotenuzu duljine  $1/2$ , a katete duljine  $1/2\sqrt{2}$
- trokut srednje veličine koji ima hipotenuzu duljine  $1/\sqrt{2}$ , a katete duljine  $1/2$
- 2 velika trokuta koji imaju hipotenuzu duljine 1 i katete duljine  $1/\sqrt{2}$



Slika 1. Sedam tanova

## 1.3. Igra

Igra tangram se svodi na rješavanje određenih problema:

### 1. Nove figure

Igra se može igrati tako da se izmišljaju nove tangram figure. Figura je dobra ukoliko se može prepoznati objekt koji ona predstavlja.

## 2. Slaganje danog uzorka

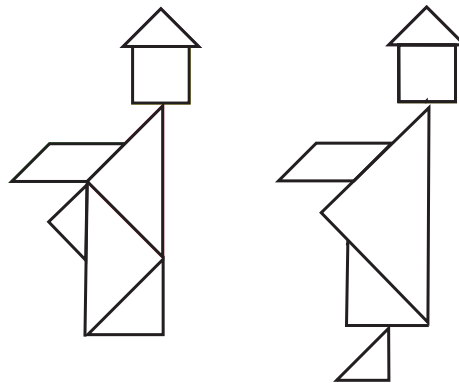
Koristeći svih sedam tangram pločica potrebno je složiti zadani oblik.

## 3. Na koliko je načina moguće složiti neku figuru?

Neke figure moguće je složiti na više načina. Igra se može igrati i tako da je potrebno naći sve moguće rasporede tangram pločica koje formiraju istu figuru.

## 4. Paradoksi

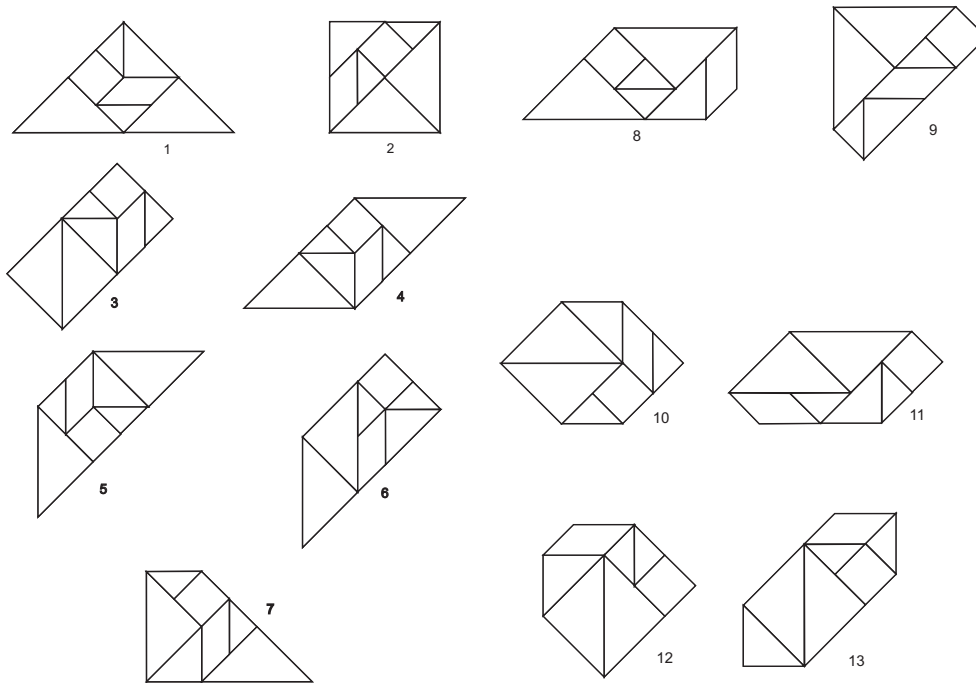
Isti skup tangram pločica može prividno dati dvije naizgled različite figure, od kojih je jedna pravi podskup druge. Ovo je istinito na prvi pogled; u stvarnosti površina obje figure je jednaka.



Slika 2. *Paradoks*

#### 1.4. Konveksne figure

Fu Tsinag Wang i Chuan-Chih 1942. godine matematički su dokazali egzistenciju konačnog broja konveksnih uzoraka. Pod ovim podrazumijevamo sve figure kod kojih odabiranjem bilo koje dvije točke koje leže u njihovoj unutrašnjosti, dužina koja povezuje te dvije točke također leži u njihovoj unutrašnjosti. Postoji točno 13 takvih figura.

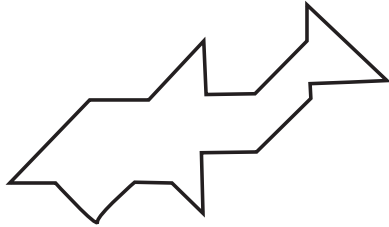


Slika 3. Konveksne figure

### 1.5. Složi figuru

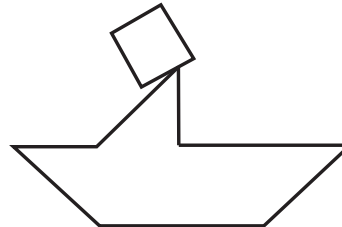
**Zadatak 1.** Složi tangram pločice u zadani oblik:

1.



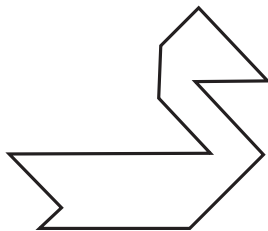
Slika 5.1. *Morski pas*

2.



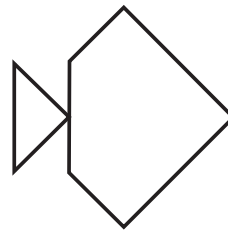
Slika 5.2. *Brodic*

3.



Slika 5.3. *Patka*

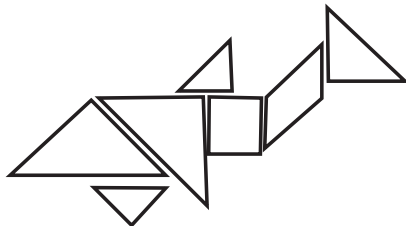
4.



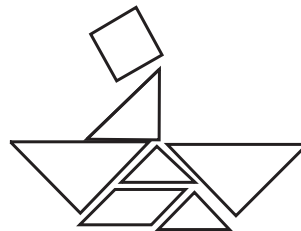
Slika 5.4. *Riba*

Rješenje: 1.

2.



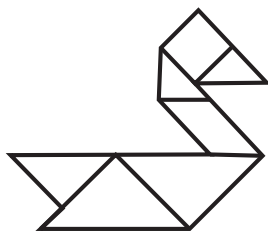
Slika 6.1. *Tangram morski pas*



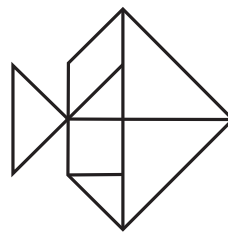
Slika 6.2. *Tangram brodic*

3.

4.



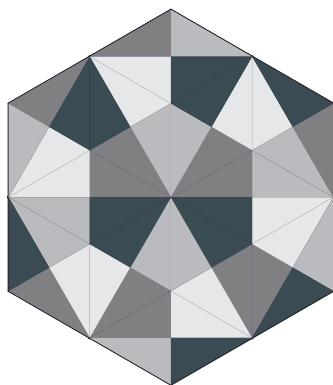
Slika 6.3. *Tangram patka*



Slika 6.4. *Tangram riba*

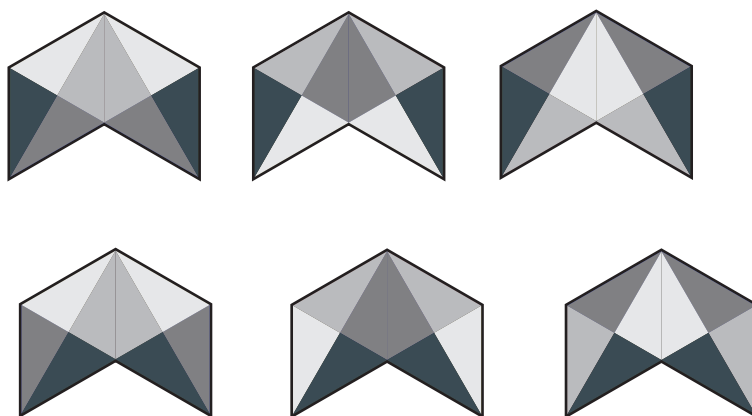
## 2. IZZI 2

Igru IZZI 2 izmislio je američki grafički dizajner Frank Nichols. Igra se sastoji od 12 pločica koje imaju oblik romba, a svaka ima različiti uzorak plavih, žutih, zelenih i crvenih trokuta. Cilj igre je složiti 12 pločica u šesterokut ili neki drugi zadani oblik tako da se bridovi pločica koje se dotiču podudaraju. IZZI 2 je igra koja uključuje logičko razmišljanje i kombinatorno slaganje.



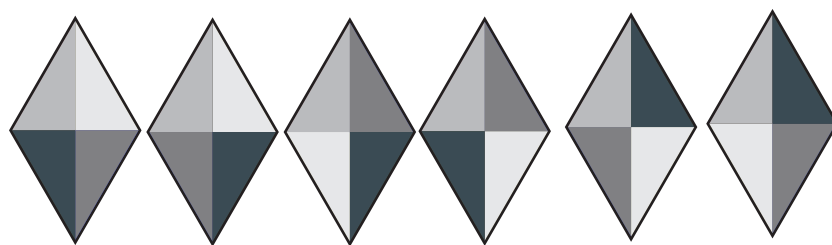
Slika 7. IZZI 2 pločice

**Zadatak 2.** Grupiraj svih 12 pločica u 6 parova tako da dobijemo zrcalne oblike.  
Rješenje:



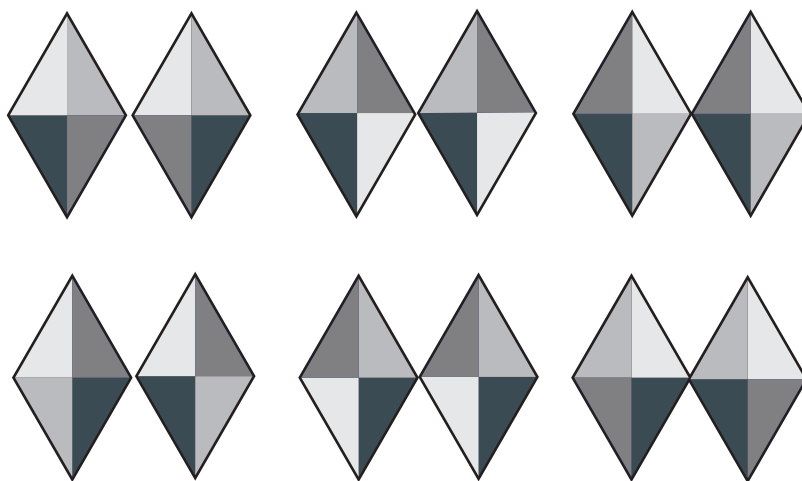
Slika 8. Rješenje zadatka 2.

**Zadatak 3.** Odaberite jednu pločicu tako da je šiljasti kut okrenut prema gore. Pogledajte boju gornjeg lijevog trokuta. Koliko još pločica postoji čiji je gornji trokut takve boje? Rješenje:



Slika 9. Rješenje zadatka 3.

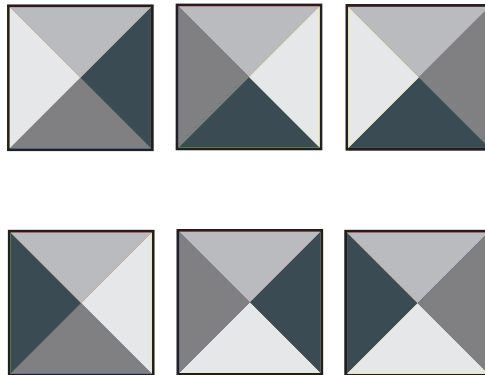
**Zadatak 4.** Odaberite jednu pločicu tako da je šiljasti kut okrenut prema gore. Pogledajte boju trokuta u gornjem dijelu. Koliko još pločica postoji s istom bojom trokuta u gornjoj polovici? Posložite u parove takve pločice. Rješenje:



Slika 10. Rješenje zadatka 4.

**Zadatak 5.** Pogledajte sve IZZI 2 pločice i odgovorite uključuju li one sve moguće kombinacije ove 4 boje? Ako ne, koja kombinacija nedostaje? Rješenje: IZZI 2 pločice uključuju sve moguće kombinacije plave, crvene, žute i zelene boje.

**Zadatak 6.** Kad bi IZZI 2 pločice bile kvadrati, a ne rombovi, koliko bi bilo različitih pločica? Nacrtajte. Rješenje: Bilo bi samo 6 različitih pločica:



Slika 11. Rješenje zadatka 6.

## Literatura

- [1] MARTIN GARDNER, *Mathematical Games*, Mathematical Association of America, Sci. Amer. 294, 80-87, 2006.
- [2] JERRY SLOCUM, *The Tangram Book*, Sterling Publishing Pty Ltd., 2004.
- [3] <http://www.mathematische-basteleien.de/tangrams.htm>
- [4] <http://www.tangrams.ca>
- [5] <http://www.puzzles.com/PuzzlesInEducation/plans/shapeguide.pdf>
- [6] <http://www.tygh.co.uk/tan/tan.htm>