Bilješke iz bogoslovske literature.

Iz temeljnog bogoslovlja.

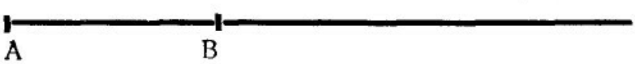
O „neizmjernom“ (∞) u apologetici.

(Prof. **O. Bernardo Brixy,** franjevac, Zagreb.)

I. Čitajući neke novije apologetike opazio sam, kako se matematički pojam neizmjernoga (∞) primjenjuje krivo, na štetu same stvari. Takav jedan dokaz iznosi gosp. Michelitsch u svom djelu »Elementa apologeticae« (editio II., Graecii et Viennae 1921.), gdje izvodi dokaze za egzistenciju Božju. U § 24. 2. (De argumento ex causa efficiente, str. 120.) kaže autor ovako: »Numerus actu infinitus est contradictio in adiecto. Numerus enim constat ex summandis finitis. Sed ex coacervatione quavis magna rerum finitarum non fit infinitum sed semper maius finitum. Ponamus numerum actu »infinitum« ∞, tunc erit

$$\infty + 1 > \infty, \text{ et } \infty - 1 < \infty,$$

i. e. »infinitum est maius vel minus seipso, quod repugnat. Vel



. . . usque in ∞.

Tunc erit linea

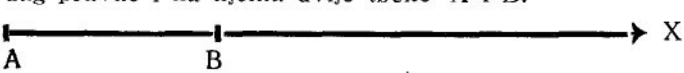
$$\begin{array}{r} A\,\infty = \infty \\ B\,\infty = \infty \\ \hline \text{Ergo } A\,\infty = B\,\infty. \end{array}$$

id est: totum est aequale suae parti, quod est absurdum.

Vel ponamus »infinitum« numerum annorum. Annus quilibet 365 dies 24 horarum 60 minutarum 60 secundarum habet. Numerus »infinitus« dierum, horarum, minutarum, secundarum erit 365-ies 24-ies 60-ies 60-ies maior, quam numerus »infinitus« annorum: quod evidentur repugnat.

Licet ergo numerus actu infinitus repugnet, non tamen repugnat numerus potentia infinitus, de quo loquuntur mathematici, i. e. numerus idefinitus qui semper augeri potest«.

Ovaj dokaz proti actualiter neizmjernom potječe od Rogera Bacona. On kaže ovako: uzmimo u misli neizmjerno dug pravac i na njemu dvije točke A i B.



Oba se neizmjerno velika pravca AX i BX razlikuju za dužinu AB, a ipak su oba, jer su neizmjerno velika, jednaka. Gosp. Michelitsch izveo je taj dokaz detaljnjije ovako:

$$\begin{array}{c} A \infty = \infty \\ B \infty = \infty \\ \hline A \infty = B \infty \end{array}$$

Baš poradi ovoga opširnijega izvoda izbija pogrješnost dokazivanja još jače. Pogrješka leži — kao i u svim dokazima ove vrsti — u tom, što se »neizmjerno« (∞) smatra brojem; dakle nekom veličinom, pa se primijenio na »neizmjerno« (∞) matematički aksiom: dvije veličine su međusobno jednake, kad su one jednake istoj nekoj trećoj veličini. Svako kvantitativno odredjivanje odgovara na pitanje »koliko«. Kad kažemo, da je nešto »neizmjerno«, time kažemo, da je nemoguće odrediti količinu sastavnih dijelova. G. S. Fullerton kaže: »Neizmjerno ima doduše neki odnos prama kvantiteti, ali je »neizmjerno« ipak kvalitativan pojam. Izmedju neizmjernoga (∞) i konačnoga nema kvantitativnoga odnosa, t. j. neizmjerno i konačno ne mogu se isporedjivati ni reći, da je veće, jednako ili manje. Zato je krivo reći $\infty + a > \infty, \infty - b < \infty$. Samo se u toliko može reći, da je neizmjerno veće od konačnoga, u koliko se konačno nalazi u beskonačnomu; u koliko se konačno može od beskonačnoga oduzeti, ali to »većem« ne smije se shvatiti tako, kao da bi se beskonačno moglo dobiti iz konačnoga pomnogostručavanjam (množenjem). Baš se zato beskonačno ni ne može mjeriti konačnim, niti se može konačno s beskonačnim staviti u bilo kakav kvantitativni odnos. Ne možemo reći, koliko se puta jedinica mjere za dužinu (1 m) nalazi u neizmjerno dugoj crti. Izraz »neizmjerno« nije drugo do li izraz za činjenicu, da tu svaka mjera zatajuje; do li izraz, da je svaki kvantitativan odnos nemoguć. Isporedi: Bergmann, Das unenliche und die Zahl, Halle a. S., 1913. str. 12. i dalje.) Leibnitz kaže (Math. V. 389.): »Infinitum proprie nec unum, nec totum, nec quantum est, et si analogia quedam pro tali a nobis adhibeatur...; est modus loquendi; cum scill. plura adsunt, quam ullo numero comprehendi possunt«.

Kad gosp. M. tvrdi, da je $A \infty = \infty$ i $B \infty = \infty$, tada on smatra one neizmjerno duge pravce veličinama, pa ih isporedjuje. Bergmann kaže u citiranom njelu s obzirom na Baconov dokaz: »Tko tvrdi, da je AX $>$ BX, taj uistinu pomišlja negdje na pravcu u smjeru X točku P, pa mjesto da uistinu ispoređuje AX i BX, on isporedjuje dužine AP i BP« (ib. str. 49.). To isto vrijedi i za dokaz gosp. M. On želi govoriti o neizmjerno velikom, a de facto govori o konačnim veličinama, uzimajući neizmjerno daleku točku X kao neku odredjenu točku u odredjenoj, konačnoj udaljenosti.

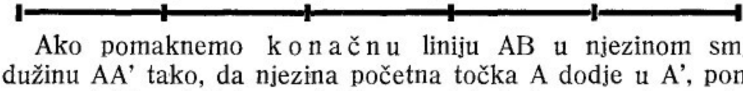
Istu pogrješku čini autor, kad piše $\infty + 1 > \infty$, $\infty - 1 < \infty$. Neizmjerno se definira kao nešto, što se ne da ni povećati ni umanjiti. Mjesto tih relacija morale bi stajati relacije $\infty + 1 = \infty$, $\infty - 1 = \infty$. Uostalom o $\infty + 1$ ili o $\infty - 1$ nema smisla govoriti baš zato, što neizmjerno (∞) nema karakter broja. Iz neizmjerno velikoga ne da se izvesti konačna veličina nikakvom kvantitativnom operacijom.

Kao što je $\infty + a = \infty$, tako je s istoga razloga i $a . \infty = \infty$. Zato ne valja piščev izvod: da je »neizmjeran» broj sekunda 365. 24. 60. 60 puta veći od »neizmjernoga« broja godina.

II. Istu ovakvu pogrješku čini — veli Bergmann (l. c. p. 54.) — i Gutberlet u dokazu, da ono, što egzistira u materijalnom svijetu, ne može biti aktualno neizmjerno. I on naime pripisuje »neizmjernomu« svojstva konačnih veličina. Gutberlet kaže (Zts. f. Phil. svez. 88., str. 179. i dalje) otprilike ovako:

»Kad bi egzistirala neizmjerno duga žica, mogli bi iz nje izrezati konačan komad žice, lijevi i desni komad žice privući jedan k drugom, pa ih sastaviti. Preostali komadi žice ne bi bili više neizmjerno dugi. Obje su naime žice pomaknute iz neizmjernosti i svakoj žici manjka od neizmjernosti baš toliko, koliko su pomaknute, kad smo ih povukli prema sredini i spojili. Obje su dakle ograničene na onoj strani, koji ima smjer prema neizmjernosti, a ograničene su i na onoj strani, gdje smo onaj komad žice izrezali. Ako je pak crta ograničena s obje strane, onda je ona sasma sigurno konačna. Ako su pak oba komada konačna, onda je konačna i linija, koju smo dobili, kad smo komade žice sastavili. Ako je pak ova linija konačna sada, onda je konačna bila i prije zajedno s onim izrezanim konačnim komadom, jer dvoje konačno ne čini beskonačno«.

I Gutberlet postupa ovdje — kako rekoh — s neizmjernim kao s konačnom veličinom, pa stavlja $\infty - a < \infty$ ili kako kaže znameniti matematičar G. Cantor: »Već na početku pripisuju (neki pisci) actualiter neizmjernoj veličini sva svojstva konačnih veličina — woraus leicht ein Widerspruch mit ihrem Nichtendlichsein gefolgert wird«. Gutberletov dokaz ne dokazuje teze, jer je u dokazu — kako primjećuje Cantor u listu na Gutberleta — circulus vitiosus. Gutberlet naime uzima u dokazu šutećke neizmjerno daleku točku kao neku izvjesnu točku odredjene, dakle konačne, udaljenosti.



Ako pomaknemo konačnu liniju AB u njezinom smjeru za dužinu AA' tako, da njezina početna točka A dodje u A', pomaći će se za dužinu AA' i sve točke na njoj, koje su u konačnoj udaljenosti; točka A doći će u A', točka M u M', a konačna točka B u B', baš zato, jer leže u konačnoj udaljenosti od A. — Drukčije se ima stvar ako točka B leži u neizmjernoj udaljenosti od A — kako se i suponira u Gutberletovu dokazu. U tom slučaju nemamo prava reći, da će se i neizmjerno daleka točka B pomaći za konačnu dužinu AA'. Kad se naime kaže, da je jedna točka od druge neizmjerno daleko, mora se to shvatiti tako, kao da se kaže: njihova se udaljenost ne da izmjeriti nikakvim jedinicama; ta udaljenost nema uopće prema jedinici mjere nikakva odnosa. Kad kažemo: točke A i B imaju neizmjerno velik razmak, time ne kažemo ništa o veličini te udaljenosti.

Nakon dopisivanja s Cantorom promijenio je Gutberlet formu svoga dokaza o žici u djelu Lehrbuch der Apologetik (Münster 1888. str. 147. i dalje). Taj je dokaz u bitnosti isti kao i prijašnji, pa je prema tome u njemu i ista pogrješka. I u tom dokazu tvrdi autor, da neizmjerno duga linija ne seže u neizmjernost, kad je s jednoga kraja prikratimo za 10 dijelova (na pr. za 10 metara) i k sebi povučemo, pa prema tome od beskonačne linije da postane konačna. Takvu pogrješku ima — kako sam pokazao — i gosp. Michelitsch u navedenom dokazu, naime $\infty - 1 < \infty$. Obojica kao da su smetnula s uma: što je neizmjerno, da se to ne da izbrojiti, da se ne da umanjiti — infinitum transiri, exhauriri nequit! P. Norbert Brühl C. SS. R. piše god. 1917. pokojnomu profesoru Dr. C. Isenkrahe-u o Gutberletovu dokazu ovo: »Wenn man von dem Punkte des Drahtes, wo man steht, nach einer Seite hin wandert, so kommt man dem fraglichen Ende, das Gutberlet hereinziehen will, nicht näher, weil es eben nicht da ist. Unternimmt man es aber, statt zu wandern, den Draht auf eine Rolle zu wickeln, so kommt einem selbst bzw. der Rolle, das Ende um nichts näher, weil es eben nicht da ist. Wer wie Gutberlet annimmt, es sei um das abgeschnittene und verschobene Stück näher gekommen, hat eben die Unterstellung fallen lassen, dass der Draht ohne Ende sei. Auf diese Weise komme ich zu demselben Ergebnis, wie Cantor«.

Tko želi čitati o Gutberletovu dokazu i njegovoj kontroverziji s Cantorom i Isenkraheom, naći će u Isenkraheovu djelu: Untersuchungen über das Endliche und Unendliche I. Heft, Bonn 1920. str. 177.—209.

Iz crkvene povijesti.

Moje refleksije na kritiku g. Zorea.

G. Zore, prof. crkvene povijesti u ljubljanskom bogoslovnome fakultetu, osvrnuo se također ove god. u III.—IV. sv. Bogoslovnoga Vestnika na I. sv. moje Povijesti Hristove Crkve, pa sam mu zahvalan, da mi je pothvat pohvalio, osobito što se svakom prilikom obazirem na domovinu. Međutim je g. profesor iznio iz djela i nekoliko negativnih strana, što ih smatra više odrazom naših kulturnih prilika. I uistinu su naše knjižnice u tome pogledu dosti oskudne, a nabava je stranih djela, osobito pojedincima i danas teška. Pogotovo je to bilo, kada sam pisao svoj I. sv. Radi toga sam doduše god. 1921. putovao u Beč i München, ali što se i tu može u mjesecu dana? Ja nimalo ne sumnjam, da su sve pri-