

UDK 621.833.16

NEKA RAZMATRANJA O NOSIVOSTI UNUTARNJEG EVOLVENTNOG OZUBLJENJA S VELIKIM STUPNJEM PREKRIVANJA PROFILA SOME CONSIDERATIONS ON THE LOAD CAPACITY OF INTERNAL HIGH TRANSVERSE CONTACT RATIO INVOLUTE GEARING

Neven LOVRIN – Marina FRANULović – Željko VRCAN

Sažetak: Evolventni zupčanici s velikim stupnjem prekrivanja profila (VPP) nude određene prednosti u odnosu na standardno evolventno ozubljenje, poput povećane nosivosti, jednoličnijeg prijenosa okretnog momenta, smanjenog šuma zahvata te povećane trajnosti. Kako je unutarnje ozubljenje važno za konstrukciju mjenjača brzina i mehanizama za okretanje dizalica, analizirana je nosivost unutarnjeg VPP ozubljenja te je istražen problem raspodjele opterećenja kod unutarnjeg VPP ozubljenja. Na temelju rezultata ove analize izračunato je naprezanje u korijenu zuba i Hertzovo naprezanje uzduž zahvatnog puta zupčanika. Najveće naprezanje uzduž zahvatnog puta kao referentna vrijednost uspoređeno je s vrijednostima naprezanja zuba izračunatim prema standardu DIN 3990, čime se pokazalo da proračun prema DIN 3990 daje vrijednosti koje poprilično odstupaju od izračunatih, iako je pogreška na strani sigurnosti.

Ključne riječi: - evolventni zupčanici
- veliki stupanj prekrivanja profila
- unutarnje ozubljenje
- nosivost ozubljenja

Abstract: High transverse contact ratio (HCR) involute gears present advantages in relation to standard involute gears, such as improved load capacity, smoother torque transfer, reduced meshing noise and extended gear life. As internal gearing is important for the design of gearboxes and crane rotation mechanisms, the load capacity of internal HCR gearing has been analyzed and the problem of load distribution in internal HCR gearing researched. Based on the results of this analysis, tooth root and Hertzian stresses along the path of contact have been calculated. The maximum stresses along the path of contact were used as a reference value and compared to results of tooth stress calculations according to the DIN 3990 standard. Research has shown that the calculation according to DIN 3990 provides rather inaccurate results for internal HCR gearing, although with higher safety factors.

Keywords: - involute gears
- high transverse contact ratio
- internal gears
- load capacity

1. UVOD

Zupčanici s velikim stupnjem prekrivanja profila (VPP) su nestandardni evolventni zupčanici sa stupnjem prekrivanja profila većim od dva ($\varepsilon_\alpha > 2$), što se postiže povećanjem visine zuba h iznad $2,25 \cdot m_n$ i/ili smanjenjem zahvatnoga kuta ozubljenja α_n ispod uobičajenih 20° . Evolventni VPP zupčanici nude određene prednosti u odnosu na standardne zupčanike, posebno u pogledu povećane nosivosti, jednoličnijeg prijenosa okretnog momenta te smanjene buke zahvata [1 - 3]. To je posljedica istovremenog dvostrukog ili trostrukog

1. INTRODUCTION

High contact ratio (HCR) gears are non-standard involute spur gears with a transverse contact ratio higher than two ($\varepsilon_\alpha > 2$). This feature can be obtained by increasing the gear tooth height h over $2,25 \cdot m_n$, and/or by reducing the normal pressure angle α_n below the standard value of 20° . HCR involute gears offer some advantages compared to conventional gears, notably a greater load capacity, more uniform torque transmission and noise reduction [1, 2, 3]. This is the result of teeth pairs in

double or triple simultaneous contact, instead of the single or double contact with conventional gears. HCR zahvata parova zubi umjesto jednostrukog ili dvostrukog zahvata kod standardnih zupčanika, a VPP zupčanici nude i produljenu trajnost. Nadalje, povećanje nosivosti omogućuje smanjenje modula, a time i veličine zupčanika. Zbog konveksno-konkavnog dodira u toku zahvata poboljšani su i uvjeti klizanja u odnosu na vanjsko VPP ozubljenje.

Nedostaci VPP ozubljenja su smanjena debljina vrha zuba, nepovoljni uvjeti klizanja bokova te potreba za preciznijom (a time i skupljom) proizvodnjom u odnosu na obične zupčanike [4, 5]. Međutim, kako prednosti njihove primjene nadmašuju nedostatke, ti se zupčanici sve više koriste u osobnim vozilima (npr. *Peugeot, Citroen, Škoda, Opel* itd.), kao i u drugim cestovnim vozilima, zrakoplovima i brodovima. Unutarnje VPP ozubljenje najčešće se koristi u mjenjačima brzina te mehanizmima za okretanje dizalica.

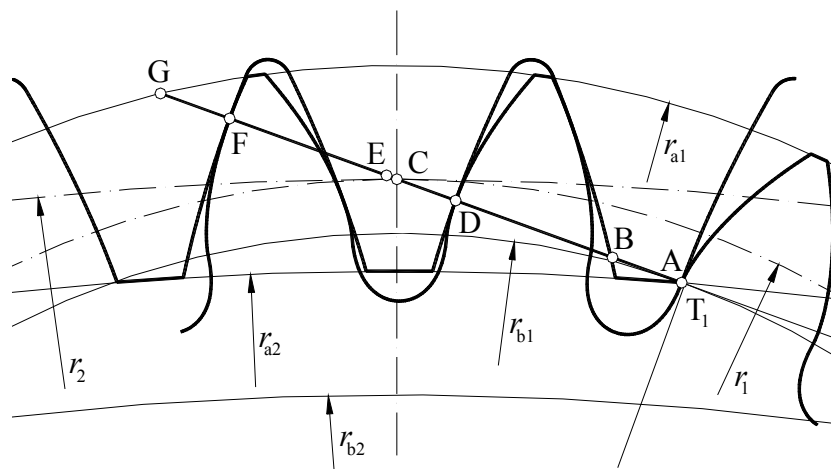
Zbog svega navedenoga vrlo je važno istražiti nosivost evolventnih VPP zupčanika.

Ovaj se rad bavi razmatranjem nosivosti VPP zupčanika s unutarnjim ozubljenjem. Analizirano je naprezanje u korijenu zuba te Hertzovo naprezanje uzduž zahvatnog puta za unutarnje ozubljenje s velikim stupnjem prekrivanja profila (slika 1).

comparison with external HCR gearing as well as standard involute gearing.

The drawbacks of HCR gearing are lower tooth tip thickness, inconvenient sliding conditions between the teeth flanks, as well as higher accuracy required during manufacturing, which in turn means higher production costs [4, 5]. However, as the benefits of the application outweigh the drawbacks of this type of gears, they are being increasingly applied to passenger cars (e.g. *Peugeot, Citroen, Škoda, Opel*, etc.), as well as to other road vehicles, aircraft and ships. Internal HCR gearing is mostly used in gearboxes and crane rotation mechanisms. Given all these reasons, it is very important to analyze the load capacity in HCR involute gears.

This paper deals with the analysis of the load capacity of internal HCR gearing. Tooth root stress and Hertzian stress along the path of contact for internal high contact ratio gearing (Figure 1) are analyzed. Gearings also offers extended gear life. Higher load capacity, as one of the most important features, also enables a reduction of the module, i.e. the gear size. The convex/concave contact during the mesh of internal HCR gearing offers better sliding conditions in



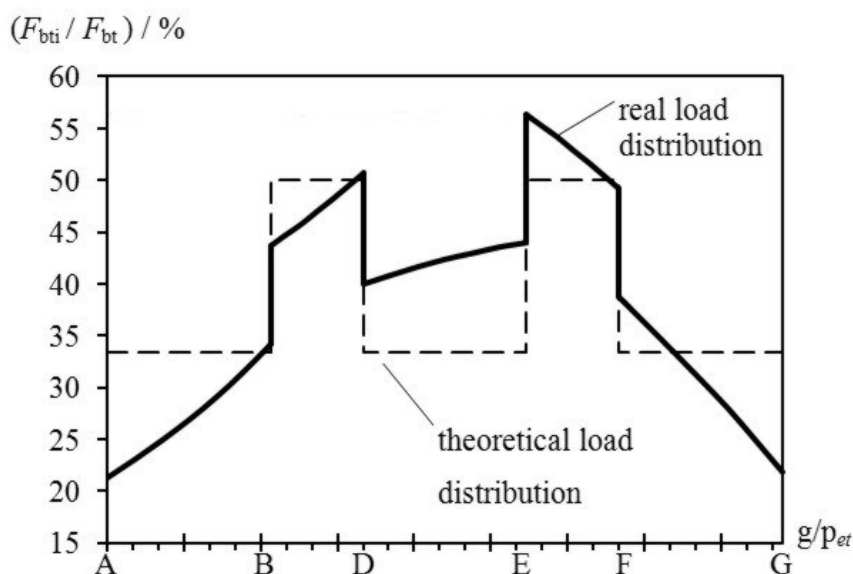
Slika 1. Unutarnje VPP ozubljenje
Figure 1. Internal HCR gearing

2. SILE NA PAROVIMA ZUBI U ZAHVATU

Raspodjela sile uzduž zahvatnog puta do sada je izračunata samo za vanjsko VPP ozubljenje [6] jer točne jednadžbe za elastičnu deformaciju zuba unutarnjeg VPP ozubljenja još nisu poznate. Slika 2 prikazuje primjer teorijske (----) i stvarne (—) raspodjele sile na vanjskom VPP ozubljenju uzduž zahvatnog puta.

2. FORCE ACTING ON TEETH IN MESH

Until now, the real load distribution along the path of contact has been calculated for external HCR gearing only [6], as the proper tooth elastic deformation equations for internal HCR gearing are not known yet. An example of theoretical (----) and real (—) load distribution on external HCR gear teeth along the path of contact is shown in Figure 2.



Slika 2. Primjer raspodjele opterećenja kod VPP ozubljenja
Figure 2. An example of load distribution on HCR gearing

Kako postoji dvostruki (dva para zuba) ili trostruki (tri para zuba) dodir zuba u toku zahvata VPP zupčanika, svaki bi geometrijski točno izrađen zub morao biti teorijski naizmjenično opterećen s 50% i 33,3% ukupne normalne sile F_{bt} u toku zahvata (slika 2, crtkana linija ---), no stvarni zubi nisu kruti već elastični. Maksimalna normalna sila F_{bti} koja djeluje na zub uzduž zahvatnog puta A-G veća je od 50% ukupne normalne sile F_{bt} . U drugim slučajevima, ovisno o stvarnoj geometriji zuba i preciznosti proizvodnje, sila koja djeluje na pojedini zub može iznositi i do oko 80% ukupne sile F_{bt} .

Stvarna raspodjela sile izračunata je na osnovi elastične deformacije zuba putem posebno razvijenoga računalnog programa [6]. Na temelju stvarne raspodjele sile moguće je vrlo precizno izračunati stvarno naprezanje u korijenu zuba te točno izračunati Hertzovo naprezanje uzduž zahvatnog puta.

Postupak proračuna raspodjele opterećenja i odgovarajuće raspodjele naprezanja uzduž zahvatnog puta već je potvrđen fotoelastičnim mjerenjima na vanjskom VPP ozubljenju [6], a rezultati su numerički provjereni primjenom metode konačnih elemenata. Kako je točnost postupka proračuna potvrđena primjenom obiju provjera, isti je postupak proračuna raspodjele opterećenja primijenjen kod unutarnjeg VPP ozubljenja. Naprezanje se izračunava primjenom metode konačnih elemenata, koristeći iste postavke koje su potvrđene u istraživanju vanjskog VPP ozubljenja.

As there is double (two pairs of teeth) or triple (three pairs of teeth) contact between the teeth during the meshing of HCR gears, every accurately machined tooth should be theoretically loaded by alternatively 50% and 33,3% of the total normal force F_{bt} during the meshing (Figure 2, dashed line ---). In reality, the teeth are not rigid but elastic. The maximal normal force F_{bti} on a tooth along the path of contact A-G exceeds 50% of the total normal force F_{bt} . In some cases, depending on actual tooth geometry and manufacturing accuracy, the force acting on the tooth can be even up to approximately 80% of the total force F_{bt} .

The real load distribution is calculated on the basis of tooth elastic deformation using a computer program developed for this purpose [6]. On the basis of the real load distribution, it is possible to calculate the real tooth root stress and Hertzian stress along the path of contact very precisely.

The load distribution calculation and consequent stress distribution along the path of contact have already been validated by photoelastic measurements on external HCR gears [6]. The results were numerically explored using the finite element method. As the accuracy of the calculation procedure was confirmed by both methods, the same load distribution calculation is used for internal HCR gears. Stress is calculated using the finite element method, applying the same principles which have been confirmed in the research of external HCR gears.

3. ANALIZA NAPREZANJA KOD UNUTARNJEG VPP OZUBLJENJA

Analiza Hertzova napreznja te napreznja korijena zuba kod unutarnjeg VPP ozubljenja provedena je na sljedećem zupčastom paru:

Zahvatni kut $\alpha_n = 20^\circ$; modul u normalnom presjeku $m_n = 22$ mm; faktor visine zuba alata $h_a^*_{0,1,2} = 1,5$; faktor zakrivljenosti polumjera zuba alata $\rho_a^*_{0,1,2} = 0,341 / 0,259$; faktor tjemene zračnosti $c^*_{1,2} = 0,37 / 0,1$; širina zupčanika $b_{1,2} = 10$ mm; broj zubi zupčanika $z_{1,2} = 22 / -88$; faktori pomaka profila $x_{1,2} = 0$; promjer preko glave zuba $d_{a,1,2} = 545,6 / -1886,3$ mm; razmak osi $a = -726$ mm; stupanj prekrivanja profila $\varepsilon_\alpha = 2,3$; ukupna tangencijalna sila $F_t = 11840$ N. Udjeli normalne sile u zahvatu F_{bti} izračunati su prema [6].

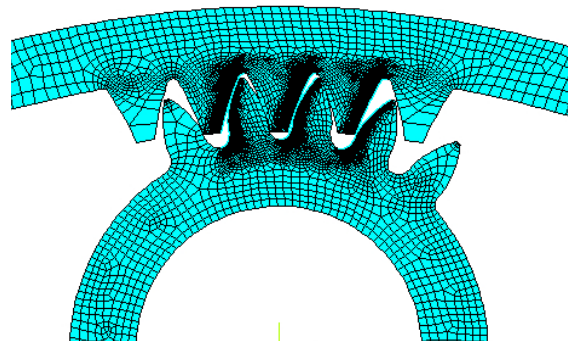
Modeli zupčanika diskretizirani su konačnim elementima kako je prikazano na slici 3 te je provedena nelinearna kontaktna analiza.

3. STRESS ANALYSIS IN INTERNAL HCR GEARING

The analysis of Hertzian and tooth root stresses in internal HCR gearing has been carried out using a gear pair with the following data:

Normal pressure angle $\alpha_n = 20^\circ$; module $m_n = 22$ mm; tooth addendum factors $h_a^*_{0,1,2} = 1,5$; tip radius of the cutter tool factor $\rho_a^*_{0,1,2} = 0,341 / 0,259$; bottom clearance factor $c^*_{1,2} = 0,37 / 0,1$; model thickness (gear width) $b_{1,2} = 10$ mm; teeth number $z_{1,2} = 22 / -88$; addendum modification coefficients $x_{1,2} = 0$; tooth tip diameter $d_{a,1,2} = 545,6 / -1886,3$ mm; center distance $a = -726$ mm; transverse contact ratio $\varepsilon_\alpha = 2,3$; total tangential force $F_t = 11840$ N. The calculations of the load share F_{bti} have been made according to [6].

The gear models have been discretized by finite elements as shown in Figure 3 and nonlinear contact analysis has been performed.



Slika 3. Model unutarnjeg VPP ozubljenja za metodu konačnih elemenata
Figure 3. FEM model of internal HCR involute gearing

3.1. Analiza Hertzova napreznja

Teorijsko Hertzovo napreznje uzduž zahvatnog puta izračunato je pomoću jednadžbe [6]:

$$\sigma_{H0i} = \sqrt{\frac{F_{bti} \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot \rho_{ti} \cdot b \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot Z_\varepsilon \quad (1)$$

Hertzovo napreznje u odgovarajućim točkama E za mali i D za veliki zupčanik prema [7] izračunato je prema izrazu:

3.1. Hertzian stress analysis

Theoretical Hertzian stress along the path of contact was calculated using the following equation [6]:

Hertzian stresses in the corresponding points E for pinion and D for wheel according to [7] were calculated using the equation:

$$\sigma_{H01,2} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_{E,D} \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot Z_\varepsilon \quad (2)$$

3.2. Analiza napreznaja u korijenu zuba

Napreznaje u korijenu zuba uzduž zahvatnog puta za mali i veliki zupčanik izračunato je jednadžbom [6, 7]:

$$\sigma_{F0i,2} = \frac{F_{bti} \cdot \cos \alpha_{wt}}{b \cdot m_n} \cdot Y_{FSi,2} \quad (3)$$

Napreznaja u korijenu zuba u odgovarajućim točkama (D za mali i E za veliki zupčanik) prema [7] izračunata su jednadžbom:

$$\sigma_{F01,2} = \frac{F_{bti} \cdot \cos \alpha_{wt}}{b \cdot m_n} \cdot Y_{FS(D,E)} \quad (4)$$

3.3. Analiza rezultata

Slika 4 prikazuje raspodjelu Hertzova napreznaja u skladu s izrazom (1) i analizom pomoću metode konačnih elemenata, te vrijednosti u skladu s DIN 3990 [7] koristeći izraz (2).

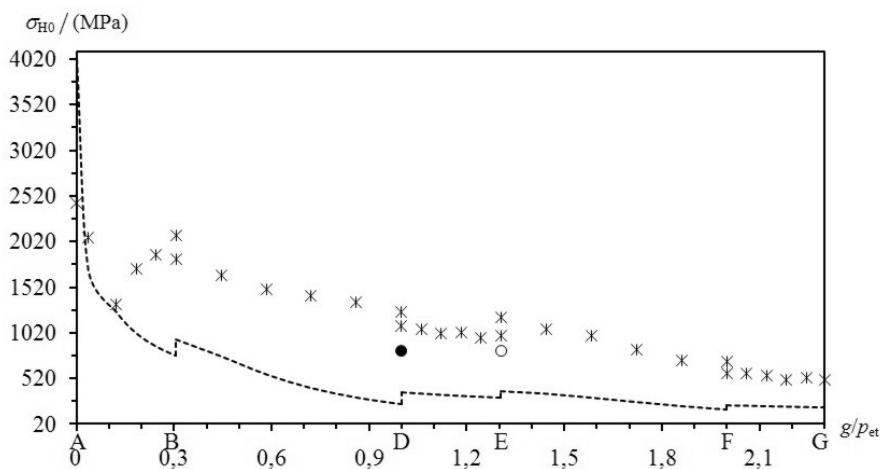
3.2. Tooth root stress analysis

Tooth root stress along the path of contact, for pinion and wheel, was calculated using the equation [6, 7]:

Tooth root stresses in the corresponding points (D for pinion and E for wheel) according to [7], were calculated using the equation:

3.3. Analysis of results

Hertzian stress according to theoretical load distribution using the expression (1), FEM analysis and DIN 3990 [7] using the expression (2), is shown in Figure 4.



Slika 4. Hertzovo napreznaje kod unutarnjeg VPP ozubljenja uzduž zahvatne linije (--- teorijski, *** MKE, o mali zupčanik [7], • veliki zupčanik [7], g/p_{et} – djelomični stupanj prekrivanja profila)

Figure 4. Hertzian stress in internal HCR gearing along the path of contact (--- theoretically, *** FEM, o pinion [7], • wheel [7], g/p_{et} - partial transverse contact ratio)

Proračun napreznaja u korijenu zuba proveden je metodom koja se razlikuje od standardne metode DIN [7]. Metoda DIN zasniva se na napreznajima u onoj točki prijelazne krivulje korijena zuba u kojoj tangenta zatvara kut od 30° sa simetralom zuba, što nije u potpunosti točno jer se ta točka u većini slučajeva razlikuje od točke u kojoj su napreznaja najveća. U metodi za izračunavanje

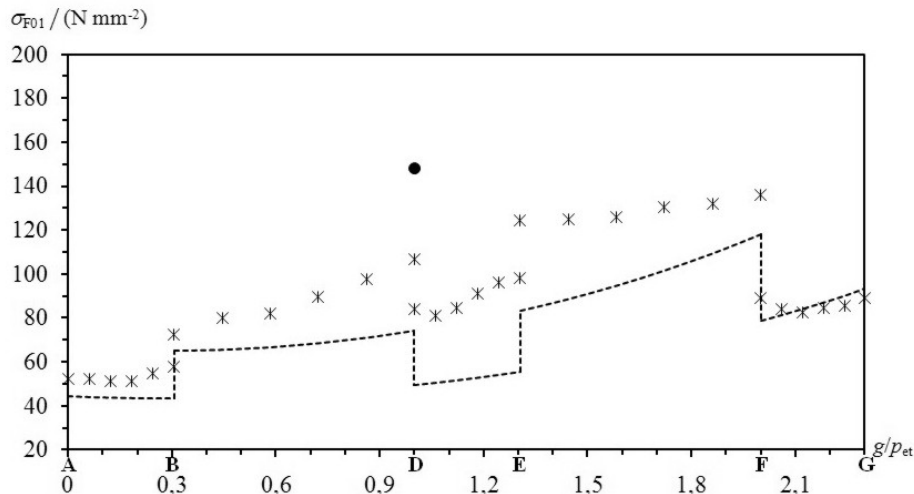
The tooth root stress calculations were performed using a method which differs from the standard DIN-method [7]. The DIN-method is based on stresses in that tooth root fillet point, in which the tangent is set at an angle of 30° to the tooth centerline. That approach is not quite correct, as the maximum stress point, in most cases, deviates from this point. The method used for tooth root stress

naprezanja u korijenu zuba koja je predstavljena u ovom radu koriste se točke u kojima se pojavljuju stvarna maksimalna naprezanja [8].

Naprezanja u korijenu zuba uzduž zahvatnog puta za mali i veliki zupčanik izračunata su teorijski i primjenom metode konačnih elemenata te prikazana na slici 5 i slici 6. Naprezanja u korijenu zuba za mali zupčanik u točki D i veliki zupčanik u točki E izračunata primjenom standardne DIN metode [7] dana su radi usporedbe.

calculations presented in this paper deals with the points in which actual maximal stresses occur [8].

The calculated tooth root stresses along the path of contact for pinion and wheel, both theoretically and according to FEM analysis, are shown in Figures 5 and 6. The tooth root stresses for the pinion at the point D and the wheel at the point E calculated according to the DIN-Standard procedure [7] are also presented for comparison.



Slika 5. Naprezanje u korijenu zuba kod unutarnjeg VPP ozubljenja uzduž zahvatne linije za mali zupčanik (--- teorijski, *** MKE, • DIN [7], g/p_{et} - djelomični stupanj prekrivanja profila)

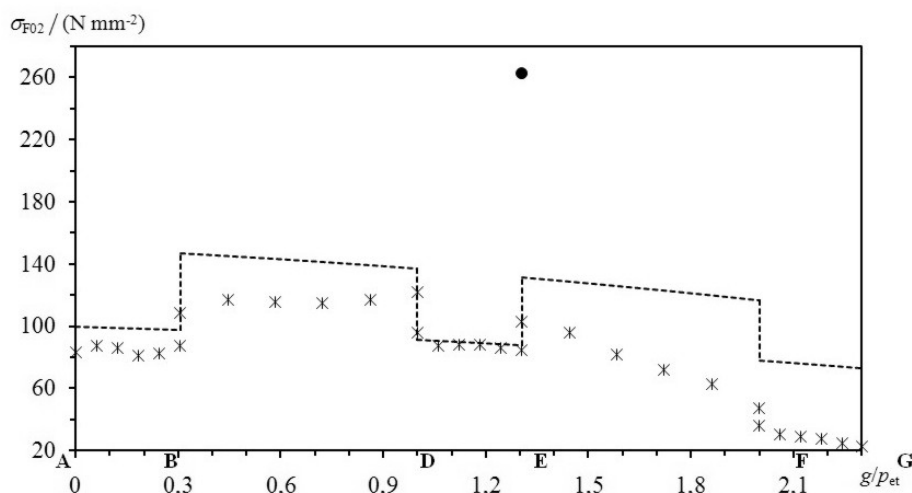
Figure 5. Tooth root stress in internal HCR gearing along the path of contact for pinion (--- theoretically, *** FEM, • DIN [7], g/p_{et} - partial transverse contact ratio)

Analiza naprezanja u korijenu zuba kod unutarnjeg VPP ozubljenja pokazuje da su najveća teorijska naprezanja (---) i najveća naprezanja prema metodi konačnih elemenata (***) bitno niža od vrijednosti dobivenih standardnim DIN postupkom (•) [7], što znači da su vrijednosti dobivene tim postupkom poprilično netočne, iako je pogreška na strani sigurnosti.

To se objašnjava korištenjem određenih aproksimacija u proračunu VPP ozubljenja prema DIN standardu [6, 7]: Naprezanja se izračunavaju korištenjem ukupne sile koja djeluje na zub, iako ona može teorijski iznositi najviše 50% ukupne sile F_{bt} koja djeluje na udaljenosti h_{FADP} od korijena zuba (slika 7). Taj je postupak prihvaćen kako bi se mogle koristiti formule za obične zupčanike kod kojih je $\varepsilon_\alpha < 2$ pa se ta hotimična greška kompenzira pretpostavkom da ukupna sila F_{bt} djeluje na mnogo manjoj udaljenosti h_{FIDP} od korijena nego kod običnih zupčanika.

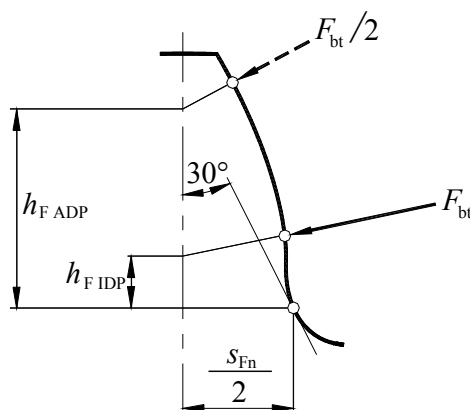
The analysis of the tooth root stresses in internal HCR involute gearing shows that the maximum stress theoretically and according to FEM analysis (***) is significantly lower than the values obtained according to the DIN-Standard procedure (•) [7]. This means that the DIN-Standard calculation gives rather inaccurate results, although they are "on the safe side". This can be explained as a consequence of the fact that the DIN-Standard HCR-gears calculation procedure uses the following approximations [6, 7]:

Stresses are calculated using the total force acting on the tooth, although theoretically it can be at the most 50% of the total force F_{bt} acting at the distance h_{FADP} from the tooth root (Figure 7). This method has been accepted in order to enable the use of formulae for conventional gears with $\varepsilon_\alpha < 2$. In order to compensate for this intentional error, it is assumed that the total force F_{bt} acts at a much shorter distance h_{FIDP} from the tooth root than in the case of conventional gears.



Slika 6. Naprezanje u korijenu zuba kod unutarnjeg VPP ozubljenja uzduž zahvatne linije za veliki zupčanik (---- teorijski, ***MKE, • DIN [7], g/p_{et} - djelomični stupanj prekrivanja profila)

Figure 6. Tooth root stress in internal HCR gearing along the path of contact for wheel (---- theoretically, ***FEM, • DIN [7], g/p_{et} - partial transverse contact ratio)



Slika 7. Točke zahvata za izračunavanje naprezanja u korijenu kod VPP ozubljenja

Figure 7. Decisive meshing point for tooth root stress in HCR gearing [7]

4. ZAKLJUČAK

Provedena je komparativna analiza naprezanja u korijenu zuba te Hertzova naprezanja kod unutarnjeg VPP evolventnog ozubljenja. Rezultati su pokazali da teorijska raspodjela naprezanja i proračuni prema DIN standardu daju niže vrijednosti Hertzova naprezanja u odnosu na vrijednosti dobivene metodom konačnih elemenata, što znači da je potrebno istražiti stvarnu raspodjelu opterećenja uzduž zahvatnog puta kako bi se dobile točnije vrijednosti Hertzova naprezanja. Analizom rezultata također je ustanovljeno da su vrijednosti naprezanja u korijenu zuba dobivene proračunom VPP ozubljenja prema DIN standardu [7] bitno više od onih koje su dobivene teorijskim proračunima ili metodom konačnih elemenata, zbog čega se dobivaju

4. CONCLUSION

A comparative analysis of tooth root and Hertzian stress in internal HCR involute gearing was made. The comparison of the results shows that both the theoretical load distribution and the DIN Standard calculation produces lower Hertzian stress values compared to the values obtained using FEM analysis. The real load distribution along the path of contact must be researched in order to obtain more accurate Hertzian stress values. An analysis of the results has also shown that tooth root stress values according to DIN-Standard HCR-gears calculation [7] are considerably higher than those obtained using theoretical calculations or FEM, with oversized gears as the result.

Also it is obvious that, according to the stress analysis

predimenzionirani zupčanici.

Na temelju analize naprezanja predstavljene u ovom radu, očito je da je proračun prema DIN standardu prikladan samo za standardno evolventno ozubljenje sa $\varepsilon_\alpha < 2$, a ne i za unutarnje VPP ozubljenje. Primjenom metode konačnih elemenata moguće je provesti potpuniju analizu naprezanja kod unutarnjeg VPP ozubljenja, čime se omogućuje pouzdaniji proračun njegove nosivosti. Temeljite preporuke za izračunavanje Hertzova naprezanja kod unutarnjeg VPP evolventnog ozubljenja moći će se dati nakon daljnje analize naprezanja.

Korištenje poboljšanog proračuna predstavljenog u ovom radu može omogućiti konstruiranje prijenosnika s VPP zupčanicima bez pretjeranih faktora sigurnosti, koji zbog toga mogu biti manji, lakši te s manjim gubicima trenja nego kod zupčanika proračunatih putem DIN standarda.

5. POPIS OZNAKA

razmak osi	a , mm
širina zupčanika	b , mm
faktor tjemene zračnosti	c^*
promjer preko glave zuba	d_a , mm
diobeni promjer	d , mm
modul elastičnosti	E , MPa
normalna sila u zahvatu	F_{bt} , N
ukupna tangencijalna sila	F_t , N
visina zuba zupčanika	h , mm
faktor visine glave zuba alata	h_a^*0
modul u normalnom presjeku	m_n , mm
prijenosni omjer	u
faktor pomaka profila	x
efektivni faktor oblika zuba	Y_{FS}
broj zubi zupčanika	z
faktor elastičnosti	Z_E
faktor dodira zuba za mali i veliki zupčanik	$Z_{E,D}$
faktor zone	Z_H
faktor dodira	Z_ε
zahvatni kut	α
stupanj prekrivanja profila	ε_α
faktor zakrivljenosti polumjera zuba alata	ρ_a^*0
relativni radijus zakrivljenosti boka zuba	ρ_r
naprezanje u korijenu zuba	σ_{F0} , MPa
Hertzovo naprezanje	σ_{H0} , MPa
Poissonov koeficijent	ν
ključne točke na zahvatnoj liniji	A, B, D, E, F, G

indeksi:	
mali zupčanik	1
veliki zupčanik	2
točka na zahvatnoj liniji	i
normalni presjek	n
čeonni presjek	t
kružnica odvaljivanja	w

presented in this article, the DIN Standard calculation is appropriate only for standard involute gearing with $\varepsilon_\alpha < 2$ and not for internal HCR gearing. By using finite element method analysis, a more thorough stress calculation in internal HCR gearing can be performed, resulting in a more reliable calculation of their load capacity. Further stress analysis has to be performed in order to formulate some systematic recommendations for the calculation of the Hertzian stress in internal HCR involute gearing.

The use of the improved calculation presented here can enable the design of HCR-gearboxes without unnecessary safety reserves, meaning that they can be smaller and lighter, and consequently the friction losses can also be smaller than would have been the case when using the DIN-Standard calculation.

5. LIST OF SYMBOLS

center distance	a , mm
gear width	b , mm
bottom clearance factor	c^*
tooth tip diameter	d_a , mm
reference diameter	d , mm
modulus of elasticity	E , MPa
normal force during the mesh	F_{bt} , N
total tangential force	F_t , N
gear tooth height	h , mm
tooth addendum factor	h_a^*0
normal module	m_n , mm
transmission ratio	u
addendum modification coefficient	x
effective tooth form factor	Y_{FS}
number of teeth	z
elasticity factor	Z_E
respective pinion/wheel tooth contact factor	$Z_{E,D}$
zone factor	Z_H
contact ratio factor	Z_ε
pressure angle	α
transverse contact ratio	ε_α
tip radius of the cutter tool factor	ρ_a^*0
reduced radius of tooth flank curvature	ρ_r
tooth root stress	σ_{F0} , MPa
theoretical Hertzian stress	σ_{H0} , MPa
Poisson's number	ν
significant points on path of contact	A, B, D, E, F, G

indexes:	
pinion	1
wheel	2
point on path of contact	i
normal section	n
transverse section	t
pitch circle	w

**LITERATURA
REFERENCES**

- [1] Munro, R.G., Yildirim, N.: *Some Measurements of Static and Dynamic Transmission Errors of Spur Gears*, International Gearing Conference, Proc., pp 371-376, University of Newcastle upon Tyne (UK), 1994.
- [2] Villars, F.: *Calcul d'engrenages en developpante non standards pour l'automobile*, 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Proc. Vol I, pp 43-51, Paris, 1999.
- [3] Murrell, P.W.: *Developments in High Powered Marine Epicyclic Gearing 30000 s.h.p., Prototype Trials Results*, International Symposium on Gearing & Power Transmissions, Proc. Vol. II, pp D-3 (255-260), Tokyo, 1981.
- [4] Križan, B., Lovrin, N.: *Some Considerations About the Load Capacity and Efficiency of the HCR-Gears*, 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Proc. Vol. I, pp 329-334, Paris, 1999.
- [5] Križan, B., Basan, R. and Lovrin, N.: *A Contribution to the Optimal Choice of the HCR-Gears Regarding Frictional Losses*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, Zielona Gora (Poland), Vol. 7, pp 249-254, 2002.
- [6] Lovrin, N.: *Load Capacity Analysis of the High Transverse Contact Ratio Involute Gearing, (in Croatian)*, Thesis, Faculty of Engineering, Rijeka (Croatia), 2001.
- [7] *DIN 3990-Standard, Tragfaehigkeitsberechnung von Stirnraedern*, Beuth-Verlag, Berlin, 1987.
- [8] Obsieger, B. and Obsieger, J.: *Zahnformfaktoren von Aussen- und Innenverzahnungen bei der Herstellung im Abwaelzverfahren mit Schneidraedern*, Konstruktion, 32 (1980) 11, pp 443-447.

Primljeno / Received: 17.02.2009.

Prihvaćeno / Accepted: 10.07.2009.

Prethodno priopćenje

Preliminary note

Adresa autora / Authors' address:

Izv. prof. dr. sc. Neven Lovrin, dipl. ing.

Doc. dr. sc. Marina Franulović, dipl. ing.

Željko Vrcan, dipl. ing.

Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

Vukovarska 58

HR-51000 Rijeka,

Hrvatska

neven.lovrin@riteh.hr

marina.franulovic@riteh.hr

zeljko.vrcan@riteh.hr