

## HIDROGEOLOŠKO ZNAČENJE KOEFICIJENTA RECESIJE NA PRIMJERU ISTARSKIH IZVORA

## HYDROGEOLOGICAL SIGNIFICANCE OF RECESSIION COEFFICIENTS AT THE EXAMPLE OF ISTRIAN SPRINGS

KOSTA URUMOVIĆ, ŽELJKO DUIĆ, BRANKO HLEVNJAK

*Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb, Hrvatska*

**Ključne riječi:** koeficijent recesije, slijevno područje, krški vodonosnik

**Key words:** recession coefficient, drainage area, karstic aquifer.

### Sažetak

Hidraulički izvod koeficijenta recesije za shematizirani tip krškoga vodonosnika razvidno izražava hidrogeološke i geometrijske parametre o kojima ovisi veličina ovoga koeficijenta i na tom tragu predstavlja vrlo dragocjen parametar pri identifikaciji vodonosnog sustava. Na primjeru istarskih izvora Bulaž, Gradole i Fonte Gajo koeficijent recesije ukazuje da je slijev izvora Gradole višestruko puta veći od slijevova ostalih istarskih izvora.

### Abstract

Hydraulic extract of discharge coefficient for the type of schematized karstic aquifer clearly expresses hydrogeological and geometrical parameters on which depends the value of this coefficient and is a very valuable parameter in the identification of groundwater system. On the example of Istrian springs Bulaž, Gradole and Fonte Gajo discharge coefficient indicates that the drainage area of Gradole spring is multiple times greater than the drainage area of other Istrian springs.

### Uvod

Pojava recesije izvora može se promatrati na dva načina. Jedan je više hidrološki kada se promatra pojava opadanja protoka na nekom mjernom profilu kao jednom od elemenata u općoj vodnoj bilanci, a drugi je više hidrogeološki kada se promatra pojava isušivanja nagnutoga vodonosnika.

Hidrogeološko proučavanje koeficijenta recesije obično se odnosi na vodonosnike sa sekundarnom poroznošću, poglavito krške vodonosnike, i to je jedini način mogućeg istraživanja hidrogeoloških parametara vodonosnika pri kojemu nije nužno poznavati raspodjelu potencijala i strukture unutar vodonosnoga tijela. Svi drugi pristupi neposrednoga istraživanja u principu zahtijevaju detaljno poznavanje pojedinačnih šupljina unutar diskontinuiranih vodonosnika i potencijala vode u njima. U tom smislu vjerojatno je najrašireniji koncept našega inženjera Krešimira Gjurašina (Gjurašin, 1942,

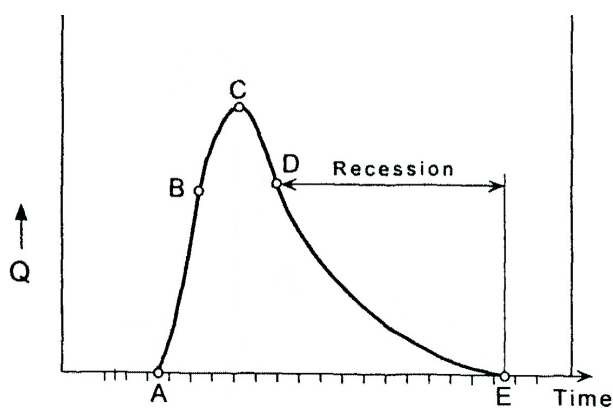
1943) koji je proučavao strujanje vode kroz pojedine krške kanale s ciljem analize pojavljivanja slanah vrela. Kasnije su brojni autori to koristili uz neke ili bez ikakvih preinaka. Drugi je primjer promatranje diskontinuiranih sredina kao hidrauličkog kontinuuma. Takav pristup je primjenom Dupuitovog rješenja radijalnoga toka (Dupuit, 1863) koristio Ognjen Bonacci (Bonacci, 1995; Bonacci & Roje-Bonacci, 2004) pri analizi istjecanja izvora Omble. Pritom je pretpostavljena veličina kuta područja toka  $\pi$ , što je jamačno precijenjeno, no općenito je zanimljivija pretpostavka o kontinuiranom rasprostranjenju konusa depresije unutar krškoga vodonosnika.

Posebnost recesijskih metoda je višestruka, a prednost im je što ne zahtijevaju apriorno poznavanje rasporeda potencijala i pojedinih parametara vodonosnika iako o njima ovisi veličina koeficijenta recesije jer sama metoda izvorno proizlazi iz hidrauličke analize otjecanja iz nagnutoga vodonosnika. To su istovremeno

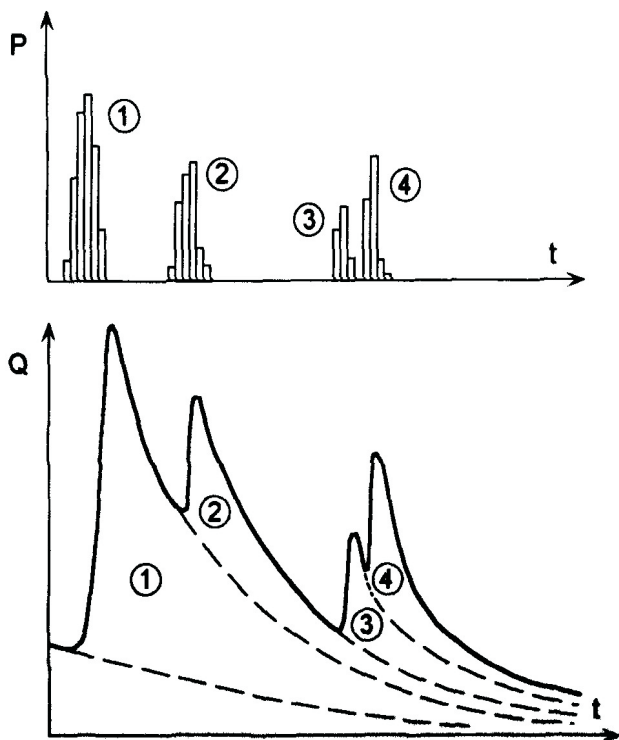
razlozi dugotrajne aktualnosti ovakvih analiza, za koje Bakalowicz (2005) ističe aktualnu nezamjenjivost za procijenu uskladištenih podzemnih voda.

### Hidrološka obilježja krivulje recesije

U hidrološkim analizama se na jediničnom hidrogramu otjecanja izdvajaju četiri osnovna grafička oblika koja izražavaju utjecaj kiše na izdašnost nekog izvora ili potoka. To su: AE –osnovica, AB –rastuća grana, BCD –perjanica (krijesta), DE –padajuća grana koja predočava krivulju recesije (slika 1).



Slika 1 Shematski prikaz sastavnica hidrograma  
 Figure 1 Schematic presentation of hydrogram components



Slika 2. Hidrogram složenog otjecanja (superpozicija vodnih valova)  
 Figure 2 Hydrogram of complex runoff (superposition of water waves)

U hidrogeološkim istraživanjima posebna pozornost posvećuje se recesijskom dijelu krivulje, jer njegov oblik snažno ovisi o hidrogeološkim značajkama vodonosnoga sustava, a njegova matematička identifikacija omogućuje prognozu opadanja izdašnosti u sušnome razdoblju.

U vrijeme izostanka padalina, tj. u neovisnom režimu, izvori i rijeke napajaju se samo podzemnim vodama i predočavaju one zalihe koje su uskladištene u hidrološkom bazenu, vodonosniku ili hidrogeološkoj strukturi tijekom prethodnog kišnog razdoblja. Prema tome, protok izvora ili rijeke u beskišnom razdoblju predstavlja produkt odvodnjavanja jedinstvenoga vodonosnika ili složenog vodonosnog sustava kojim se oni napajaju. Na slici 2 shematski je prikazan primjer otjecanja za slučaj učestalog ponavljanja kišnog razdoblja.

Ideja o načinu povezivanja hidrograma s prethodnim padalinama i pojam jediničnog hidrograma pri analizi protoka nastala je u sklopu hidrogeoloških analiza izvora u slijevu rijeke La Vanne za potrebe vodoopskrbe Pariza koje je prezentirao francuski fizičar Edmond Maillet 1903. godine (Boussinesq, 1904). Do spomenute ideje Maillet je došao prvenstveno temeljem bogatog osobnog iskustva, iako je predložena rješenja temeljio na Fourierovoj (1822) teoriji prenošenja topline i Boussinesqovim (1877) raspravama o rješavanju osnovne diferencijalne jednadžbe toka u vodonosniku. Kasnije teorijske analize uglavnom su potvrđivale njegove empirijske formulacije koje već stotinjak godina predstavljaju snažno sredstvo u hidrološkim i hidrogeološkim istraživanjima.

Krivulja recesije se konstruira nanoseći vrijeme u danima na apscisu i odgovarajuće srednje dnevne količine u  $m^3/s$  na ordinatu. Njen oblik u beskišnom razdoblju posljedica je procesa odvodnjavanja vodonosnika. Početak A na slici 4.b odgovara količini  $Q_0$  na početku promatranog razdoblja odvodnjavanja, a kraj B odgovara osnovnom toku ili u stanovitim slučajevima potpunom odvodnjavanju kada zalihe podzemne vode iznad kote preljeva postaju zanemarive.

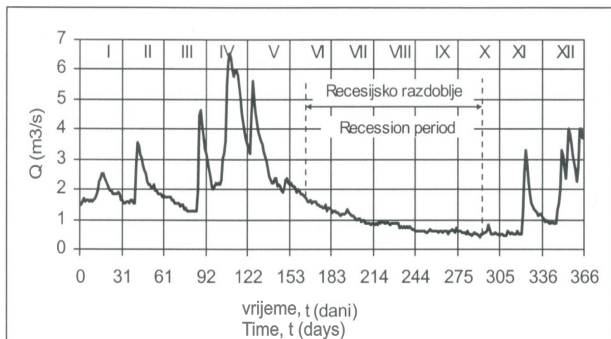
### Hidraulička analiza otjecanja u recesijskom razdoblju

Učinak pojedinih hidrogeoloških čimbenika na koeficijent recesije i njegovo regionalno značenje najbolje se ilustrira hidrauličkim izvodom funkcije recesije.

#### Uzlazni izvor

Razvitak izdašnosti nekoga izvora tijekom recesijskoga razdoblja (slika 3), dakle u sušnome razdoblju kada nema vanjskih utjecaja, a voda pod tlakom istječe kroz neku šupljinu, može se promatrati kao neka funkcija u kojoj je otjecanje povezano s regionalnim geometrijskim obilježjima vodonosnoga sustava i promjenama energijskoga stanja pod utjecajem odvodnjavanja

vodonosnika. Pritom se ne moraju zadovoljiti svi uvjeti kakvi se postavljaju za porozni kontinuum, osim lokalno izraženog uzlaznog karaktera izvora. Takav vodonosni sustav grubo je shematiziran na slici 5.



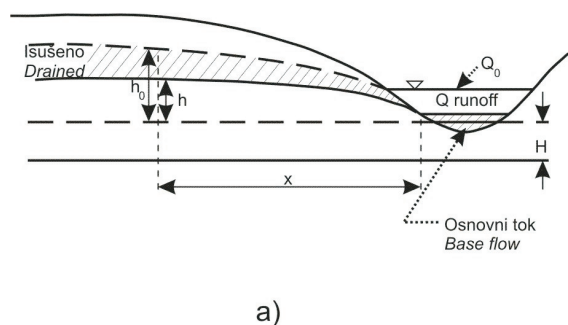
**Slika 3.** Primjer “recesijskoga razdoblja” u hidrogramu izvora Gradole  
**Figure 3** Example of “recession period” at Gradole spring hydrogram

Piezometarska razina  $H$  vodonosnoga sustava predočena je vodnom plohom shematski prikazanom na slici 5. U nekom trenutku  $t_0$  vodna ploha je na visini  $H_0$ . Količina izvorskoga otjecanja  $Q$  može se u skladu s Hagen Poiseuillovim zakonom izraziti odnosom u funkciji razlike potencijala između piezometarske razine vodonosnika i visine izvorskoga preljeva ( $h=H_0-z_{iz}$ ) odnosom

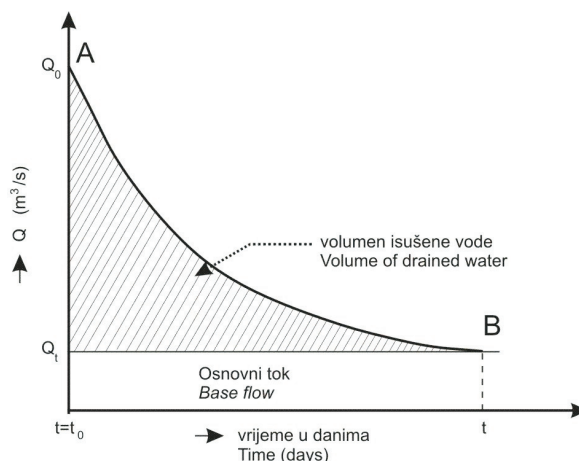
$$Q = Ch \quad (1)$$

gdje je  $h$  nadvišenje piezometarske razine iznad kote izvora, a koeficijetom  $C$  izražavaju se osrednjeni učinci svih ostalih čimbenika toka shematski prikazanoga slikom 5. Tijekom vremenskog isječka između trenutaka  $t$  i  $t + dt$  iz vodonosnika će oteći volumen vode  $Qdt$ , pa se jednačba (1) može izraziti obujmom vode kao:

$$Qdt = Chdt \quad (2)$$



a)



b)

**Slika 4.** Shematizacija značenja recesije u smislu odvodnjavanja podzemnih voda površinskom tekućicom (a) odvodnjavanje zaliha (osjenčenih) koje napajaju rijeku s oznakama razine i dubine vodonosnika u Boussinesqovoj shemi; (b) zalihe podzemne vode ispod krivulja recesije na hidrogramu otjecanja

**Figure 4** Schematic presentation of meaning of the recession in terms of groundwater drainage by surface runoff (a) drainage of reserves (shadowed) that recharge river with marks of level and depth of the aquifer in Boussinesqovoj shemi; (b) Groundwater reserves under the recession curve at runoff hydrogram

Kako pritom izostaje napajanje vodonosnika razina vode će opasti za  $dh$ , pa se taj obujam vode može izraziti i kao reducirani obujam u funkciji površine  $A'$  šupljikavog dijela vodonosnog volumena:

$$Qdt = Chdt = -A'dh \quad (3)$$

s tim da  $A' = An_0$  predstavlja umnožak srednje površine  $A$  na kojoj je razina opala za  $dh$  i ocjedite poroznosti  $n_0$ . Integracijom veličina vodnog obujma izraženog u funkciji od  $h$  dobije se:

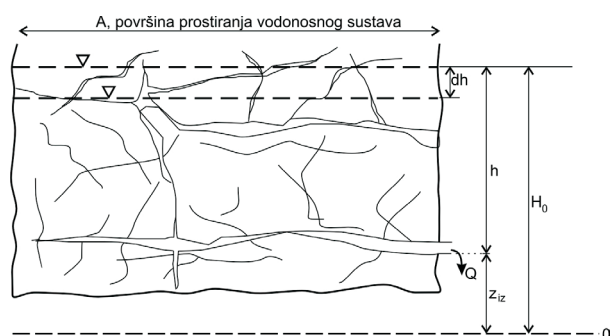
$$t = -\frac{A'}{C} \ln h + C^i, \quad (4)$$

a uvrštavanjem  $h$  iz jednačbe (1) dobije se

$$t = -\frac{A'}{C} \ln \frac{Q}{C} + C^i \quad (5)$$

gdje je  $C^i$ , konstanta integracije koja je određena iz rubnoga uvjeta za početni trenutak  $t = t_0 = 0$ , u kojemu je  $Q = Q_0$ :

$$C^i = \frac{A'}{C} \ln \frac{Q_0}{C} + t_0 \quad (6)$$



Slika 5. Shematizacija odvodnjavanja vodonosnika otjecanjem na uzlaznom izvoru u vrijeme izostanka napajanja vodonosnika

Figure 5 Schematic presentation of aquifer drainage by ascending spring in time without recharge

Uvrštavanjem  $C^i$  u jednadžbu (5) dobije se trenutak  $t$  u kojemu će izdašnost opasti na  $Q$ :

$$t = \frac{A'}{C} \ln \frac{Q_0}{Q} + t_0, \quad (7)$$

a izražavajući jednadžbu. (7) u funkciji protoka u nekom trenutku  $t$  koji slijedi poslije trenutka  $t_0$  dobije se ekspancijalni oblik jednadžbe

$$Q = Q_0 e^{-\frac{C}{A'}(t-t_0)}, \quad (8)$$

gdje je

$$\frac{C}{A'} = \frac{C}{An_0} = \alpha \quad (9)$$

i predstavlja Mailletov koeficijent *isušivanja* ili *otjecanja* ili *recesije* koji ima dimenzije [ $T^l$ ]. Jednadžba (8) obično se piše u obliku

$$Q = Q_0 e^{-(t-t_0)\alpha} \quad (10)$$

Prema tome može se zaključiti da ako u nekom trenutku  $t$  postoji neka izdašnost  $Q_t$  onda će zakon njenoga opadanja u funkciji vremena ostajati neizmjenjen ako se ne promijeni karakter izvora i hidrogeološka svojstva izazvana odvodnjavanjem vodonosnika, te ako nema vanjskih utjecaja.

### Boussinesqov model silaznog izvora

Boussinesqov model nestacionarnog otjecanja iz otvorenoga vodonosnika dovodi do rješenja kakvo se još uvijek koristi za analizu recesije hidrograma. Pritom su osnovne pretpostavke blagi nagibi i plitki vodonosnik, tj. mala debljina u odnosu na horizontalno protezanje, kao

uvjet za izrazito prevladavanje horizontalnoga strujanja. Usporedna ravnina postavljena je na visinu osnovnoga toka gdje je razina  $h=0$ , a podina vodonosnika je ispod nje na dubini  $H$  (slika 4.a). Svojstva vodonosnika izražena su parametrima (Boussinesq: "coefficients spécifiques")  $\mu$  i  $K$  koji ustvari predstavljaju specifično davanje i hidrauličku vodljivost, a funkcija su samo od  $x$  i  $y$ .

Za takve uvjete Boussinesq postavlja jednadžbu kontinuiteta za horizontalno strujanje kroz vertikalnu prizmu visine  $H+h$  i pravokutnoga presjeka  $d\sigma=dx dy$  u kojoj je sadržan obujam vode  $\mu(H+h)d\sigma$ . Pri neustaljenim uvjetima postoji neravnoteža protoka kroz ulazne i izlazne stranice prizme pa ako nema prinosa na vodnoj plohi (kiša, kondenzacije vodene pare ili evaporacija) tada će tijekom vremena  $dt$  doći do promjene obujma vode za iznos  $\mu(dh/dt)d\sigma dt$ . Takvi odnosi opisani su jednadžbom:

$$\mu \frac{dh}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ K(H+h) \frac{dh}{dx} \right] + \frac{d}{dy} \left[ K(H+h) \frac{dh}{dy} \right] \quad (11)$$

Ovakvu nelinearnu jednadžbu Boussinesq analizira za dva ekstremna slučaja. Jedan, kada je dubina  $H$  vrlo velika, no tada se izdašnost izvora ne može izražavati protokom u vodonosniku. Ovdje je zanimljiv drugi slučaj kada se dubina podine približi usporednoj ravnini ( $H \rightarrow 0$ ) pa jednadžba (11) poprimi oblik

$$2\mu \frac{dh}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dh^2}{dx} \right] + \frac{d}{dy} \left[ K \frac{dh^2}{dy} \right] \quad (12)$$

Boussinesq pronalazi rješenje promatrajući razine  $h_0$  i  $h$  u dva različita trenutka s vremenskim rasponom  $t$ , uzimajući pritom da su ove razine međusobno povezane odnosom  $h=h_0 T$  tako da funkcija  $T$  ima početnu vrijednost 1, a ovisna je o vremenu  $t$ . Uvrštavanjem  $h=h_0 T$  u jednadžbu (12) i djeleći je s  $\mu T^2 h$  dobije se izraz

$$2 \frac{T}{T^2} = \frac{1}{\mu h_0} \left[ \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dh_0^2}{dx} \right] + \frac{d}{dy} \left[ K \frac{dh_0^2}{dy} \right] \right] dt \quad (13)$$

u kojemu je član s lijeve strane neovisan o  $x$  i  $y$ , a desni je neovisan o  $t$ , pa se reducira na konstantu  $2\alpha$ . Dakle, direktnom integracijom od granične vrijednosti  $T = \frac{h}{h_0} = 1$  dobiju se odnosi:

$$\frac{1}{T} = 1 + \alpha t, \quad \text{ili} \quad T = \frac{1}{1 + \alpha t},$$

$$h = \frac{h_0}{1 + \alpha t} \quad (14)$$

Specifični protoci  $Kh \frac{dh}{dn}$  odnosno  $\left| Kh_0 \frac{dh_0}{dn} \right| T^2$

kroz svaki vertikalni presjek vodonosnika proporcionalni su s  $T^2$ , pa iz toga slijedi da će izdašnost izvora na granici vodonosnika opadati s inverznim kvadratom:

$$Q = \frac{Q_0}{(1 + \alpha t)^2} \quad (15)$$

Dakle i u ovome odnosu koeficijent isušivanja izražava učinke geometrije i hidrauličkih svojstava vodonosnika, no na drugačiji način u odnosu na jednadžbu (11). Boussinesq (1904) funkciju koeficijenta  $\alpha$  izražava odnosom:

$$\alpha = \frac{3c^2 Kb}{2\mu L^2} \quad (16)$$

gdje je  $K$  hidraulička vodljivost,  $b=h_0$  za  $x=L$ ,  $\mu$  je ocjedita poroznost, odnosno specifično davanje, a  $c$  bezdimenzijski koeficijent. Prema tome koeficijenti isušivanja izraženi jednadžbama (9) i (16) imaju punu analogiju, jer im veličina u brojniku izražava protočnost vodonosnika, a ona u nazivniku izražava njegove dimenzije i ocjeditost. No, pri izvodu svake od njih pretpostavljaju se drugačiji rubni uvjeti na mjestu pražnjenja vodonosnika, tj na izvoru.

### Uobičajene formule otjecanja i njihovo značenje

U literaturi se predlaže više formula za interpretaciju krivulje recesije. One se razvrstavaju na dva osnovna oblika: jedan se naziva Mailletova formula, a drugi se obično naziva Boussinesqova formula.

Mailletova formula je načešće korištena formula krivulje recesije. Njome se opisuje eksponencijalno opadanje količine u funkciji vremena i obično se piše u oblicima:

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha t} = Q_0 e^{t/T_e} \quad (17)$$

gdje je  $Q_t$  - količina u trenutku  $t$  izražena u  $m^3/s$ ;  $Q_0$  - količina na početku odvodnjavanja (trenutak  $t_0$ ) izražena u  $m^3/s$ ;  $e=2.718$ , baza prirodnog logaritma;  $\alpha$ -koeficijent recesije (isušivanja) koji se ponekad izražava i u obliku  $1/T_e$ , gdje je  $T_e$  vrijeme potrebno da inicijalna količina opadne u odnosu s 1 na  $1/e=0,368$ -ni dio svoje inicijalne vrijednosti;  $t$ -vrijeme proteklo od početka odvodnjavanja u danima.

Ta formula omogućuje izračun količine protoka  $Q_t$  u  $m^3/s$  u trenutku  $t$  u funkciji  $Q_0$  na početku odvodnjavanja (trenutak  $t_0$ ) i koeficijenta otjecanja  $\alpha$ . Ako se u račun uzima prolazeći osnovni tok  $q$  jednadžba poprima oblik

$$Q_t - q = (Q_0 - q)e^{-\alpha t} \quad (18)$$

Boussinesqova jednadžba obično se piše u obliku jednadžbe (15) ili

$$\sqrt{Q_t} = \frac{\sqrt{Q_0}}{1 + \alpha t} \quad (19)$$

a u literaturi se pripisuje raznim autorima (tablica 1). Tako ih Castany (1967, 1968) naziva formulama G. Tisona, P. W. Wernera i K. J. Dunsquita, a Kresic (1997) i brojni drugi autorstvo pripisuju Boussinesqu. No sam Boussinesq takvu jednadžbu u stvari izvodi u matematičkoj analizi uvjeta strujanja podzemnih voda u sklopu teorijske analize Mailletove empirijske formulacije u obliku (Boussinesq, 1904):

$$Q = 158,8 + \frac{740}{(1 + 0,12t)^2} \text{ (l/s)}$$

za beskišni režim izvora l'Armentièrs u slijevu rijeke La Vanne koji je korišten za vodoopskrbu Pariza.

Boussinesq režim toka u svojoj raspravi svestrano promatra kao nestacionarnu hidrodinamičku posljednicu stanja u vodonosniku koristeći pritom analogiju s drugim fizikalnim pojavama, prvenstveno s Fourierovim (1822) analizama ohlađivanja tijela i vlastitim raspravama o prigušenju svjetlosti (Boussinesq, 1873). Pritom je bitno da vodonosnik iz kojega se izvor napaja Boussinesq promatra kao otvoreni i susreće se s pitanjima rješavanja nelinearne diferencijalne jednadžbe (12) koju će kasnijim člankom u istom *J. de Mathématiques* (Boussinesq, 1904) teorijski detaljnije razraditi. Uz spomenute dvije razmotrio je treću jednadžbu koju je Maillet primjenio za pojedine izvore: u slijevu La Vanne, a koja je binarni oblik jednadžbe (17):

$$Q = Ae^{-\alpha t} + Be^{-\beta t} \quad (20)$$

Sumirajući analizu Mailletovih formulacija otjecanja na izvorima slijeva La Vanne Boussinesq zaključuje da je u sušnim beskišnim razdobljima prikladan eksponencijalni oblik koji je ekvivalentan jednadžbi (17), tj. protok  $Q$  je proporcionalan  $Ce^{\alpha t}$ , a u slučajevima pojave novih kiša (slika 2) zbroju:

$$Ce^{-\alpha t} + C'e^{-\alpha(t-\tau')} + C''e^{-\alpha(t-\tau'')} + \dots \quad (21)$$

gdje su  $\tau$ ,  $\tau'$ ,  $\tau''$  vremena kasnijih prinosa osrednjenih po cjelom vodonosniku (Boussinesq, 1904).

Dakle, Boussinesqu se može pripisati autorstvo polinomnog oblika jednadžbe recesije za koji se raširenija primjena mogla ostvariti tek primjenom računala.

Ako se promatra sam mehanizam istjecanja podzemnih voda tada prema hidrauličkoj analizi proizlazi da su eksponencijalne jednadžbe oblika (10)

primjerene za uzlazne izvore, a hiperbolne jednadžbe oblika (15) izražavaju preljevni mehanizam iz otvorenoga vodonosnika. Mangin, A. (1975) je objavio primjer izvora koji pri visokim vodostajima izražava obilježja preljevnog, a pri niskim uzlaznoga izvora.

Numerička razlika između jednadžbi (10) i (15) može se ilustrirati njihovim rješenjem za slučaj deseterostruke redukcije protoka ( $Q_0 = 10 Q_t$ ). U tom slučaju se nakon logaritmiranja jednadžba (10) reducira na

$$\alpha = \frac{1}{0,4343t} = \frac{2,3}{t}, \quad (22)$$

a jednadžba (15) na

$$\alpha = \frac{2,16}{t}, \quad (23)$$

pa brojčana razlika iznosi tek oko 6%. Međutim, oblik krivulje koji izražava dinamiku otjecanja podzemnih voda je različit što ukazuje na sustavnost ove razlike. To se može najbolje ilustrirati u polulogaritamskom dijagramu u kojemu je protok Q prikazan u logaritamskom, a vrijeme t u linearnom mjerilu (slike 6, 7).

**Tablica 1.** Pregled nekih literaturnih podataka o izračunu koeficijenta ocjeđivanja  
*Table 1* Review of some references about recession coefficient calculation

Author	Watershed and site	Basic equation	Initial discharge m <sup>3</sup> /s	Recession coefficient day <sup>-1</sup>	Date
Abd, 1953.	Karstic spring, Barada, Libanon	$\sqrt{Q_t} = \frac{\sqrt{Q_0}}{1 + \alpha t}$	5	0,0054	
Magrin, J. 1954:	Specific discharge of Marèges sur la Dordogne basin	$Q = Q_0 e^{-\alpha t}$		0,233	18-30.7. 1926.
Hlavek et Lévêque, 1960	River Lakhdar, High Atlas, Maroko	$\sqrt{Q_t} = \frac{\sqrt{Q_0}}{1 + \alpha t}$	12,5	0,006	Svibanj -kolovoz
Fernandopullé, 1961.	la Fecht, basin Metzeral, Vogež	$Q = Q_0 e^{-(t-t_0)\alpha}$	0,32	0,00746	8.11.-19.12. 1953.
Mégnyen, 1964.	River la Vanne SE of Paris, Cretaceous deposits basin	$Q = Q_0 e^{-(t-t_0)\alpha}$	2,6	0,00312	15.02-15. 12. 1955.
Drogue, 1964.	Karstic spring Lez, N of Montpellier	$Q = Q_0 e^{-(t-t_0)\alpha}$	2	0,0406	
Forkasiewiez et Paloc, 1965.	Karstic spring Foux de la Vis (Grands Causses); Central French basin	$Q = Q_0 e^{-(t-t_0)\alpha}$	1,4	0,0025-0,01	19.05-12.10. 1951
Forkasiewiez et Paloc, 1965.	Karstic spring Foux de la Vis (Grands Causses); Central French basin	$Q = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Q_0^2} + \beta t}}$	1,4	$\beta = 0,0034-0,093$	19.05-12.10. 1951
Forkasiewiez (Castany, 1968)	La Fontaine de Vaucluse, spring in massive karstic limestone	$Q_t - q = (Q_0 - q)e^{-\alpha t}$	120	0,031	4.06 - 26.10. 1915
Forkasiewiez (Castany, 1968)	Vaucluse, spring in massive karstic limestone	$Q_t - q = (Q_0 - q)e^{-\alpha t}$	32	0,034	27.05.- 31.12. 1931.
Milanovic, 1981	Ombla	$Q_t = Q_0 e^{-\alpha_1 t} + \dots + Q_{0n} e^{-\alpha_n t}$	60	$\alpha_1=0,13$ $\alpha_2=0,037$ $\alpha_3=0,0058$	
Urumović i Rubinić, 2000	Spring Gradole in Istria	$Q = Q_0 e^{-\alpha t}$	1	0,0073	1997.

Jednadžbu oblika (15) Boussinesq (1904) potvrđuje analogijom s problemom ohlađivanja tijela i eksponencijalni član preuređuje u odnos:

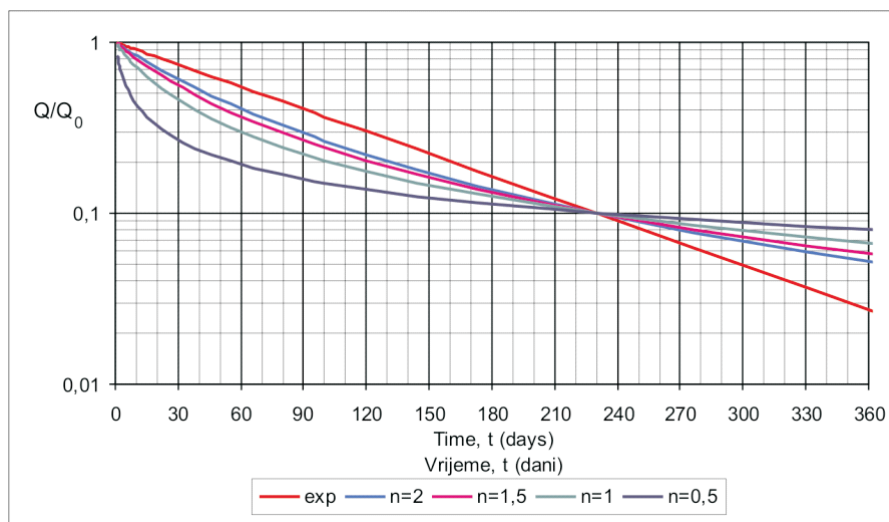
$$\varepsilon \approx \frac{\varepsilon_0 W}{(1 + \alpha t)^\beta}, \quad (24)$$

u kojemu je  $W$  funkcija geometrije vodonosnika („une fonction de  $x$  et de  $y$ ”) koja kod horizontalnih vodonosnika poprima jediničnu vrijednost, a eksponent  $\beta$  dovodi u svezu s geometrijskim karakteristikama toka i uzima njegov raspon od 1 do 2 (Boussinesq, 1904). Veličina eksponenta  $\beta \leq 2$  ponovno se počinje primjenjivati tek u novijim istraživanjima, a uzima se još širi raspon

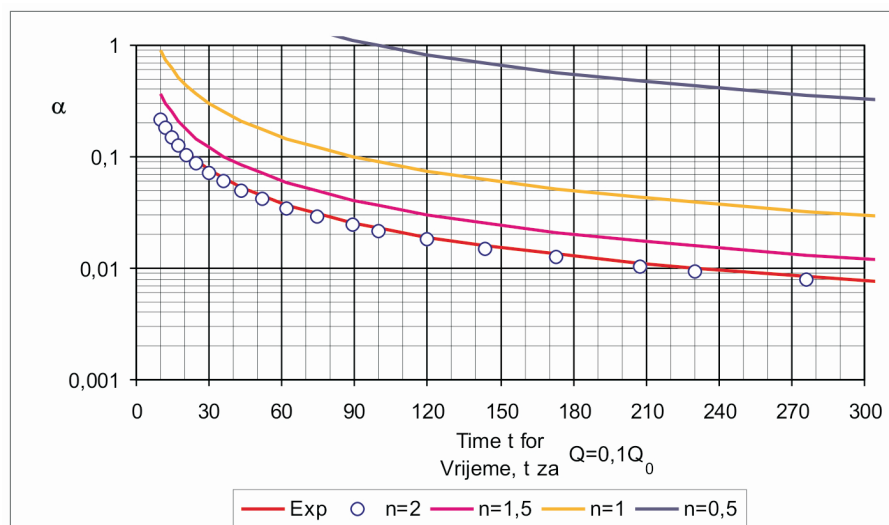
eksponenta  $\beta$  u jednadžbi (24), od 0,5 do 2 (Ford & Williams, 1992), a jednadžba recesije piše se u obliku:

$$Q_t = \frac{Q_0}{(1 + ct)^n}, \quad (25)$$

u kojoj se koeficijent recesije označava znakom  $c$  izražavajući njegovu razliku od klasičnog eksponencijalnog oblika jednadžbe recesije (slika 7). Zanimljivo je da se ovakav učinak nelinearnosti toka može usporediti s učincima odvodnjavanja na parametar nelinearnih gubitaka zdenca kod plitkoga otvorenog vodonosnika.



Slika 6. Slijed recesije protoka za jednadžbe 10, 15 i 25  
 Figure 6 Sequence of discharge recession for equation 10, 15 and 25

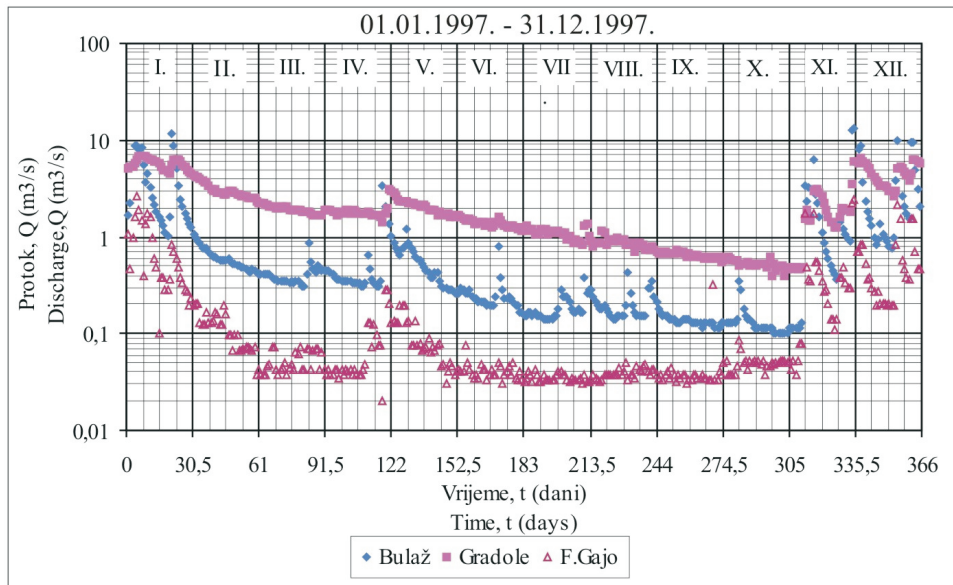


Slika 7. Odnos koeficijenta  $\alpha$  i režima recesije protoka prema jednadžbama 10, 15 i 25  
 Figure 7 Ratio of coefficient  $\alpha$  and discharge recession according to equation 10, 15 and 25

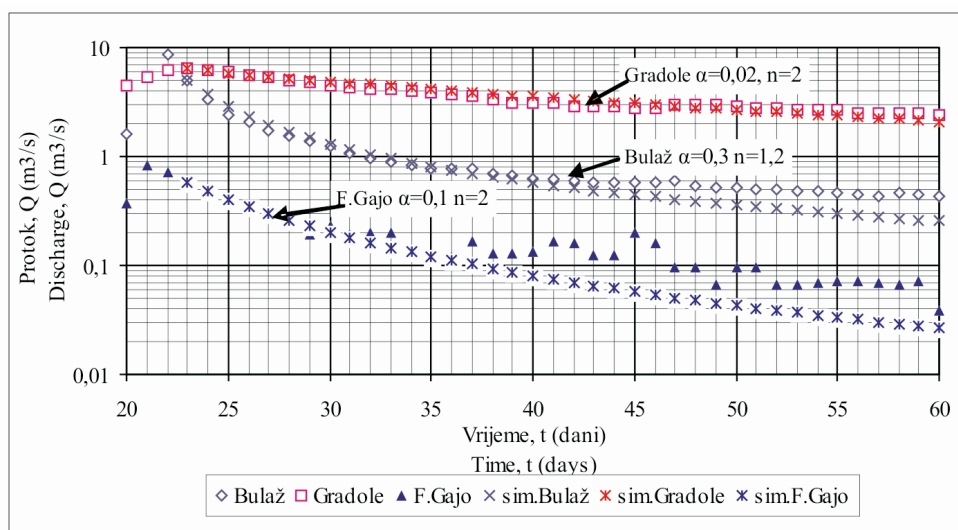
EkspONENT u jednadžbi (25) može se odrediti metodom pokušaja ili izračunati logaritmiranjem jednadžbe (25) za dvije točke na promatranom dijelu

$$\text{hidrograma: } n = \frac{\log(Q_0 / Q_t)}{\log(1 + ct)} \quad (26)$$

Valja naglasiti da se promjenom eksponenta mijenja ne samo oblik krivulje nego i vrijednost koeficijenta isušivanja za isti odnos  $Q_0/Q$  kroz isto vrijeme (slika 7), pa pri regionalizaciji izvorišnih slijevova valja voditi računa ne samo o veličini koeficijenta recesije nego i jednadžbi prema kojoj je on određen (tablica 1). Pri tome prikladnost pojedinih vrsta jednadžbi može biti snažno uvjetovana lokalnim uvjetima izviranja podzemnih voda.



**Slika 8.** Polulogaritamski hidrogram istarskih izvora Bulaž, Gradole i Fonte Gajo tijekom 1997. godine  
**Figure 8** Semilogarithmic hydrogram of Istrian springs Bulaž, Gradole and Fonte Gajo during 1997



**Slika 9.** Usporedba stvarnog hidrograma izvora Bulaž, Gradole i Fonte Gajo i simulirani vremenski slijed otjecanja vodnog vala bez naknadnog napajanja  
**Figure 9** Observed vs. calculated hydrogram of springs Bulaž, Gradole and Fonte Gajo for water wave runoff without additional recharge



### Koeficijent recesije karakterističnih izvora u Istri

U praktičnim primjerima toka teško je izdvojiti savršen jedinični hidrogram, bez padalina na cijelom slijevu promatranog izvora. Važan utjecaj može imati i crpljenje vode ispod kote preljeva odnosno izvora. Za međusobnu usporedbu hidrogeoloških uvjeta u slijevnim područjima pojedinih izvora prikladna je primjena analize otjecanja istoga vala podzemnih voda nakon nekoga razdoblja u kojem je ostvareno intenzivno napajanje podzemnih voda. U ovom slučaju to je primijenjeno za izvore Gradole i Bulaž čiji je slijev u središnjoj Istri, te Fonte Gajo sa slijevom u južnoj Istri. Ovi su izvori uključeni u redovita opažanja Državnoga hidrometeorološkog zavoda. Slijevovi izvora su u pluviometrijski relativno homogenom području u kojemu je nakon intenzivnog napajanja podzemnih voda tijekom siječnja 1997. godine nastupilo beskišno razdoblje od oko dvadesetak dana, a intenzivnije napajanje podzemnih voda nastupilo je tek nekoliko mjeseci kasnije (slika 8).

Krivulja otjecanja slijedila je hiperbolnu Boussinesqovu jednadžbu izraženu modelom jednadžbe (25), s tim da  $n$  za izvore Gradole i Fonte Gajo iznosi 2, a za naglo otjecanje velikih voda na izvoru Bulaž najbolje se opisuje s vrijednošću  $n=1,2$ . Koeficijenti recesije prema jednadžbi

(16) izražavaju odnos transmisivnosti vodonosnog sustava i njegovih geometrijskih karakteristika pa budući je

$$\alpha_{\text{Bulaž}} = 0,3 \text{ dana}^{-1} > \alpha_{\text{Fonte Gajo}} = 0,1 \text{ dana}^{-1} \gg \alpha_{\text{Gradole}} = 0,02 \text{ dana}^{-1}$$

slijedi da je odnos veličine njihovih slijevova u suprotnom smislu, jer se takav odnos koeficijenta recesije ne može tumačiti razlikama u regionalnim transmisivnostima vodonosnih sustava (slika 9). Dugotrajno održavanje visoke izdašnosti izvora Gradole također upućuje na veliko slijevno područje izvora (Urumović i dr. 1997), a svakako bi bilo neostvarivo kada bi površina slijeva ovoga izvora bila podjednaka površinama slijeva izvora Bulaž i Fonte Gajo kako je to pretpostavljeno u ranijim istraživanjima slijevnih površina ovih izvora (slika 10).

Koeficijenti recesije za male vode u pravilu su manji i mogu odgovarati drugačijem modelu jer se propusnost vodonosnoga sustava u pravilu znatno mijenja pri desaturiranju gornjega dijela vodonosnika. Tako je prema ranijim istraživanjima koeficijenta recesije izvora Gradole za male vode utvrđena primjerenost Mailletove jednadžbe i niži koeficijent recesije ( $\alpha_{\text{Gradole}} = 0,0073 \text{ dan}^{-1}$ , Urumović i Rubinić, 2000).



Slika 10. Razvoda izvora Bulaž, Gradole i Fonte Gajo (prema Magdalenic et al., 1986,1987,1995 i Vlahović, 1999)

Figure 10 Water divide of springs Bulaž, Gradole and Fonte Gajo (according to Magdalenic et al., 1986,1987,1995 & Vlahović, 1999)

## Zaključak

Hidrogeološka svojstva krških vodonosnika i hidraulički uvjeti izviranja podzemnih voda imaju razvidan utjecaj na oblik recesijske krivulje tijekom beskišnih razdoblja. Njihov funkcionalni učinak na koeficijent ocjeđivanja može se opisati matematičkim izvedom funkcije istjecanja podzemnih voda. Općenito se može reći da oblik funkcije u polulogaritamskom mjerilu prvenstveno ovisi o hidrauličkim uvjetima u okolišu izviranja podzemnih voda, a nagib krivulje snažno ovisi o dimenzijama vodonosnog sustava.

Krivulje recesije istarskih krških izvora Gradole, Bulaž i Fonte Gajo prikazane u polulogaritamskom mjerilu izražavaju raznolikost uvjeta istjecanja i veličine slijevnih područja. Najznačajnija je razlika upravo u veličini koeficijenta recesije koji je za izvor Gradole za cijeli red veličine manji od koeficijenta recesije izvora Bulaž i Fonte Gajo. Kako regionalne hidrogeološke značajke ležišnih stijena nisu bitno različita, ovakav odnos moguće je objasniti jedino veličinom slijeva izvora Gradole koji je vjerojatno višestruko veći od slijevova ostalih istarskih izvora.

## Zahvala

Provedena analiza načinjena je na temelju podataka ranijih istraživanja zaliha podzemnih voda u poručju Istre, a koja bi u takvom obliku bila neizvediva bez suradnje kolege dr.sc. Josipa Rubinića sa Građevinskoga Fakulteta Sveučilišta u Rijeci te podrške Mladena Nežića dipl. ing. iz Istarskog vodovoda u Buzetu i Dragutina Mihelčića dipl. ing. iz Hidroprojekt-Ing iz Zagreba.

*Accepted: 29.10.2009.*

*Received: 07.08.2009.*

## Literatura

- Abd, I. (1953): Statique et dynamique des eaux dans les massifs calcaires libano-syriens. Colloque Ankara hydrologie zones arides. Unesco, 64-80.
- Bakalowicz, M. (2005): Karst groundwater: a challenge for new resources. *Hydrogeology Journal*, 13, 1, 148-160.
- Bonacci, O. (1995): Groundwater behaviour in karst regions. Example of the Ombla spring (Croatia). *J. Hydrol.* 165 (1-4):113-134.
- Bonacci, O. i Roje-Bonacci, T. (2004): Posebnosti krških vodonosnika. Građevinski godišnjak 2003/04, Hrvatski savez građevinskih inženjera, Zagreb, 89-187.
- Boussinesq J. (1873): Essai sur la théories des eaux courantes. Mémoires des savants étrangers de l'Académie des Sciences de Paris . t. XXIII., No 202.
- Boussinesq J. (1877): Essai sur la théories des eaux courantes. Mémoires présentes par divers savants d'Académie des Sciences de l'Institut National de France. V. XXIII., No1.,1-660.
- Boussinesq J. (1904): Recherche theoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources, *J. Math. Pures appl. Fr. (5)* 10, 5-78, 363-394 (izvorno objavljeno u C. R. Acad. Sci. Paris, Juin 22, 1903.).
- Castany, G. (1967): *Traité pratique des eaux souterraines*, Dunod, Paris, 1-661.
- Castany, G. (1968): *Prospection et exploitation des eaux souterraines*, Dunod, Paris, 1-717.
- Drogue, G. (1964). *Etude géologique et hydrométrique des principales résurgences de la région Nord-Montpellieraine*. Thèse 3e cycle, Montpellier,
- Dupuit, J. (1863): *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables*, 2<sup>ème</sup> ed. Dunod, Paris
- Fernandopullé, D. (1961): *La Fecht. Etude hydrologique*, Thèse 3e cycle, Paris
- Ford, D., C. & Williams, P. W. (1992): *Karst geomorphology and hydrology*, Champan and Hall, University Press Cambridge, 1-562.
- Forkasiewicz, J. et Paloc, H. (1965): *Le régime de tarissement de la Foux de la Vis. Colloque sur l'hydrologie zones des roches fissurées*. Unesco, Dubrovnik, 1-10.
- Fourier J.B.J. (1822): *Théorie Analitique de la Chaleur* . F. Didot, Paris, 1-639.
- Gjurašin, K. (1942): Prilog hidrografiji primorskog krša, *Tehnički vjestnik*, godište 59, br. 4-6, 107-112.
- Gjurašin, K. (1943): Prilog hidrografiji krša, *Tehnički vjestnik*, godište 60 br. 1-2, 1-17.
- Hlavek, R., Lévêque, P. (1960): *Contribution à l'étude hydrogéologique du Haut Atlas de Demnate (Maroko)*. La Houille Blanche. Grenoble
- Kresic, N. (1997): *Hydrogeology and groundwater modeling*. CRC Press, Lewis Publishers, New York, 1-461.
- Magdalenic, A., Jurak, V. & Bonacci, O. (1986): Analysis of a karst spring (Yugoslavia). In: *Karst Water Resources (Proc. of the Ankara - Antalya Symposium, July 1985)*, 359-369. IAHS Publ. no 161.
- Magdalenic, A., Bonacci, O. & Jurak, V. (1987): Sliv izvora Bulaž u središnjoj Istri. *Krš Jugoslavije*, 12/1, 1 - 26, Zagreb.
- Magdalenic, A., Vazdar, T. & Hlevnjak, B. (1995): *Hydrogeology of Gradole Spring Drainage Area in Central Istria*. *Geologica Croatica*, 48/1, 97-106, Zagreb.
- Magrin, J. (1954): *Remarques sur quelques relations entre la pluie et les écoulements dans le bassin versant de l'usine de Marèges, sur la Dordogne*. III<sup>e</sup> Journ. De l'Hydraulique. Soc. Hydrotechnique de France La Houille Blanche, 100-105. Grenoble
- Mangin, A. (1975): *Contribution à l'étude hydrodynamique des aquifères karstique*. Doctorale thèse, Univ. Dijon ;*Annales de Spéléologie*, 1974,29,3, pp283-332 ;1974,29,4, pp495-601 ;1975,30,1, pp21-124.
- Maillet, E. (1903): *Essais d'hydraulique souterraine et fluviale*, Herman et Cie, p. 218, Paris.
- Mégnyen, Cl. (1964): *Observation hydrogéologues sur le S.E. du Bassin de Paris. Les circulations aquifères dan le Jurassique te le Crétacé de l'Yone*. *Mém. B.R.G.M. Paris*, 1-290.
- Milanovic, P.T.(1981): *Karst hydrogeology*, *Water Resources Publ. Colorado*, 1-281.
- Urumović, K., Rubinić, J. (2000): Razvitak izvorišta u funkciji rješavanja vodoopskrbe u Vodoopskrbni sustav Istre, Idejno rješenje sustava izvorišta vode u regionalnom prostoru, Knjiga 1 (ur. D. Mihelčić, Hidroprojekt-ing). 177-198. Zagreb.
- Urumović K., Vazdar, T., Dragičević, I., Tomljenović (1997): *Environmental Impact on Karstic Aquifers in Istria in Western Croatia*. *Karst Waters & Environmental Impacts*, ed. Gunay&Johnson, Balkema, Rotterdam, 45-51.
- Vlahović, T. (1999): *Utjecaj okoliša na podzemne vode u Istri*. Disertacija. Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 1-237