

Rudarsko-geološko-naftni zbornik	Vol. 21	str. 35-46	Zagreb, 2009.
----------------------------------	---------	------------	---------------

UDK 622.276.6:622.245.542.3  
UDC 622.276.6:622.245.542.3

Pregledni rad  
Review

Jezik/Language :Hrvatski/Croatian

# PROIZVODNOST FRAKTURIRANIH HORIZONTALNIH BUŠOTINA

## PRODUCTIVITY OF FRACTURED HORIZONTAL WELLS

STJEPAN ANTOLOVIĆ<sup>1</sup>, MARIN ČIKEŠ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>NABORS International, Inc., Houston, Texas, SAD

<sup>2</sup>Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb, Hrvatska

**Ključne riječi:** horizontalne bušotine, hidrauličko frakturiranje, poprječne pukotine, uzdužne pukotine.

**Key words:** horizontal wells, hydraulic fracturing, transversal fractures, longitudinal fractures.

### Sažetak

Posljednja dva desetljeća povećan je interes za bušenje i opremanje horizontalnih bušotina. Horizontalne bušotine, u usporedbi s vertikalnim, imaju velike prednosti u tankim ležištima, te u ležištima s većom vertikalnom propusnošću i ležištima u kojima postoji opasnost od konusiranja vode i plina. U mnogim ležištima je odnos horizontalne i vertikalne propusnosti značajno veći od jedan i često iznosi blizu 10. Stoga je pogodno takva ležišta hidraulički frakturirati. Hidrauličkim frakturiranjem se stvara jedna ili više pukotina, koje mogu biti uzdužne ili poprječne. Time se mijenja oblik protjecanja koji se većinom odvija horizontalno kroz ležište prema pukotinama, te dalje kroz njih prema horizontalnom dijelu kanala bušotine. Takvim izmijenjenim protokom fluid se proizvodi brže, uz manje gubitke tlaka po jedinici objuma proizvedenog fluida. U radu su izloženi neki od postojećih matematičkih modela za određivanje proizvodnosti višestruko frakturiranih horizontalnih bušotina.

### Abstract

The interest and performance of horizontal drilling and completions has increased during the last two decades. Horizontal wells are advantageous compared to vertical wells in thin reservoirs, reservoirs with favorable vertical permeability and reservoirs with water and gas coning problems. In many reservoirs, the ratio of horizontal permeability to the vertical permeability is substantially larger than one and often is close to 10. Thus, these reservoirs are very good candidates for hydraulic fracturing. By hydraulic fracturing one or more fractures are created, which can be longitudinal or orthogonal. By that, flow is altered and it mostly conducts horizontally through reservoir toward horizontal wellbore. With this altered flow, fluid is produced faster, with less pressure loss by fluid unit of produced fluid. Some of the existing mathematical models to determine the productivity of multifractured horizontal wells are presented in this work.

### Uvod

Proizvodnja nafte i plina iz slabo propusnih ležišta može se značajno poboljšati hidrauličkim frakturiranjem ili izradom horizontalnih bušotina. U posljednja dva desetljeća povećan je interes za bušenje i opremanje horizontalnih bušotina. U usporedbi s vertikalnim, horizontalne bušotine imaju velike prednosti u tankim ležištima, ležištima s dobrom vertikalnom propusnošću, te u ležištima u kojima postoji opasnost od konusiranja vode i plina. Za daljnje poboljšanje proizvodnosti, horizontalnu bušotinu se može frakturirati na nekoliko mjesta uzduž horizontalnog dijela kanala bušotine. Višestruko

frakturiranje horizontalnih bušotina pokazalo se korisnim i uspješnim postupkom za povećanje proizvodnosti (Economides i Nolte, 2000; Milne, 1991; Wright, 1991).

Utjecaj hidraulički stvorenih pukotina na ponašanje dinamičkog tlaka intenzivno se proučava posljednjih nekoliko desetljeća. Gringarten, Ramey i Raghavan (Gringarten et al., 1975) konstruirali su tipske krivulje i dali osnovne jednadžbe za vertikalnu bušotinu presječenu vertikalnom pukotinom beskonačne (neograničene) vodljivosti. Cinco-Ley, Samaniego i Dominguez (Cinco-Ley et al., 1978; Cinco-Ley i Samaniego-V., 1981) izložili su opća rješenja za ponašanje tlaka u vertikalnoj bušotini presječenoj vertikalnom pukotinom konačne (ograničene)

vodljivosti. Larsen i Hegre (Larsen i Hegre, 1991) izložili su opća rješenja za višestruko frakturirane horizontalne bušotine. Izložena su rješenja Laplaceovih transformacija za ponašanje tlaka u prijelaznom (transient) periodu, u sustavu poprječnih i uzdužnih pukotina konačne vodljivosti, presječenih horizontalnom bušotinom. Rješenja su semianalitička, slično Cinco-Leyevom pristupu za frakturirane vertikalne bušotine.

Ovaj rad je sažeti prikaz diplomskog rada (Antolović, 2007), a temelji se na egzaktnim rješenjima Larsena i Hegrea za tlak u prijelaznom (transient) periodu. Krivulje bezdimenzionalnog efektivnog radijusa bušotine, za jednostruko i višestruko frakturirane horizontalne bušotine, izrađene su na temelju ponašanja tlaka tijekom pseudoradijalnog protoka (Hegre i Larsen, 1994). Pritom su razmatrane i poprječne i uzdužne pukotine. Izračunati bezdimenzionalni efektivni radijus bušotine valjan je za pseudoradijalni protok, u stacionarnom ili polustacionarnom stanju, uz uvjet da je radijus crpljenja bušotine jednak ili veći od stimulirane duljine bušotine.

### Temeljne jednadžbe za protok u pukotini konačne vodljivosti

Za izvode osnovnih jednadžbi pretpostavljeno je izotropno i u svim smjerovima neograničeno ležište. Također se pretpostavlja da je ležišni fluid male i konstantne stlačivosti,  $c_p$ , i viskoznosti,  $\mu$ , a porozni medij ima propusnost  $k$ , šupljikavost  $\phi$  i početni ležišni tlak  $p_i$ . Horizontalna bušotina je presječena pukotinom koja ima propusnost  $k_p$ , širinu  $w_p$ , šupljikavost  $\phi_p$  i ukupnu stlačivost  $c_{fp}$ . Pretpostavljeno je da su poprječne pukotine kružnog, a uzdužne pravokutnog oblika. Za obje vrste pukotina razvijena su rješenja Laplaceovim transformacijama za pukotinu jednolikog utoka u neograničenom trodimenzionalnom ležištu, iz kojih su izvedena osnovna rješenja za protok prema pukotinama konačne vodljivosti, presječenim horizontalnim kanalom bušotine, koristeći isti pristup kao i za vertikalne bušotine (Cinco-Ley et al., 1978). Detaljan izvod rješenja dan je u radu Larsena i Hegrea (Larsen i Hegre, 1991).

#### Poprječna vertikalna pukotina konačne vodljivosti

Za pojedinu poprječnu pukotinu, opće rješenje za dinamički tlak u bušotini,  $p_{wf}$ , slijedi iz definicije bezdimenzionalnog pada tlaka,  $p_{wD}$ , danog jednadžbom (Larsen i Hegre, 1991; Čikeš, 1995):

$$\frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{qB\mu} = p_{wD}(t_{Df}, C_{fD}, \eta_{fD}, r_{wD}, h_D) \quad (1.1)$$

gdje  $p_{wD}$  predstavlja bezdimenzionalni pad tlaka, a

$$t_{Df} = \frac{kt}{\Phi\mu c_f r_f^2} \quad (1.2)$$

označava bezdimenzionalno vrijeme,

$$C_{fD} = \frac{k_f w_f}{kr_f} \quad (1.3)$$

označava bezdimenzionalnu vodljivost pukotine,

$$\eta_{fD} = \frac{\eta_f}{\eta} \quad (1.4)$$

označava bezdimenzionalnu hidrauličku difuzivnost pukotine,

$$r_{wD} = \frac{r_w}{r_f} \quad (1.5)$$

označava bezdimenzionalni radijus bušotine, te

$$h_D = \frac{h}{r_f} \quad (1.6)$$

označava bezdimenzionalnu debljinu ležišta.

#### Uzdužna vertikalna pukotina konačne vodljivosti

Za pojedinu uzdužnu pukotinu, opće rješenje za dinamički tlak u bušotini,  $p_{wf}$ , također slijedi iz definicije bezdimenzionalnog pada tlaka

$$\frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{qB\mu} = p_{wD}(t_{Df}, C_{fD}, \eta_{fD}, y_{fD}, h_D) \quad (1.7)$$

gdje su  $t_{Df}$ ,  $C_{fD}$ ,  $\eta_{fD}$  i  $h_D$  dani jednadžbama (1.2), (1.3), (1.4) i (1.6) s tim da se u njima  $r_f$  zamijeni s  $x_f$ , te gdje

$$y_{fD} = \frac{y_f}{x_f} \quad (1.8)$$

označava bezdimenzionalnu poluduljinu uzdužne pukotine.

#### Horizontalna bušotina presječena pukotinom

Opsežna studija dinamičkog tlaka u prijelaznom periodu za horizontalnu bušotinu presječenu poprječnom ili uzdužnom pukotinom dana je u radu Larsena i Hegrea (Larsen i Hegre, 1994). Temeljem sličnog pristupa, iz dinamičkog tlaka u prijelaznom periodu, određen je i bezdimenzionalni efektivni radijus bušotine za pseudoradijalni protok (Hegre i Larsen, 1994).

### Poprječna vertikalna pukotina konačne vodljivosti

Ponašanje tlaka horizontalne bušotine presječne poprječnom pukotinom konačne vodljivosti, kružnog oblika, dano je tipskim krivuljama prikazanim na slici 1. Log-log dijagram bezdimenzionalnog tlaka,  $p_{wD}$  (puna crta) i njegove derivacije (isprekidana crta) dan je za vrijednosti bezdimenzionalne vodljivosti pukotine  $C_{fD}$  u rasponu od 1 do 1000. Bezdimenzionalni radijus je  $r_{wD}=0,001$  i bezdimenzionalna visina  $h_D=2$ .

Na slici 1. se može vidjeti da prijelazni period uključuje nekoliko režima protoka. U početku se javlja radijalni protok u pukotini, karakteriziran konstantnom derivacijom tlaka po vremenu. Nakon toga sustav može pokazivati radijalno-linearni protok, također karakteriziran konstantnom derivacijom tlaka ili ležišni linearni protok karakteriziran derivacijom tlaka koja pada na pravac nagiba 1/2. Ležišni linearni protok će se razviti samo u pukotinama visoke vodljivosti ( $C_{fD}>100$ ), a njegovo trajanje je proporcionalno bezdimenzionalnoj vodljivosti pukotine. Za vrijednosti  $C_{fD}$  manje od 100 redovito će se razviti radijalno-linearni protok. U svim slučajevima sustav će doseći period pseudoradijalnog protoka, s konstantnom derivacijom tlaka jednakom 0,5. U periodu pseudoradijalnog protoka, za  $C_{fD} < 100$ , bezdimenzionalni tlak je strogo ovisan o bezdimenzionalnoj vodljivosti pukotine.

Tijekom pseudoradijalnog protoka, ponašanje bezdimenzionalnog tlaka je slično rješenju za radijalni protok u homogenom ležištu, sa skin faktorom kao posljedicom utjecaja pukotine. Tada se izraz za bezdimenzionalni tlak može pisati kao (Čikeš, 1995):

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \left( \ln \frac{t_{Df}}{r_{wD}^2} + 0,80907 \right) + s(C_{fD}, r_{wD}, h_D) \quad (1.9)$$

Efektivni radijus bušotine,  $r_{we}$ , definiran je tako da uključuje skin faktor,  $s$ , zbog utjecaja pukotine:

$$r_{we} = r_w e^{-s} \quad (1.10)$$

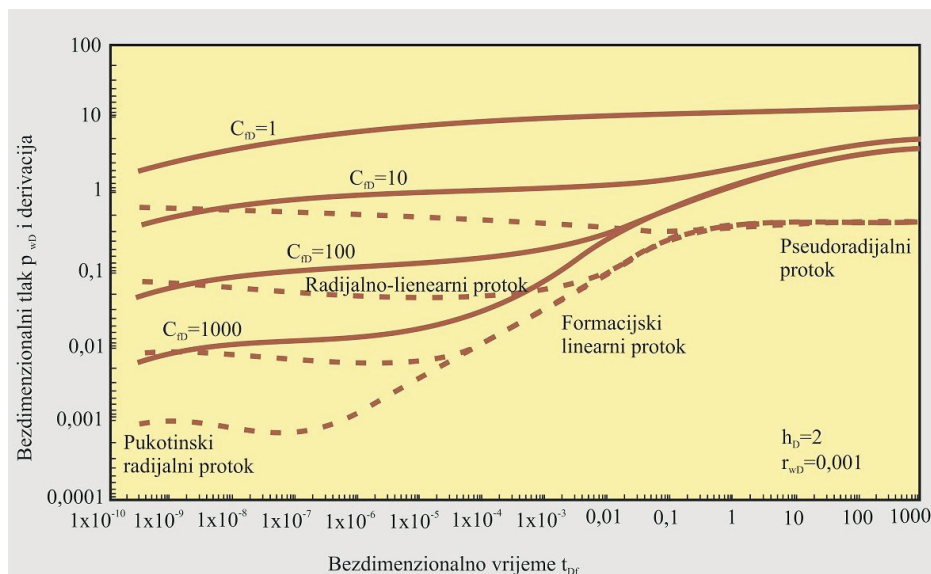
a njegov bezdimenzionalni oblik je:

$$r_{weD} = \frac{r_{we}}{r_f} \quad (1.11)$$

Kao i skin faktor, bezdimenzionalni efektivni radijus je funkcija bezdimenzionalne vodljivosti pukotine,  $C_{fD}$ , bezdimenzionalnog radijusa bušotine,  $r_{wD}$  i bezdimenzionalne debljine ležišta,  $h_D$ . Zato se, tijekom pseudoradijalnog protoka, frakturirana bušotina ponaša kao nefrakturirana s efektivnim radijusom bušotine danim jednadžbom (1.10). Nakon uvođenja jednadžbi (1.10) i (1.11) u jednadžbu (1.9), jednadžba bezdimenzionalnog tlaka glasi:

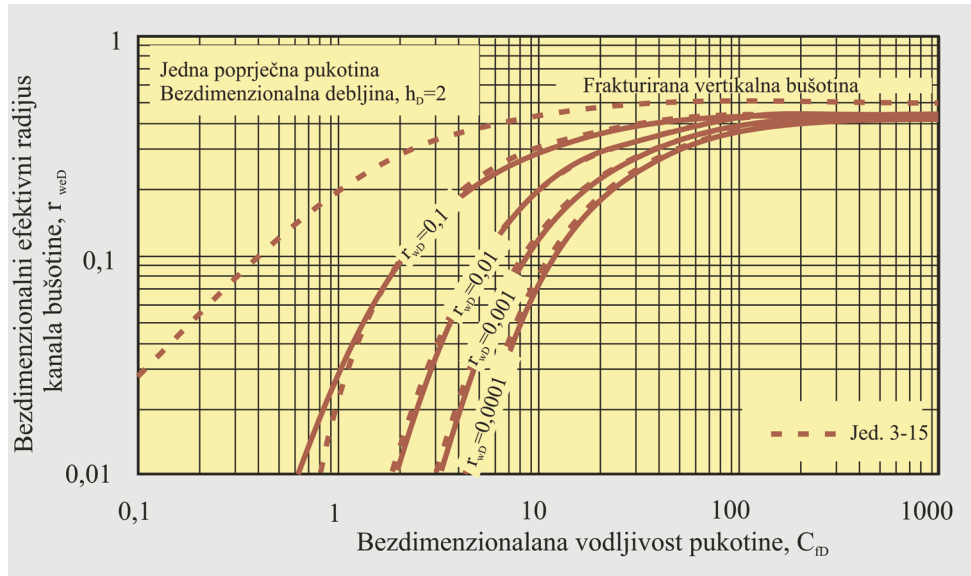
$$p_{wD} = \frac{1}{2} \left( \ln \frac{t_{Df}}{r_{weD}^2} + 0,80907 \right) \quad (1.12)$$

Za stimuliranu horizontalnu bušotinu, gdje je promjer pukotine jednak debljini ležišta, tj.  $h_D=2$ , korespondirajući bezdimenzionalni efektivni radijus bušotine je dan kao funkcija  $C_{fD}$  i  $r_{wD}$  na slici 2. (puna crta).



Slika 1. Bezdimenzionalni tlak u funkciji bezdimenzionalnog vremena za horizontalnu bušotinu presječenu jednom poprječnom pukotinom Hegre i Larsen, 1994)

Figure 1 Dimensionless pressure as a function of dimensionless time for a horizontal well intercepted by a single transverse fracture. (Hegre and Larsen, 1994)



**Slika 2.** Bezdimezionalni efektivni radijus bušotine u funkciji bezdimezionalne vodljivosti pukotine za horizontalnu bušotinu presječenu poprječnom pukotinom (Hegre i Larsen, 1994)

**Figure 2** Dimensionless effective wellbore radius as a function of dimensionless fracture conductivity for a horizontal well intercepted by a transverse fracture (Hegre and Larsen, 1994)

Treba istaknuti da za velike vrijednosti  $C_{fD}$  bezdimezionalni radijus bušotine iznosi približno 0,44. Za usporedbu, vertikalna bušotina presječena beskonačno vodljivom pukotinom ima efektivni radijus bušotine 0,5 (Cinco-Ley i Samaniego-V., 1981). Za frakturiranu horizontalnu bušotinu,  $C_{fD}$  vrijednosti pri kojima se pukotina ponaša kao beskonačno vodljiva ovise o bezdimezionalnom radijusu bušotine. Ipak, za  $C_{fD} \geq 1000$ , bezdimezionalni efektivni radijus bušotine  $r'_{weD}$  je veći od 0,43 za sve vrijednosti  $r_{wD}$ . Razlika između efektivnog radijusa bušotine za horizontalnu i vertikalnu stimuliranu bušotinu s pukotinom beskonačne vodljivosti posljedica je različitih površina pukotine. Za vertikalnu bušotinu se pretpostavlja pukotina pravokutnog oblika, dok se za horizontalnu bušotinu s poprječnom pukotinom pretpostavlja kružni oblik.

Efektivni radijus stimulirane horizontalne bušotine značajno ovisi o bezdimezionalnoj vodljivosti pukotine zbog ograničenog kontakta između bušotine i pukotine. Stoga je važno stvoriti pukotine velike vodljivosti. U pravilu, bezdimezionalna vodljivost pukotine treba biti veća od 10.

Uz pretpostavku da se pad tlaka u pukotini može predstaviti polustacionarnim izrazom za radialni protok, bezdimezionalni efektivni radijus horizontalne bušotine presječene pukotinom kružnog oblika može se aproksimirati kao

$$r'_{weD} = \frac{r'_{weD}}{e^{C_{fD} \left( \ln \frac{1}{r_{wD}} - \frac{3}{4} \right)}} \quad (1.13)$$

gdje  $r'_{weD}$  označava bezdimezionalni efektivni radijus bušotine za beskonačno vodljivu pukotinu kružnog oblika. Vrijednosti  $r_{weD}$  izračunate jednadžbom (1.13) uspoređene su s vrijednostima  $r_{weD}$  dobivenim temeljem semianaličkih rješenja, prikazanim na slici 2. Jednadžba (1.13) daje točne vrijednosti, osim za  $C_{fD} < 2$ . Općenitije rješenje  $r_{weD}$  može se aproksimirati izrazom

$$r'_{weD} = \frac{r'_{weD}}{e^{\frac{h_D}{2C_{fD}} \left( \ln \frac{4A_f}{e^{\gamma} C_{Af} r_w^2} \right)}} \quad (1.14)$$

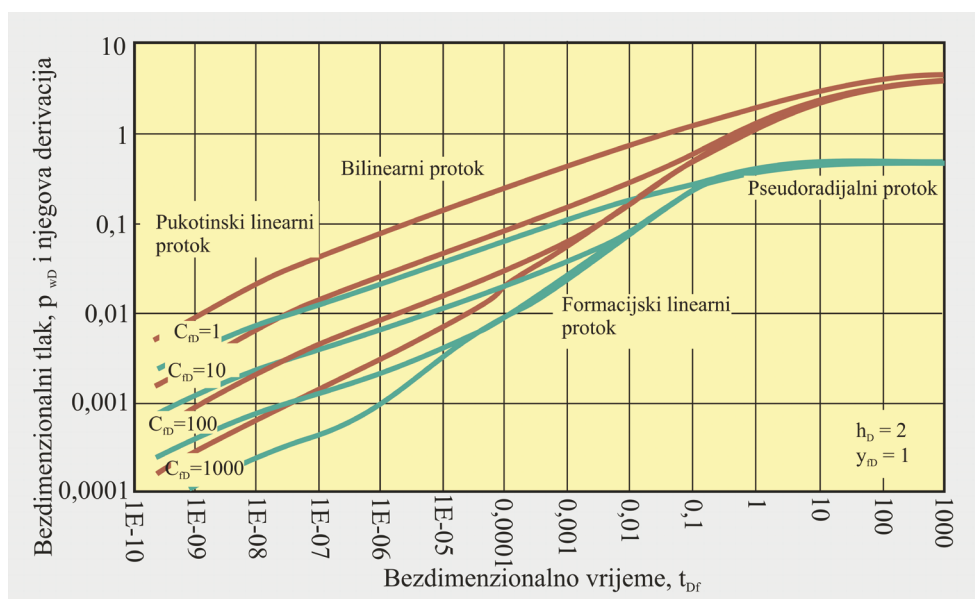
gdje je  $A_f$  površina pukotine,  $\gamma=0,57721$  Eulerova konstanta, a  $C_{Af}$  faktor oblika za frakturiranu bušotinu. Faktor oblika ovisi o obliku pukotine i položaju bušotine u ravnini pukotine, te je identičan faktorima oblika danim za vertikalne bušotine (Earlougher, 1977). Dakle, znajući bezdimezionalni efektivni radijus bušotine za horizontalnu bušotinu presječenu poprječnom pukotinom beskonačne vodljivosti, s pomoću jednadžbe (1.14) moguće je izračunati odgovarajuće vrijednosti  $r'_{weD}$  za pukotinu konačne vodljivosti. Za pukotine pravokutnog oblika  $r'_{weD}$  je približno 0,5.

### Uzdužna vertikalna pukotina konačne vodljivosti

Tipske krivulje bezdimenzionalnog tlaka u funkciji bezdimenzionalnog vremena, za horizontalnu bušotinu presječenu uzdužnom vertikalnom pukotinom konačne vodljivosti, kvadratnog oblika ( $y_{fd}=1$ ) dane su na slici 3. Vrijednosti  $C_{fd}$  su u rasponu od 1 do 1000.

Slika 3. pokazuje temeljna obilježja ponašanja tlaka u prijelaznom periodu. U početku postoji linearni protok u pukotini karakteriziran tlakom koji slijedi pravac

nagiba 1/2. Nakon toga sustav može pokazivati bilinearni protočni period, karakteriziran tlakom koji slijedi pravac nagiba 1/4. S vremenom se može razviti i ležišni linearni protok, karakteriziran tlakom koji slijedi pravac nagiba 1/2, nakon čega sustav doseže pseudoradijalni protok. Linearni ležišni i pseudoradijalni protočni periodi su slični za poprječne i uzdužne pukotine. Jedino su im početni protočni periodi drugačiji. Tijekom pseudoradijalnog protoka, za  $C_{fd} < 10$ , bezdimenzionalni tlak bitno ovisi o bezdimenzionalnoj vodljivosti pukotine.



Slika 3. Bezdimenzionalni tlak u funkciji bezdimenzionalnog vremena za horizontalnu bušotinu presječenu jednom uzdužnom pukotinom (Hegre i Larsen, 1994.)

Figure 3 Dimensionless pressure as a function of dimensionless time for a horizontal well intercepted by a single longitudinal fracture (Hegre and Larsen, 1994)

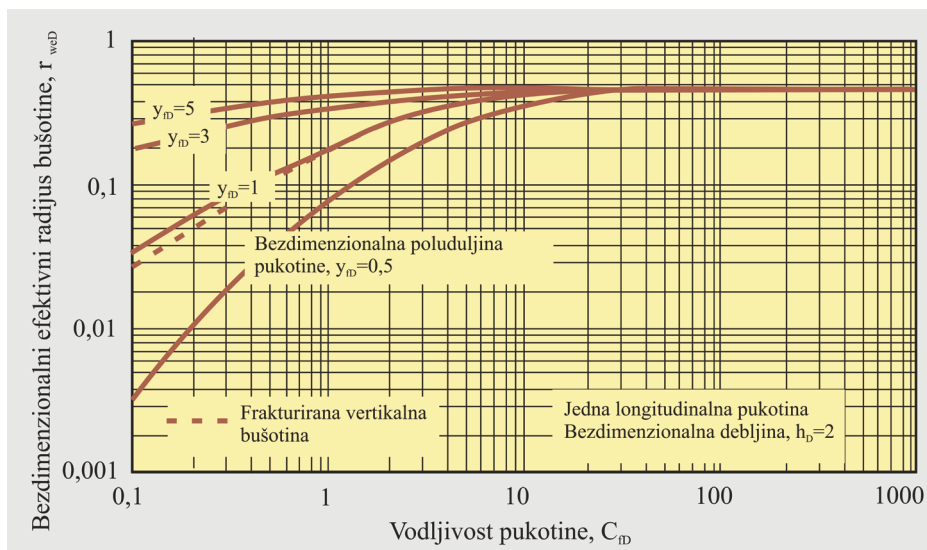
Utjecaj pukotine u pseudoradijalnom protoku može se predstaviti skin faktorom, pa je tada bezdimenzionalni tlak dan jednadžbom

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \left( \ln \frac{t_{Df}}{r_{wD}^2} + 0,80907 \right) + s(C_{fd}, y_{fd}, h_D) \quad (1.15)$$

Slično kao i za horizontalnu bušotinu presječenu poprječnom pukotinom, skin faktor se i ovdje može predstaviti bezdimenzionalnim efektivnim radijusom bušotine

$$r_{weD} = \frac{r_{we}}{y_f} \quad (1.16)$$

koji je funkcija bezdimenzionalne vodljivosti pukotine  $C_{fd}$ , bezdimenzionalne poluduljine pukotine uzduž kanala bušotine  $y_{fd}$  i bezdimenzionalne debljine ležišta  $h_D$ . Za stimulirane horizontalne bušotine s pukotinom koja potpuno prodire kroz ležište, tj.  $h_D = 2$ , odgovarajući bezdimenzionalni efektivni radijus stimulirane bušotine je dan kao funkcija  $C_{fd}$  i  $y_{fd}$  na slici 4. Slika također uključuje krivulju bezdimenzionalnog efektivnog radijusa vertikalne bušotine presječene vertikalnom pukotinom. Kao što se vidi, ona se dobro poklapa s krivuljom za horizontalnu bušotinu s pukotinom kvadratnog oblika, što znači da je bezdimenzionalni radijus bušotine za pukotinu kvadratnog oblika relativno neovisan o smjeru bušotine.



**Slika 4.** Bezdimenzionalni efektivni radijus u funkciji bezdimenzionalne vodljivosti pukotine za horizontalnu bušotinu presječenu uzdužnom pukotinom (Hegre i Larsen, 1994.)

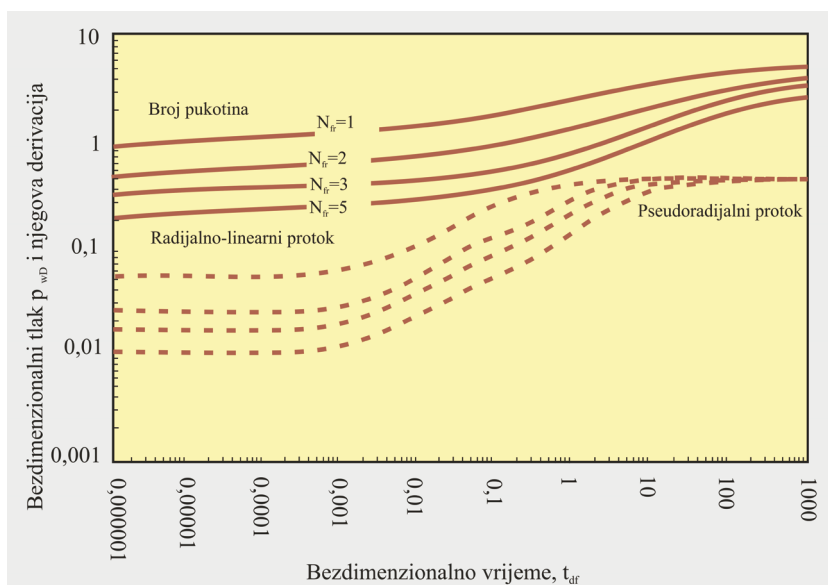
**Figure 4** Dimensionless effective wellbore radius as a function of dimensionless fracture conductivity for a horizontal well intercepted by a longitudinal fracture (Hegre and Larsen, 1994)

Bezdimenzionalni efektivni radijus horizontalne bušotine stimulirane uzdužnom pukotinom općenito je veći od onoga koji se dobiva vertikalnom stimuliranom bušotinom, ako je duljina pukotine uzduž bušotine veća od debljine ležišta ( $y_f > h$ ). Za velike uzdužne pukotine, tj. za veliki  $y_{fD}$ , bezdimenzionalni efektivni radijus bušotine iznosi približno 0,5 čak i za male vrijednosti  $C_{fD}$ . Bezdimenzionalni efektivni radijus horizontalnih bušotina presječenih uzdužnim pukotinama je veći od onoga koji je izračunat za horizontalnu bušotinu presječenu jednom

poprječnom pukotinom s korespondirajućim parametrima pukotine.

#### Višestruko frakturirana horizontalna bušotina

Na slici 5 prikazano je ponašanje horizontalne bušotine presječene s nekoliko poprječnih pukotina male vodljivosti (Larsen i Hegre, 1994). Log-log dijagram bezdimenzionalnog tlaka  $p_{wD}$  i njegove derivacije prikazan je za bušotinu s jednom i više (2, 3 i 5) poprječnih pukotina.



**Slika 5.** Bezdimenzionalni tlak u funkciji bezdimenzionalnog vremena za horizontalnu bušotinu presječenu s nekoliko poprječnih pukotina (Larsen i Hegre, 1994.)

**Figure 5** Dimensionless pressure as a function of dimensionless time for a horizontal well intercepted by multiple transverse fracture. (Hegre and Larsen, 1994)

Udaljenost između pukotina je identična promjeru pukotine ( $d=2r_f$ ). Bezdimezionalna vodljivost pukotine,  $C_{fd}$ , je 10.

Tijekom radijalno-linearnog protoka, u slučaju slabo vodljivih pukotina, bezdimezionalni tlak je izravno proporcionalan broju pukotina. Pukotine crpe pojedine dijelove ležišta pa je pad tlaka u višestruko frakturiranoj horizontalnoj bušotini s 5 pukotina jednak upravo 1/5 pada tlaka ostvarenog u horizontalnoj bušotini s jednom pukotinom. Naposljetku, u svakom slučaju se razvije pseudoradijalni protok. Ipak, početak pseudoradijalnog protoka je odgođen u dugačkim horizontalnim bušotinama s nekoliko pukotina. Taj početak ne uvjetuje broj pukotina nego udaljenost između dvije krajnje pukotine. Za jednu pukotinu, pseudoradijalni protok može početi za nekoliko sati ili dana, dok se u višestruko frakturiranoj bušotini može javiti za nekoliko mjeseci.

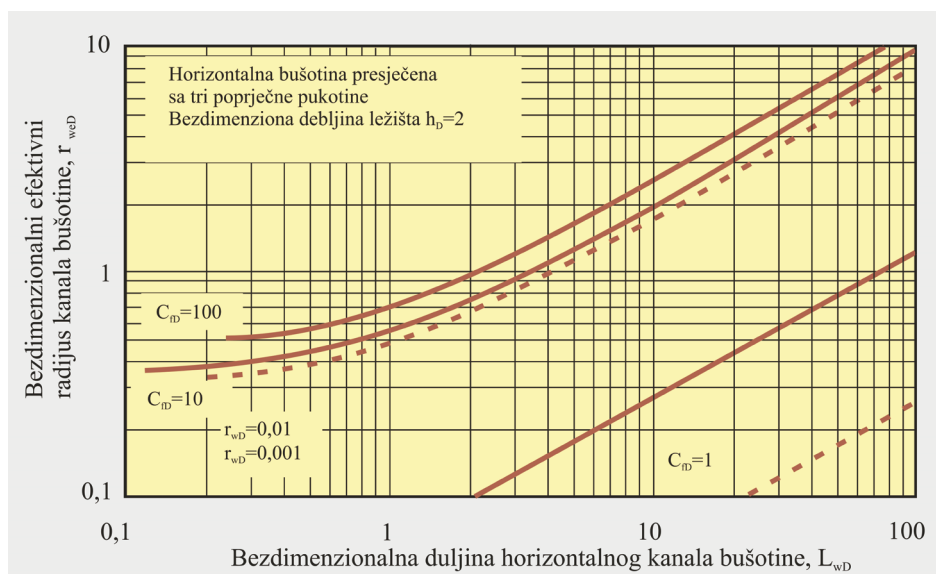
Bezdimezionalni tlak tijekom pseudoradijalnog protoka jako ovisi o broju pukotina i udaljenosti među njima, budući da je i sam efektivni radijus funkcija tih varijabli, tj.:

$$r_{weD} = r_{weD}(C_{fd}, r_{wD}, h_D, N_{fr}, L_{wD}) \quad (1.17)$$

gdje je  $N_{fr}$  broj pukotina, a  $L_{wD}$  bezdimezionalna duljina horizontalnog dijela bušotine:

$$L_{wD} = \frac{L_w}{r_f} \quad (1.18)$$

Bezdimezionalni efektivni radijus bušotine presječne s tri poprječne pukotine dan je na slici 6 kao funkcija  $L_{wD}$ , za vrijednosti  $C_{fd}$  od 1 do 100, te za  $r_{wD}=0,01$  (puna crta) i  $r_{wD}=0,001$  (isprekidana crta). Efektivni radijus bušotine je jako ovisan o vodljivosti pukotine  $C_{fd}$ , a ako su vrijednosti  $C_{fd}$  niske i o radijusu bušotine. Važnost  $C_{fd}$  se smanjuje s povećanjem broja pukotina,  $N_{fr}$ , budući da je pad tlaka prouzročen konačnom vodljivošću pukotine proporcionalan protoku u svakoj pojedinoj pukotine. Udaljenost između pukotina vrlo malo utječe na efektivni radijus bušotine dok god je udaljenost između krajnjih pukotina manja od radijusa pukotine. Povećanjem udaljenosti između pukotina, povećava se  $r_{weD}$ .



Slika 6. Bezdimezionalni efektivni radijus u funkciji bezdimezionalne duljine horizontalnog kanala bušotine presječne s 3 poprječne pukotine (Hegre i Larsen, 1994.)

Figure 6 Dimensionless effective wellbore radius as a function of dimensionless horizontal wellbore length intercepted by 3 transverse fractures (Hegre and Larsen, 1994)

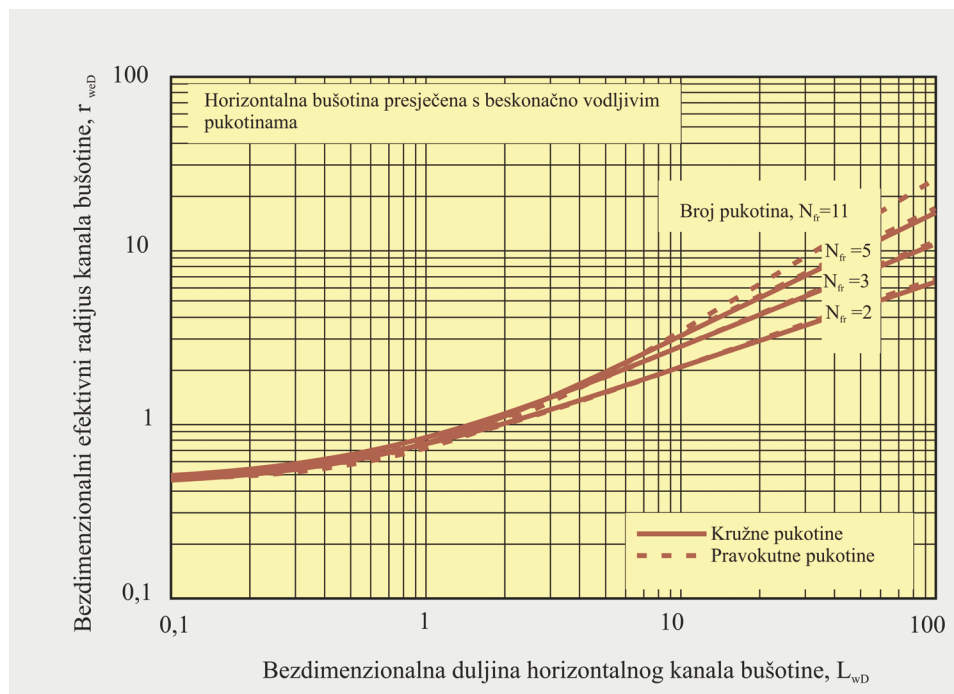
Kao i za horizontalnu bušotinu presječenu jednom poprječnom pukotinom, bezdimezionalni efektivni radijus višestruko frakturirane horizontalne bušotine se može aproksimirati izrazom:

$$r_{weD} = \frac{r'_{weD}}{e^{\frac{h_D}{2C_{fd}N_{fr}} \left( \ln \frac{4A_f}{e^2 C_{fd} r_w^2} \right)}} \quad (1.19)$$

gdje je  $r'_{weD}$  dan kao funkcija  $L_{wD}$  na slici 7. za dvije, tri i pet poprječnih pukotina beskonačne vodljivosti, kružnog oblika. Za kratke horizontalne bušotine efektivni radijus je neovisan o broju pukotina. Horizontalni dio bušotine treba imati određenu duljinu da bi povećavanje broja pukotina bilo svrhovito. Na slici 7. su također prikazane vrijednosti  $r'_{weD}$  za horizontalne bušotine presječene višestrukim pukotinama pravokutnog oblika. Primjećuje

se samo mala razlika u krivuljama za pukotine kružnog i pravokutnog oblika. Vrijednosti  $r'_{weD}$  za horizontalnu bušotinu presječenu pravokutnom pukotinom nisu dane u ovisnosti o omjeru debljine ležišta i poluduljine pukotine,  $h_D$ . Zato se s pomoću dijagrama na slici 7. i jednadžbe

(1.19) može izračunati proizvodnost horizontalne bušotine presječene višestrukim poprječnim pukotinama konačne vodljivosti, neovisno o obliku pukotine, samo ako one prodiru cijelom debljinom ležišta.



Slika 7. Bezdimenzionalni efektivni radijus u funkciji bezdimenzionalne duljine horizontalnog kanala bušotine presječene s više poprječnih pukotina beskonačne vodljivosti (Hegre i Larsen, 1994.)

Figure 7. Dimensionless effective wellbore radius as a function of dimensionless horizontal wellbore length intercepted by multiple transverse fractures (Hegre and Larsen, 1994)

### Proizvodnost frakturirane horizontalne bušotine

U ležištima sa zatvorenim vanjskom granicom, nakon prijelaznog perioda koji ima karakteristike neograničenog ležišta, slijedi period polustacionarnog protoka. Tijekom polustacionarnog protoka, promjena tlaka s vremenom je konstantna, te je bezdimenzionalni tlak u općem obliku dan jednadžbom:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_{we}^2} \quad (1.20)$$

gdje je  $A$  površina crpljenja, a  $C_A$  faktor oblika, ovisan o obliku ležišta i smještaju bušotine unutar površine crpljenja (Earlougher, 1977). Ova jednadžba se može primijeniti i na frakturiranu horizontalnu bušotinu, čiji je efektivni radijus bušotine  $r_{we}$ . Ako je bušotina smještena u središtu ležišta kružnog oblika, jednadžbu (1.20) se može pojednostaviti, pa ona tada glasi (Čikeš, 1995):

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \ln \frac{r_e}{r_{we}} - \frac{3}{4} \quad (1.21)$$

Tada iz jednadžbe (1.1) slijedi indeks proizvodnosti višestruko frakturirane horizontalne bušotine smještene u središtu ležišta kružnog oblika:

$$J_{hf} = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf}} = \frac{2\pi kh}{B\mu \left( \ln \frac{r_e}{r_{we}} - \frac{3}{4} \right)} \quad (1.22)$$

Budući je indeks proizvodnosti vertikalne bušotine u središtu ležišta kružnog oblika, sa skin faktorom jednakim ništici, dan kao

$$J_v = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf}} = \frac{2\pi kh}{B\mu \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right)} \quad (1.23)$$



omjer indeksa proizvodnosti višestruko frakturirane horizontalne bušotine i vertikalne bušotine sa skin faktorom  $s=0$ , dan je jednostavnim odnosom:

$$\frac{J_{hf}}{J_v} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4}}{\ln \frac{r_e}{r_{we}} - \frac{3}{4}} \quad (1.24)$$

Temeljem odnosa između bezdimenzionalnih parametara pukotine i bezdimenzionalnog efektivnog radijusa, dobivenog s pomoću dijagrama na slikama 4. i 7. kombiniranim s jednažbom (1.19), na praktičnim primjerima se može pokazati djelotvornost višestruko frakturirane horizontalne bušotine u usporedbi s vertikalnom. Nekoliko takvih primjera je dato u nastavku. U svim primjerima je pretpostavljen radijus crpljenja od 1000 m i radijus vertikalne bušotine od 0,1 m. Pukotine prodiru cijelom debljinom ležišta, što znači da su radijusi poprječnih pukotina jednaki polovini debljine ležišta ( $r_f = h/2$ ). Svi primjeri su dani za polustacionarno stanje protoka.

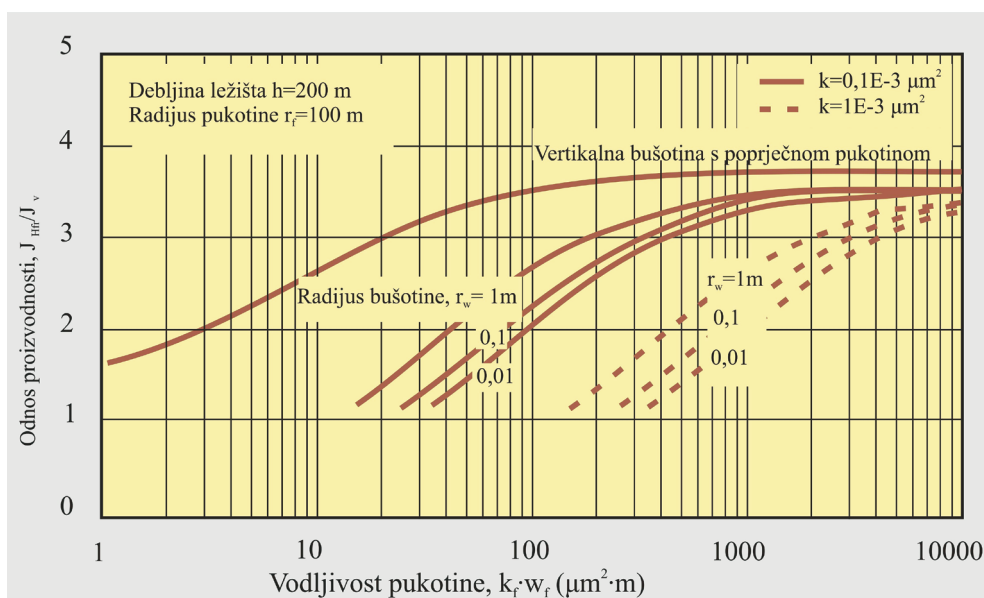
### Primjer poprječne pukotine

Na slici 8. prikazan je utjecaj radijusa bušotine, vodljivosti pukotine i propusnosti ležišta na omjer indeksa proizvodnosti frakturirane horizontalne bušotine i vertikalne bušotine. Horizontalna bušotina je stimulirana s jednom poprječnom pukotinom. Debljina ležišta je 200 m, pa je radijus pukotine 100 m. Proračun je učinjen za

ležišta propusnosti  $0,1 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$  i  $1,0 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ , te za radijus horizontalnog kanala bušotine 0,01 m, 0,1 m i 1,0 m.

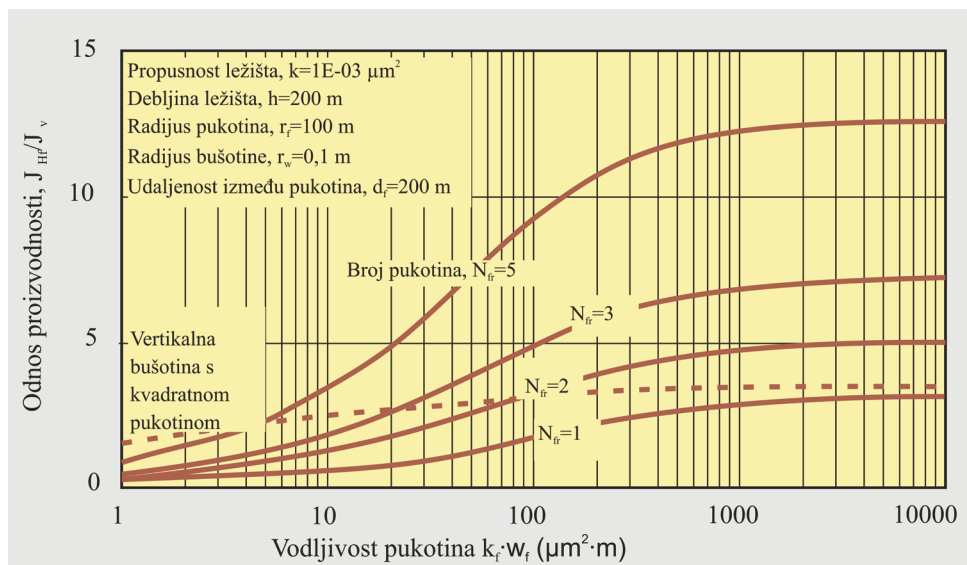
Kao što se na slici vidi, mali radijus bušotine prouzrokuje relativno veliki pad tlaka u pukotini i smanjenje proizvodnosti, ako je vodljivost pukotine mala. Za propusnost ležišta od  $0,1 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$  i promjer horizontalne bušotine od 0,1 m, uz vodljivost pukotine  $20 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2 \cdot \text{m}$ , odnos indeksa proizvodnosti frakturirane horizontalne bušotine i vertikalne bušotine je približno 1. No, u slučaju pukotine velike vodljivosti, odnos proizvodnosti  $J_{hf}/J_v$  je oko 3,6. Odnosi proizvodnosti za  $k=0,1 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$  i  $k=1,0 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$  su slični, samo su pomaknuti na log skali, što znači da veća propusnost ležišta iziskuje veću vodljivost pukotine. Proizvodnost frakturirane vertikalne bušotine je uvijek veća nego jednostruko frakturirane horizontalne bušotine, ako je  $x_f=r_f$ , posebno za mali  $C_{FD}$ .

Na slici 9. je prikazan utjecaj broja pukotina za iste pukotinske i ležišne parametre kao u prethodnom primjeru. Udaljenost između pukotina je 200 m. Kao što se na slici vidi, proizvodnost stimulirane horizontalne bušotine jako ovisi o vodljivosti pukotine,  $k_f w_f$ . Značajno povećanje proizvodnosti se također zamjećuje, ako se broj pukotina, a samim time i duljina horizontalnog dijela bušotine, poveća. Horizontalna bušotina s dvije pukotine će imati bolje karakteristike nego frakturirana vertikalna bušotina, ako vodljivost pukotine nije mala, a istodobno je  $x_f=r_f$ . Horizontalna bušotina duljine 800 m, s pet poprječnih pukotina velike vodljivosti, ima proizvodnost koja je približno 13 puta veća od nefrakturirane vertikalne bušotine.



Slika 8. Horizontalna bušotina presječena jednom poprječnom pukotinom; utjecaj radijusa bušotine, propusnosti ležišta i vodljivosti pukotine (Hegre i Larsen 1994.)

Figure 8 Horizontal well intercepted by a single transverse fracture; effect of wellbore radius, formation permeability and fracture conductivity (Hegre and Larsen, 1994)

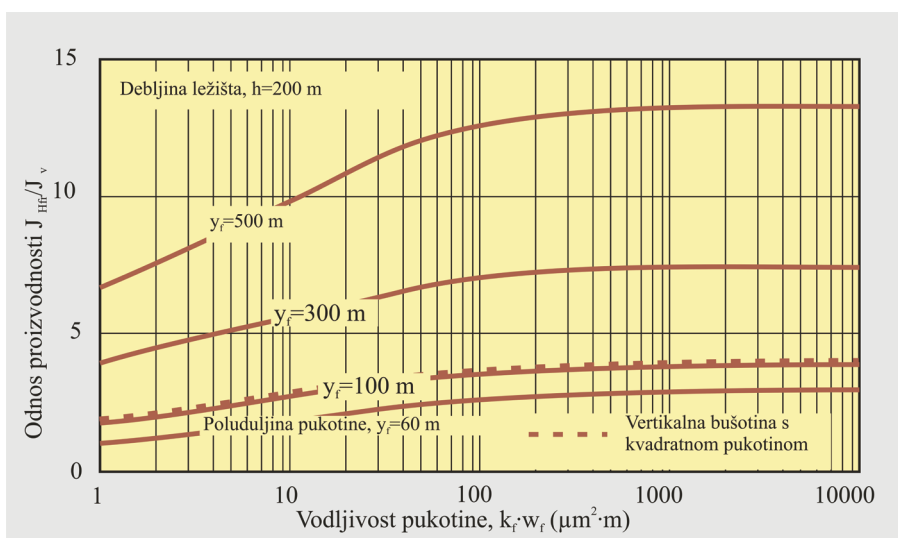


Slika 9. Horizontalna bušotina presječena s jednom ili više pukotina; utjecaj broja pukotina i njihove vodljivosti (Hegre i Larsen, 1994.)  
 Figure 9 Horizontal well intercepted by multiple transverse fractures; effect of number of fractures and conductivity (Hegre and Larsen, 1994)

### Primjer uzdužne pukotine

Na slici 10. je prikazan utjecaj vodljivosti pukotine i njene duljine uzduž horizontalnog dijela bušotine,  $y_p$ , na omjer proizvodnosti. Pretpostavljeno je da je horizontalna bušotina stimulirana s jednom uzdužnom pukotinom. Debljina ležišta je 200 m, a propusnost ležišta je  $0,1 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ . Poluduljina pukotine u smjeru okomitom na os bušotine,  $x_{ps}$ , je 100 m, tj. pukotina prodire po cijeloj debljini ležišta. Odnos proizvodnosti je

izračunat za poluduljine pukotine uzduž kanala bušotine,  $y_p$  jednake 60 m, 100 m, 300 m i 500 m. Očito je da je duljina pukotine iznimno važna. Proizvodnost uzdužne pukotine duljine 1000 m ( $y_f = 500 \text{ m}$ ) je otprilike četiri puta veća od proizvodnosti pukotine duljine 200 m ( $y_f = 100 \text{ m}$ ). Proizvodnost pukotine kvadratnog oblika je skoro neovisna o smjeru bušotine, tj. svejedno je da li je stimulirana bušotina vertikalna ili horizontalna. Vodljivost uzdužne pukotine postaje važna samo kod njenih nižih vrijednosti. U usporedbi s poprječnim pukotinama, utjecaj niske vodljivosti pukotine je ograničen.



Slika 10. Horizontalna bušotina presječena jednom uzdužnom pukotinom; utjecaj poluduljine i vodljivosti pukotine (Hegre i Larsen, 1994.)  
 Figure 10 Horizontal well intercepted by a single longitudinal fracture; effect of fracture half length and fracture conductivity (Hegre and Larsen, 1994)

## Zaključak

Višestruko hidrauličko frakturiranje uzduž horizontalne bušotine može značajno poboljšati njenu proizvodnost. Posebno je korisno u debelim ležištima i ležištima s visokim koeficijentom anizotropije, tj. niskim vrijednostima vertikalne propusnosti u odnosu na horizontalnu.

Tipske krivulje u kombinaciji s jednostavnim izrazima koji daju odnos između efektivnog radijusa bušotine i vodljivosti pukotine, veličine pukotine, radijusa bušotine, broja pukotina i udaljenosti između pukotina, omogućuju relativno jednostavno izračunavanje proizvodnosti višestruko frakturirane horizontalne bušotine.

Efektivni radijus horizontalne bušotine stimulirane poprječnim pukotinama, uvelike je ovisan o bezdimenzionalnoj vodljivosti pukotine. Stoga, bezdimenzionalna vodljivost pukotine, u pravilu, treba biti veća od 10.

Bezdimenzionalni efektivni radijus horizontalne bušotine stimulirane uzdužnom pukotinom općenito je veći od onoga dobivenog stimuliranjem vertikalne bušotine, ako je duljina pukotine uzduž bušotine veća od debljine ležišta.

## Nomenklatura

$A$	- površina crpljenja, $m^2$
$A_f$	- površina pukotine, $m^2$
$B$	- obujamski koeficijent ležišnog fluida, $m^3/m^3$
$C_A$	- faktor oblika za nefrakturiranu bušotinu
$C_{Af}$	- faktor oblika za frakturiranu bušotinu
$C_{fD}$	- bezdimenzionalna vodljivost pukotine
$c_t$	- ukupna stlačivost ležišta, $Pa^{-1}$
$h$	- efektivna debljina ležišta, m
$h_D$	- bezdimenzionalna debljina ležišta
$J_{hf}$	- indeks proizvodnosti frakturirane horizontalne bušotine, $m^3/(s \times bar)$
$J_v$	- indeks proizvodnosti vertikalne bušotine, $m^3/(s \times bar)$
$k$	- efektivna propusnost ležišne stijene, $m^2$
$k_f$	- efektivna propusnost pukotine, $m^2$
$k_f w_f$	- vodljivost pukotine, $\mu m^2 \times m$
$L_w$	- duljina horizontalnog dijela bušotine, m
$L_{wD}$	- bezdimenzionalna duljina horizontalnog dijela bušotine

$N_{fr}$	- broj poprječnih pukotina
$P_i$	- početni ležišni tlak, Pa
$P_{wD}$	- bezdimenzionalni pad tlaka
$P_{wf}$	- dinamički tlak na unutarnjoj granici ležišta, Pa
$\bar{P}$	- srednji ležišni tlak, Pa
$q$	- obujamski protok, $m^3/s$
$r_e$	- radijus crpljenja, m
$r_f$	- radijus poprječne pukotine, m
$r_w$	- radijus bušotine, m
$r_{wD}$	- bezdimenzionalni radijus bušotine
$r_{we}$	- efektivni radijus bušotine, m
$r_{weD}$	- bezdimenzionalni efektivni radijus bušotine
$r'_{weD}$	- bezdimenzionalni efektivni radijus bušotine s pukotinom beskonačne vodljivosti
$S$	- skin faktor
$t$	- vrijeme, s
$t_{DA}$	- bezdimenzionalno vrijeme u funkciji površine crpljenja
$t_{Df}$	- bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa ili duljine pukotine
$w_f$	- širina pukotine, m
$x_f$	- poluduljina pukotine u smjeru okomitom na os bušotine, m
$y_f$	- poluduljina pukotine uzduž osi bušotine, m
$y_{fD}$	- bezdimenzionalna poluduljina pukotine uzduž osi bušotine
$\gamma$	- Eulerova konstanta ( $\gamma = 0,57721$ )
$\eta$	- hidraulička difuzivnost ležišta, $m^2/s$
$\eta_f$	- hidraulička difuzivnost pukotine, $m^2/s$
$\eta_{fD}$	- bezdimenzionalna hidraulička difuzivnost
$\mu$	- dinamička viskoznost ležišnog fluida, $Pa \times s$
$\phi$	- efektivna šupljikavost ležišne stijene, dio cijelog
$\phi_f$	- efektivna šupljikavost pukotine, dio cijelog

Accepted: 29.10.2009.

Received: 20.10.2009.

**Literatura**

- Antolović, S. (2007): Stimuliranje proizvodnosti horizontalnih bušotina. Diplomski rad. Rudarsko-geološko naftni fakultet. Zagreb.
- Cinco-Ley, H., Samaniego-V., F., Dominguez-A., N. (1978): Transient Pressure Behavior for a Well with a Finite-Conductivity Vertical Fracture. SPEJ, August 1978, 253-264.
- Cinco-Ley, H., Samaniego-V., F. (1981): Transient Pressure Analysis for Fractured Wells. JPT, September 1981, 1749-1766.
- Čikeš, M., (1995): Mogućnost povećanja pridobivih zaliha ugljikovodika primjenom postupka hidrauličkog frakturiranja. Disertacija. Rudarsko-geološko naftni fakultet. Zagreb.
- Economides, M.J., Nolte, K.G. (2000): Reservoir Stimulation. 3<sup>rd</sup> edition. Chichester, England: John Wiley & Sons Ltd.
- Earlougher, R.C.Jr. (1977): Advances in Well Test Analysis. Monograph Volume 5. New York, Dallas: Society of Petroleum Engineers of AIME
- Gringarten, A.C., Ramey, H.J.Jr., Raghavan, R (1975): Applied Pressure Analysis for Fractured Wells. JPT, July 1975, 887-892.
- Hegre, T.M., Larsen, L., (1994): Productivity of Multifractured Horizontal Wells. SPE 28845, European Petroleum Conference, London, 25-27 October 1994.
- Larsen, L., Hegre, T.M. (1991): Pressure-Transient Behavior of Horizontal Wells With Finite-Conductivity Vertical Fractures. SPE 22076, International Arctic Technology Conference, Anchorage, Alaska, May 29-31, 1991.
- Larsen, L., Hegre, T.M. (1994): Pressure Transient Analysis of Multifractured Horizontal Wells. SPE 28389, SPE 69<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA, U.S.A., 25-28 September 1994.
- Milne, A. (1991): HORIZONTAL WELL, Completion and Stimulation Technology. U.S.A.: Dowell Schlumberger. Wright, T.R. Jr. (1991): World Oil's Handbook of Horizontal Drilling and Completion Technology. Houston, U.S.A.: Gulf Publishing Company.