

## Islam i matematička znanost

Osvrt na doprinos muslimanskih matematičara i fizičara svjetskoj obrazovanosti

Zlatan GAVRILOVIĆ

Svrha ovog rada nije nikakva rasprava o naravi matematičkih znanosti nego je ovdje posrijedi prije jedan pokušaj centriranja osnovne tehnike odnosa islama i prirodnih znanosti. Stoga je rasprava Abdu Selama »islam i znanost« jedan prilog naročite vrste ovom ne s pravom dugo zapostavljenom problemu.

*Prvo*, naš prilog postavlja i razmatra odnos islama spram suvremene matematike, posebno geometrije. O arapskom doprinosu matematici i suvremenoj astronomiji ponešto je poznato. Poznati su muslimanski matematičari, govori se o velikom muslimanskom doprinosu suvremenoj matematičkoj prirodnoj znanosti. Pogrešna je misao prema kojoj je bogata i velika baština starogrčke matematike, na kojoj je poslije izrasla i razvila se matematika današnjeg Zapada, prenijeta u srce Europe preko Rimskog carstva, odnosno preko područja današnje Italije. Ta pretpostavka duboko je pogrešna. Što se tiče matematike, Rimljani jedva da su išta naučili od starih Grka. Vojna sila staroga vijeka izgradila je ceste, akvadukte, terme i koloseume; bila je ona vješta u tim znanjima i za takve je pothvate jamačno trebalo mnogo računanja; no teoretska matematika Rimljane nikada nije osobito zanimala. Taj veliki manjak bio je i samim Rimljanima jasan tako da je i Ciceron u djelu »Tusculanae disputationes« iznio zapažanje o dubokoj razlici u pristupu matematici i uopće gledanju na nju: »U Grka geometrija bijaše u velikoj časti. Stoga ništa nije bilo slavnije od matematičara. Mi smo međutim ograničili bavljenje tom vještinom u korist računanja i mjerenja.« Usput, o prioritetu ovog matematičkog mjerenja kod Latina vjerno svjedoči i činjenica da je latinska imenica ženskog roda *mens*, *mentis*, što znači duša, um, razum ili pamet, srce, duh, misao, itd. »proistekla« od latinske glagolske imenice ženskog roda *mensura*, *mensurae*, koja znači mjerenje, mjera ili duljina, veličina, mnoštvo itd.

Prema tome od Rimljana Europa vjerojatno ne bi nikad ništa spoznala o starogrčkoj matematici. Da je ona tu matematiku ipak upoznala i time stekla sigurne temelje na kojima se mogla dalje graditi zgrada suvremene matematike, Europa zahvaljuje gotovo isključivo Arapima. Utemeljenjem Bagdada g. 762. i vjerskom tolerancijom prema nositeljima znanosti drugih religija, na primjer židovske i kršćanske, islam je asimilirao gotovo sve grane znanosti, a nadasve matematiku i astronomiju. Tijekom dugog raz-

doblja rastao je utjecaj muslimanskih znanstvenika kao nositelja i prenositelja istine i znanosti na Istok i na Zapad, na sjevernu Afriku i preko Sicilije i Španjolske k Europi.

Da bismo ilustrirali taj utjecaj, spomenimo da je »al« u riječima »algebra« i »algoritam« istog porijekla kao i »al« u »alkemija« ili »alkohol«, a sve su one podrijetlom arapske riječi.

Arapu u Europu nisu prenijeli samo starogrčku matematiku. Prenijeli su i staroindijsku, a dali su, dakako, i svoj vlastiti doprinos. Kao dobri učenici Grka i Indijaca, Arapi su razvili i nove matematičke metode, među ostalim i sintezom pretežno geometrijskog grčkog i pretežno aritmetički-algebarskog indijskog pristupa.

Arapima zahvaljujemo uvođenje indijskih znamenki za brojeve od nula do deset. Muhamed Ibn Musa al-Horezmi napisao je g. 825. djelo o upotrebi indijskih znamenki (cifara) preporučujući ih matematičarima i, osobito, trgovcima. Riječ »cifra« potječe od arapske riječi za nulu – as-sifr, što znači »prazno« kao neposrednog prijevoda odgovarajućeg indijskog naziva. Arapske znamenke postupno su prodirale u Europu istiskujući rimske brojeve koje su još bile u upotrebi. Tek u XII. stoljeću uspjele su se proširiti Europom, ali još u XIV. stoljeću u Firenci bio je donesen poseban zakon protiv upotrebe tih novih arapskih znakova za brojenje da bi se izbjegli bankovni falsifikati prepravljanjem cifara, na primjer »0« u »6« ili »9«. No, u to su vrijeme arapske as-sifr ipak doprle već i u Veliku Britaniju.

Ovdje međutim treba napomenuti da su nove preinačene znamenke, arapske cifre, zapravo preinačene indijske znamenke i da su Arapi svagda s punim poštovanjem prema svojim indijskim učiteljima isticali da je tu riječ o indijskom a ne o arapskom doprinosu.

Arapski su matematičari, počevši od Euklidovih *Elemenata* i Ptolomejeva *Megiste sintaksis* koja je nama preko arapskog prijevoda danas poznata kao *Almagest*, sustavno prevodili na svoj jezik sva važna djela o matematici i astronomiji iz grčkih i indijskih izvora i zahvaljujući upravo tim prijevodima danas možemo reći da su se sačuvala i doprla do nas.

Već spomenuto djelo Muhameda Ibn Muse al-Horezmija s naslovom »Al-kibat al-muhtasar min hisab al-džabr va-l-mukabala« (Kratka knjiga o algebarskom računu i almukabili) dalo je matematici za svagda dva njena osnovna termina: od »al-džabr« nastalo je »algebra« a od imena matematičara al-Horezmi nastalo je »algoritam«, što znači svaki sustavno i točno propisani postupak za rješavanje bilo kojeg individualnog matematičkog problema iz neke određene klase problema.

Al-Horezmi i al-Batani sastavili su i prve arapske tablice sinusa. Oni su odustali od grčkog računa s tetivama i prihvatili praktičniji indijski način s polutetivama dvostrukog kuta što vodi k onome što danas nazivamo si-

nusom. U vezi s tim zanimljiv je postanak i te latinske riječi. »Tetiva« je na sanskrtu »dživa«. Arapi je nisu prevodili nego su je preuzeli prema njenu izgovoru kao »džiba«. No pri arapskom zapisu, gdje se označavaju samo konsonanti a vokali se izostavljaju, to se moglo čitati i kao »džajib« a latinski »sinus« je korektni prijevod toga »džajib«.

U Al-Batanijeva formulacija poučka *Almagesta* izgubila je svoje grčko, strogo geometrijsko podrijetlo i poprimila za račun praktičnije algebarske oblike: na primjer u računanju važnu ulogu igra kvocijent sinusa i kosinusa, ono što danas zovemo tangens.

Na prijelazu od X. na XI. stoljeće raspravlja Al-Kuhi među ostalim o problemu pronalaženja kuglina odsječka uz zadani volumen i ploštinu zakrivljena dijela njegova oplošja. Time je ispunjena praznina iz sačuvanog dijela druge Arhimedove knjige o kugli i valjku. Ispituju se i proširuju istraživanja iz teorije brojeva kao što su konstrukcije pravokutnih trokuta s cjelobrojnim stranicama, zatim zadaci o »potpunim« i »sprijateljnim« brojevima. Al-Hodžandi prvi je dokazao da se jednakost  $x^3 + y^3 = z^3$  ne može riješiti u prirodnim brojevima.

Što se pak tiče sferne astronomije i trigonometrije bitno je ovdje spomenuti neke arapske matematičare. Abulvafa je znatno unaprijedio primjenu matematike na sfernu astronomiju i trigonometriju. Izradio je izvanredno precizne tablice sinusa za kutove s intervalom od po 10 minuta a s točnošću od 1/12,960.000; izradio je i tablice za tangens – zvao ga je »sjena«. Džafir Ibn Aflah razvio je sfernu trigonometriju sa strogim dokazima i nizom formula za pravokutni sferni trokut kojem su stranice lukovi najvećih kružnica kugle. Može se uzeti da arapska trigonometrija završava At-Tusijem koji je prvi sfernu trigonometriju učinio samostalnom matematičkom disciplinom te ona otad više nije služila samo za primjenu u astronomiji.

Na ovom mjestu treba upozoriti na jedan bitan moment i istaknuti povijesni razvoj takozvanih neeuklidskih geometrija. Jedan od Euklidovih postulata, glasoviti peti, može se ekvivalentno formulirati zahtjevom da na danoj ravnini kroz zadanu točku prolazi točno jedan (ni manje, ni više) pravac koji ne siječe neki zadani pravac što ne prolazi zadanom točkom. U potonjim stoljećima mnogi su pokušavali dokazati taj postulat, tj. izvesti ga kao teroem, kao posljedicu iz preostalih aksioma i postulata. Tek je otkriće tzv. neeuklidskih geometrija pokazalo da je to nemoguće – Euklid je dakle bio u pravu kada je taj postulat posebno istaknuo.

Prema novijim istraživanjima rumunjskog matematičara mađarskog podrijetla, Imre Totha, već je Aristotel bio svjestan činjenice mogućnosti neeuklidskih geometrija tj. činjenice da peti postulat nije logički jedini moguć. Valja pripomenuti da Imre Toth ovo pozivanje na Aristotela zahvaljuje prije svega muslimanskim geometričarima koji su se također zani-

mali za taj peti Euklidov postulat. Otkriće, dakle, neeuklidskih geometrija pretpostavlja rad muslimanskih matematičara, i u značajnoj mjeri, u znanstvenom smislu, upravo mu prethodi. Mnoge islamske matematičare posebno je zanimao ovaj peti Euklidov postulat i njegova teorija paralela. Džauhari i Ibn Kora posvetili su svoja značajna djela tom problemu. Niti Ibn Al-Hajsam nije ostao ravnodušan prema tom znanstvenom izazovu koji će biti riješen pojavom Lobočevskog.

Spomenimo prvo Sabit Ibn Koru koji je zadužio islamski, a osobito kršćanski svijet prijevodima grčkih matematičara. Poznat nam je danas kao onaj koji je napravio reviziju Euklidovih *Elementata* te kao prevoditelj helenskih matematičara Nikomaha, Herona, Arhimeda i drugih. Naročito su dragocjeni njegovi komentari Euklidovih djela. Od vremena Sabit Ibn Kore matematičari su osobitu pozornost počeli obraćati na Euklidovu teoriju odnosa na kojoj se temelje u geometriji veoma važne tvrdnje, ali i u trigonometriji i aritmetici. Osim njegova opsežna prilaza Euklidovu radu važno je ovdje istaknuti činjenicu da nama danas nije poznat originalni Arhimedov rad o pravilnom heptogonu, ali nama je poznata jedna Ibn Korina redakcija u kojoj se konstrukcija izvodi s pomoću kosinusnog presjeka što je zasigurno od velike znanstvene važnosti ne samo znanstvenicima od struke nego i onima koji tim problemima pristupaju u ispitivanju povijesnih tokova jedne znanosti, matematike i geometrije posebno, a što pripada području povijesti matematičkih znanosti i povijesti znanosti uopće. Al-Kifti navodi popis matematičkih djela koja se pripisuju Sabitu Ibn Kori, ali on ne navodi u svome popisu dva poslije pronađena traktata u kojima se Ibna Kora bavi petim Euklidovim postulatom. Naslovi tih knjiga, odnosno traktata su »Knjiga o dokazu slavnog Euklidovog postulata« u kojoj Sabit Ibn Kora ostaje blizak dokazu Al-Džauharija koji se prvi bavio tim problemom. On kaže da se dvije dužine ne približavaju i ne udaljavaju jedna od druge u bilo kome od dva pravca kad presječene trećim pravcem obrazuju s njim jednake naizmjenične kutove. Drugi traktat je »Knjiga u kojoj se pokazuje da se dva pravca, vođena prema kutovima koji su manji od dva prava kuta, susreću« u kojoj pristupa problemu na sasvim nov način. Ibn Kora prvo utvrđuje potrebu uvođenja pojma pokreta u geometrijski dokaz. Riječ je o kretanju koje je nama danas poznato kao translacija a koje će potonji matematičari odbaciti kao nešto strano u geometriji.

Islam, uzevši općenito, neobično se divio Euklidovoj i Ptolomejevoj matematičkoj tvorevini što je razumljivo ima li se na umu srodnost duha i geometrijske imaginacije koja ima podjednaki značaj kako u Grka tako i u muslimanskih matematičara i astronoma. Ibn Al-Hajsam posvetio je dva svoja djela Euklidu i to je »Knjiga komentara o nedokazanim tvrdnjama iz Euklidove knjige *Elementata*« u kojoj on ispituje definicije, aksiome i

postulate poznate Euklidu. Druga knjiga je »O razrješenju sumnji nastalih povodom Euklidove knjige *Elementa*« u kojoj su komentirane tvrdnje grčke matematičke znanosti, posebno geometrije. Mnoge muslimanske matematičare ponajviše je zanimao Euklidov peti postulat i njegova teorija paralela tako da su Ibn Kora i prije njega Džauhari posvetili svoja djela upravo toj problematici. Niti Ibn Al-Hajsam nije tu ostao ravnodušan. On je to učinio u prvoj od navednih knjiga. Prvo se osvrnuo na problem beskrajnog produženja pravca i pokazao da je to nelogično i neprihvatljivo. Potom se zapitao što zapravo znači pretpostvka o dvama paralelnim pravcima. Ponajprije su to dva pravca u ravnini koji se ne sijeku ni s jedne strane kada se u okviru ravnine produžuju. Treba dokazati mogućnost konstruiranja paralelnih pravaca, ali također treba dokazati i njihovo postojanje. U praksi se ne može konstruirati beskonačni pravac, ali beskonačni pravac ipak postoji. I tu se Ibn Al-Hajsam oslanja na svoje prethodnike, u prvom redu na Eudoksa i Arhimeda i njihov zajednički aksiom. Da bi dokazao mogućnost egzistencije beskonačnog pravca, on uvodi novu definiciju paralelnih pravaca, definiciju koja ipak sadrži peti postulat i uvodi kontinuirani pokret u geometriju. On promatra u ravnini pravac koji svojim slobodnim krajem iscrtava normalu konstantne dužine čije se podnožje nalazi na drugom pravcu kada podnožje normale klizi tim pravcem. Ibn Al-Hajsam ovdje govori o »jednakosti i simultanosti« svih točaka normale u kretanju, a sve to ovom matematičaru dopušta da zaključi kako su sve nacrtane trajektorije istodobno svim točkama normale kongruentne te iz toga zaključuje kako linija nacrtana krajnjom točkom normale predstavlja pravac koji je ekvidistantan od datog pravca. Na taj je način, prema njegovu mišljenju, on dokazao mogućnost konstrukcije paralelnih pravaca. Ne ulazeći sada u sve probleme tog dokaza nego ukazujući samo na jedan originalan i prilično rani interes za teoriju paralelnih pravaca upozorujemo na činjenicu da je u neeuclidskoj teoriji Lobočevskog isto kao i kod Rimanna ekvidistantnost od datog pravca pogrešna. U neeuclidskoj geometriji stoji također da je u četverokutu  $ABCD$ ,  $CD$  veće od  $AB$  kao kod Lobočevskog ili pak da je  $CD$  manje od  $AB$ . Kod Ibn Al-Hajsama stoji da to nije moguće što danas upućuje na izvanrednu aktualnost tog ranog istraživanja. Ovdje dakle vrijedi samo jednakost strana  $AB$  i  $CD$ .

Na kraju svoga dokaza Ibn Al-Hajsam izjavljuje da peti postulat, koji je on dokazao, treba skinuti s liste postulata i kao teorem treba prethoditi teoremu 29 prve knjige *Elementa*. Međutim, u preostala četiri aksioma on se slaže s dokazom kako dvije dužine ne mogu ograničiti neku ravninu.

Najznačajniji posljedak Ibn Al-Hajsamove teorije paralela zasigurno je osvjetljavanje odnosa postulata o paralelama i zbroja kutova jednog četverokuta. Kod Euklida taj odnos nije bio dovoljno proučen. Napominje-

mo ovdje da u svojoj teoriji paralela Ibn Al-Hajsam iznosi i tvrdnju prema kojoj dva pravca koji se sijeku ne mogu biti paralelni. U svom drugom komentaru *Elemenata* on ističe da ta tvrdnja vodi teoremu koji je Euklid dokazao ali da je njegova tvrdnja »mnogo jasnija«, što je u znanosti, kao što je poznato, velik korak dalje. Omar Al-Hajami također istražuje peti postulat o paralelama. U prvom dijelu svoga izlaganja u spisu »Komentar na problematične postulate u Euklidovim knjigama« on izražava neslaganje prema uključivanju kretanja u geometriji što je učinio Ibn Al-Hajsam. Da bi uveo svoju definiciju paralela, Ibn Al-Hajsam se pozivao na Euklida koji je sferu opisao kao rezultat rotacije polukruga oko njegova radijusa. Hajam pripominje da to nije Euklidova dosljednost jer on nije tako definirao i kružnicu. Sam Hajam predlaže da se postulat paralela zamijeni drugim principom koji se pripisuje Aristotelu i koji danas ističe Imre Toth: dva konvergentna pravca sijeku se i nemoguće je da se oni udalje jedan od drugoga u smjeru gdje su konvergentni. Ovaj princip dođuše u sebi sadrži dvije tvrdnje koje su obje ekvivalentne petom Euklidovom postulatu.

Postoji tu nekoliko važnih tvrdnji koje ćemo ukratko izložiti. Pošto je formulirao Arhimedov aksiom i onaj o konvergentnim pravcima, Hajam navodi kao posljedicu samog aksioma da dvije normale na jednom pravcu moraju biti ekvidistantne. Zatim uvodi osam tvrdnji kojima bi trebalo zamijeniti tvrdnju 29 prve knjige *Elemenata*. Stoga ispituje četverokut koji će se kasnije nazvati Sakierijevim i tu je ona točka preko koje je arapsko istraživanje petog postulata izravno utjecalo na neeuklidske terije Rimana i Lobočevskog.

Na kraju ovog kratkog osvrtu nama je stalo da uočimo osnovnu činjenicu da je muslimanski rad na petom postulatu izvršio neke bitne utjecaje i doveo preko Sakierija suvremenu matematiku i geometriju do sasvim novih rezultata.

*Drugi moment* koji iz ovog prethodnog nekako prirodno slijedi jest pitanje koje nameće negativna teologija ukoliko je ona u bitnoj vezi s određenom geometrijskom imaginacijom ili filozofijskim spekulacijama koje pretpostavljaju prethodni rad matematičkih znanosti. Dakle ovdje se upozoruje na komplementarnost dvaju disciplina duha. Ta komplementarnost ima sasvim konkretne implikacije i o njima će sada biti riječ.

Zato nam valja poći dalje do Nikole Kuzanskoga (Cusanus). Ne možemo ovdje posebno razmatrati koji su sve prijelomni momenti bili odlučujući za oblikovanje nove znanosti u Europi, dakle one znanosti koja vrijedi od XV. stoljeća dalje. Možemo pretpostaviti, – za razliku od interpreta Cassirera ili Krampfa i onih teoretičara koji se uglavnom pozivaju na svoja povjesničarska istraživanja koja u grafičkom prikazivanju Nikole Oresmea (d'Oresme) otkrivaju onu značajnu predradnju u zasnivanju no-

ve europske znanosti, – da je taj put pripremio svojom misaonom, svjesno simboličkom, dakle matematičkom predodžbom beskonačnosti svijeta, upravo Nikola Kuzanski. Tu se, naime, Božja beskonačnost mogla prikazati matematičkim simbolom. U našem svijetu konačnih stvari ne postoji nešto najveće. Oko svakog konačnog kruga može se opisati još veći. Bog je nešto apsolutno najveće, sveobuhvatno. Utoliko je sličan beskonačnom krugu i svijet je suprotnosti. Bog je kao počelo svijeta, jedinstvo suprotnosti. To je jedinstvo za nas neshvatljivo. No upravo njegova neshvatljivost prikazuje se paradoksalnim matematičkim osobinama beskonačnoga. Što je krug veći, to je on manje zakrivljen. Beskonačan krug istovjetan je beskonačnom pravcu. Bog je, kao što je Meister Eckhart također napominjao, beskonačna kugla kojoj je središte svugdje, a opseg nigdje. Boga ne ograničuje ništa, on obuhvaća sve i ništa nije udaljeno od njega nego sve leži u njegovu središtu. Božja beskonačnost nadilazi svaki pojam tako da je i beskonačna kugla samo usporedba s Bogom. Svijet je naprotiv u strogo geometrijskom smislu beskonačna kugla. Tako je on sam geometrijska usporedba s Bogom.

Ne treba ovdje posebno upozoravati kako je ovo mišljenje imalo reperkusije u renesansnoj filozofiji i znanosti, na primjer kod Giordana Bruna za koga je Nikola Kuzanski – »divni Kuzanac«. Prije svega želimo pokazati neposredne veze muslimanske geometrijske imaginacije i ove, u Nikole Kuzanskog profilirane, kozmološke spekulacije. Također treba upozoriti na jedan problem koji nas navodi prije svega na filozofiju Ibn Ružda, poznatog pod imenom Averroes, jer nije isključeno da je matematički pojam Boga kod Meistera Eckharta i Nikole Kuzanskog pojam koji je baštinjen od tog muslimanskog filozofa i muslimanskih matematičara. I to prije svega upravo s obzirom na središnji pojam Ibn Ruždove filozofije – na pojam *sphere* kako je ona tumačena i razumijevana u njegovoj raspravi o vječnosti i beskonačnosti svijeta, o Bogu i uzročnosti, što je donosi u knjizi *Tahafot At-Tahafot* (U našem prijevodu *Nesuvislost nesuvislosti*). Negativna teologija, počevši od Meistera Eckharta i drugih, tom pojmu *sphere* ili *kugle* dala je negativno obilježje, negativnu konotaciju. Kod Nikole Kuzanskog, na primjer, kaže se da je s jednog stajališta Bog dokraja nijekanje, jer što se mora specificirati ili potvrditi, tj. što se mora shvatiti, to nije Bog. Kad bi, naime, bio ono što je moguće specificirati i shvatiti, bio bi već konačan i nesposoban ispuniti beskrajnu zadaću sjedinjenja univerzuma. Gledan tako, Bog je apsolutno ništa, Bog je praznina kako bi rekao Kitaro Nišida. Toma Akvinski koji muslimanskim filozofima duguje mnogo, pozivajući se na Pseudo-Dionizija, iskazat će također da pojam Boga sadržava negaciju: stoga je ovo posljednja istina ljudske spoznaje Boga da čovjek zna da Boga ne poznaje ukoliko spoznaje da ono što je Bog nadilazi sve što o njemu razumijemo.

Čudan je ovaj moment nesposobnosti apsolutne spoznaje na koji nailazimo i gotovo se graniči s nekom kartezijanskom skepsom koja dovodi u pitanje posljednje očitosti. Stoga bismo mogli reći jedno: dok je islamski moment istaknuo afirmaciju principa Božje opstojnosti, u našem kontekstu drukčije rečeno, beskonačne *kugle* ili *sfere* dotle je Zapad svagda isticao moment negacije. Pritom se ne smije smetnuti s uma da Zapad vrlo dobro poznaje značenje negacije za pitanje o Bogu: proizlazeći iz novo-platonizma, velika tradicija *theologiae negativae* nalazi se ne samo u Pseudo-Dionizija, Scota Eriugene i Meistera Eckharta nego i kod Nikole Kuzanskog i Tome Akvinskog, pa čak i u Kanta. Sa stajališta negativne teologije u Bogu se ne nalazi ništa doli beskonačno. Zbog toga nije moguća spoznaja niti u ovom niti u budućem svijetu jer je svako stvorenje, koje ne može obuhvatiti beskrajno svjetlo, prema Bogu tmina. On je naprotiv poznat jedino samom sebi. Za govor o Bogu to znači da su u teološkim iskazima negacije istinite, a pozitivni iskazi nedostatni. Isto tako negativni iskazi su to istinitiji što više odbijaju nesavršenstva od naprosto savršenog – reći će Kuzanski. Stoga imamo dojam da je islam unekoliko stvarniji bez obzira što mu mnogi pripisuju mističko značenje, dok je, nasuprot tome, isticanje negacije i praznine ili tvrdnja da je Bog naprosto »ništa« jedan upravo mistički element. Kao »ništa« ne misli se jednostavno »nikakva stvar«, ne misli se nikakvo relativno ništa, nego upravo »apsolutno ništa« koje obuhvaća sve bivstvujuće. Ovaj kršćanski pojam i predodžba o Bogu kao o *vita negativa* pokazuje sličnost s ukorijenjenom budističkom predodžbom o »praznini«. Za njega ne vrijede, dakle, niti pozitivni niti negativni predikati: nije on niti supstancija, niti gibanje, niti kauzalni odnos, niti jedinstvo, niti mnoštvenost, niti bitak niti nebitak, on je bez imena i predikata, ni neko posebno biće, ni jednostavno ništa. Ali on nije izvan svijeta pojava. Štoviše on je istovjetan s pojavama svijeta. On je naime zbilja pojava svijeta: njegova istinska narav. Time što se otkriva i otklanja lažna realnost pojava objelodanjuje se istinska narav apsoluta. On je ono neodređeno *par excellence* i zato nepristupačan objektivirajućem umu, dostupan jedino možda »mudrosti« koja s njime intuitivno postaje jedno. Nijekanje je tako sredstvo da se otkrije realnost, transcendentni temelj svemu i ujedno istinska narav stvari, kao norma istinitoga i lažnoga. Apsolut se spozaje u nedualističkoj intuiciji, u mudrosti, i ona je sama ta intuicija kao i sam Bog.

Ovdje vidimo i neke sličnosti s Heideggerovim riječima o objavi bitka u ljudskoj egzistenciji putem »Ništa«; jer ako je čovjek već jednom dosegao ono transcendentno i transcendentno jedinstvo, onda je on nadvisio sve antitetičke suprotnosti. Apsolutno ništa apsolutna je negacija i stoga, slijedimo li Hegela, »apsolutna afirmacija« ili pak moć života.



Za nas je međutim odsudno važno istaknuti moment komplementarnosti islama i pozitivnih znanosti na način koji proizlazi kako iz muslimanske filozofije i teologije, tako i iz muslimanske znanstvene spekulacije. Bitno je uočiti momente preoblikovanja istaknutih pojedinačnih znanosti antičke baštine, Euklidove geometrije i ostale grčke i indijske matematike, a potom i same grčke prirodne znanosti uopće koja je u svim svojim ograncima početak naših razvijenih znanosti. Pri tome se ne smije previdjeti silovita promjena smisla matematike i geometrije, kao i formalno-apstraktnog naučavanja o brojevima i veličinama. Postavljaju se novi zadaci, univerzalniji zadaci, koji su starim Grcima i Indijcima bili unekoliko strani.

Muslimanski znanstvenici već su poznavali idealizirane empirijske brojeve, mjere veličina, empirijske prostorne figure, točke, dužine, površine a s time zajedno i stavove i dokaze geometrije koje su pretvorili u idealno-geometrijske stavove i dokaze. Još više od toga: s radom na geometrijskim problemima nastala je i impozantna ideja jedinstvene teorije usmjerene k aksiomatiziranju svih temeljnih pojmova, upravo prema jednoj složenoj cjelini sastavljenoj od čiste racionalnosti. Rad muslimanskih znanstvenika na geometriji i sfernoj trigonometriji veoma je uznapredovao. Danas stoga možemo tvrditi da je tu otkrivena mogućnost beskonačnog zadatka, beskonačnog apriorija koji mi vezujemo uz pojam geometrijskog prostora i uz pojam geometrije kao znanosti.

Važan napredak je ostvaren i u raspravama o petom postulatu i konstrukciji beskonačnog pravca. Taj se moment očituje i u filozofiji Ibn Ružda – Averroesa u kojoj se zrcali matematički napor konstrukcije idealnog prostora kojem pripada univerzalni sustavni beskonačni apriori, a odatle i jedna beskonačna u sebi zaokružena sustavna matematička teorija koja se od aksiomatskih pojmova konstruira s originalnom jednostavnošću. Na osnovi toga možemo reći da je ovdje posrijedi fundamentalna ideja racionalnog beskonačnog univerzuma bitka, *sfere* ili *kugle* rečeno u našem kontekstu, koji je povezan s geometrijom i matematikom uopće, dakle racionalnom znanošću koja njime sustavno ovladava. To je beskonačni svijet, beskonačni i u vremenu i u prostoru. To je svijet idealnosti kojemu može pristupiti upravo jedna razrađena i konzistentna matematička metoda. Stoga je i napredovanje u spoznaji toga svijeta beskonačno gotovo kao i kod Kanta: razum doseže do pojava ali ih ne premašuje te, prema tome, *ne zatvara* univerzum znanja.

Naposlijetku, *treći moment* treba sadržavati pitanje odnosa naravi muslimanskog mišljenja i suvremene matematičke prirodne znanosti, odnosno pitanje otvorenosti islamskog mišljenja kvantnomehaničkim zakonitostima. Drugim riječima, valja pitati koliko zapravo islam u sebi uključuje zahtjeve suvremene kvantne fizike. To je dakako velik problem koji

ovdje ne namjeravamo riješiti nego samo kanimo naznačiti osnovne linije jedne moguće aproksimacije.

Suvremena fizika temelji se na ideji formalne matematike. Njoj je prioritetno osvajanje beskonačnih fizikalnih, dakle, prirodnih horizonata. To nije primitivna geometrija i matematika koja je primijenjena na realnost. To je upravo čista geometrija, geometrija idealnih mogućnosti. To je čista matematika prostorno-vremenskih oblika. Stoga geometrija nije više samo osjetna osnovica egzaktne fizike, iako je ona zadržala i tu funkciju, nego je suvremena fizika, štoviše, fizika geometrijski-idealnih fizičkih tijela i odnosa. I tu je suvremna fizika *matematička* po svom duhu, ona je univerzalna forma prostora i vremena. Ona je danas idealno čisto mišljenje koje se kreće u carstvu čistih oblika. I ne samo da postoje elementarne figure koje se oblikuju uz pomoć raznih operacija nego je ovdje svagda riječ o tome da je moguće konstruirati druge nove figure, da je, dakle, moguće proizvesti sve uopće zamislive idealne figure s pomoću apriorističke, sveobuhvatne metode.

Prema tome, na tlu suvremene fizike susrećemo se svagda s naporom preoblikovanja praktičnog u čisto teoretski interes, empirijsko-praktičkih momenata u čisto geometrijski misaoni postupak. Stoga i govorimo o tome da je ovdje posrijedi zahtjev za apodiktičkom matematičkom evidencijom. Čista matematika i geometrija ima, doduše, posla s fizičkim tijelima i fizičkim tjelesnim svijetom, ali tek na način apodiktičke apstrakcije, name, samo s apstraktnim oblicima u prostorno-vremenskoj dimenziji. Ono konkretno samo je »forma« materije i njene osjetne kvalitete i kvantitete. Predmeti i njihova događanja ovdje su apriorno povezani preko univerzalnog kauzalnog ili manje kauzalnog reguliranja i utoliko je onda sav svijet Cjelina. Konkretno je dakle ono što je određeno općom kauzalnošću ili vjerojatnošću svijeta i u svakom pojedinačnom slučaju, ono je određeno spletom tih veza i relacija. Spoznati svijet fizikalno zato i je upravo otkrivena mogućnost njegovih beskonačnih kauzalnih odnosa na način pune konstruktivnosti i matematičke samovolje, a polazeći od relativno malog broja zadanih elemenata. Zato se danas i kaže da pod »fizikalnom realnošću« valja shvatiti proces međudjelovanja fizikalnih objekata i uvjeta spoznaje kao i rezultata, odnosno određenih formi datosti koje se fiksiraju, predstavljaju i modeliraju na različite načine zavisno od razine spoznajnog procesa.

S obzirom na ove momente jasno je kako je suvremena fizika destruirala univerzalno jedinstvo svijeta i njegovu posljednju supstancijalnost. Rasprava o naravi nove fizike već je prilično rano postavila pitanje o valjanosti metafizičkih principa te je mimo postavki religijskog mišljenja o posljednjim očevidnostima Božje naravi istaknula svjetovnost fizikalno-matematičkog nazora. Uostalom rasprava o vremenu koja se događala na

tlu kvantne mehanike to ponajbolje svjedoči. Bilo je, naime, tu rečeno da ako je broj dijelova u ograničenom matematičkom prostoru i broj intervala u ograničenom matematičkom vremenu beskonačan, dok je broj dijelova u ograničenom realnom prostoru i broj događaja koji se zbio u ograničenom realnom vremenu konačan, onda matematički prostor i vrijeme nisu realni već su supranaturalni. Kopenhagenska škola kvantne mehanike upravo se i trsila dokazati kako vrijedi načelna nemogućnost da se vrijeme predstavi kao niz susljednih stanja te otada govorimo za prostor-vrijeme kao o jednom polju mogućega, jednom polju vjerojatnoga. Razgovor Heisenberga s Grette Hermann to najbolje potvrđuje kao i razgovori Heisenberga, Wolfganga Paulija, Polla Diraca i Maxa Bohra u Heisenbergovoj *Der Teil und das Ganze*. U prvom slučaju rasprava se kretala u sporu oko kauzaliteta na temelju stava G. Hermann da filozofijska razmatranja moraju imati isti stupanj strogosti kakav inače zahtijeva samo moderna matematika. Ona je vjerovala da će s pomoću te strogosti moći dokazati da se u zakon uzročnosti, u obliku koji mu je dao I. Kant, ne može dirnuti. Nasuprot tome, upravo je nova fizika i nova kvantna mehanika dovela donekle u pitanje taj oblik zakona uzročnosti. U Kantovoj filozofiji, naime, zakon uzročnosti nije empirijska tvrdnja koja bi se mogla iskustvom obrazložiti ili opovrgnuti nego je upravo pretpostavka za svekoliko iskustvo i pripada onim kategorijama mišljenja koje je Kant nazvao »apriornim«. Osjetni utisci kojima primamo svijet ne bi bili ništa drugo do li subjektivna igra osjeta bez odgovarajućeg objekta kad ne bi postojalo pravilo po kojem ti utisci slijede iz nekog prethodnog zbivanja. To pravilo, odnosno nedvosmisleno povezivanje uzroka i posljedice, mora se unaprijed pretpostaviti ako opažanje želimo objektivirati, ako kanimo tvrditi da smo neku stvar ili događaj iskusili. Prirodna znanost s druge strane, raspravlja o iskustvima i to upravo o objektivnim iskustvima. Samo ona iskustva, one spoznaje koje i drugi mogu provjeravati mogu biti predmet prirodne znanosti. Iz toga pak nužno slijedi da svekolika matematička prirodna znanost mora pretpostavljati zakon uzročnosti, da ona može egzistirati samo utoliko ukoliko egzistira zakon kauzaliteta. Zakon uzročnosti stoga i jest u neku ruku oruđe mišljenja kojim se pokušava sirov materijal naših osjeta preraditi u iskustvo i u samu spoznaju. I samo u onom opsegu u kojem nam to pođe za rukom, mi posjedujemo i predmet znanosti o prirodi. Stoga ostaje temeljnim pitanjem kako je moguće da kvantna mehanika hoće olabaviti to načelo uzročnosti koje podrazumijeva široke teoretske, filozofijske i metafizičke konsekvencije, a da ona ipak ostane znanost o prirodi. Čime se kvantna mehanika zapravo bavi ako ona olabavljuje jedan temeljni zakon i što su u tom slučaju uopće objekti koji su određeni kategorijama kao što su kategorije supstancije, kauzaliteta itd? Ako se pak odustaje od stroge pri-

mjene tih kategorija, kvantna mehanika se odriče i mogućnosti iskustva i spoznaje uopće. Pri tome neka ne zavarava mišljenje da je naše iskustvo o objektima tek jedna aproksimacija kao što danas govori von Weizsäcker, a prije njega Cassirer kada je na početku stoljeća upozoravao da suvremena fizika i suvremena matematička prirodna znanost, a posebno fizika, više ne računa sa svijetom u njegovoj strogoj faktičnosti.

S druge pak strane, a to je ono što prije svega vrijedi za filozofijsko mišljenje, objekt je svagda neka stvar i utoliko »stvar«. Da bismo naznačili svu složenost tog problema koji koncentrira raspravu o načelu uzročnosti potrebno je podsjetiti na jedno i usredotočiti svu važnost toga pojma polazeći od početka do Kanta: Latini su za »stvar« rabili izraz »res« koji je svagda označivao ono što se odnosi na čovjeka, što je čovjeku važno, nešto sporno ili pak sudski slučaj. Međutim, Latini su također za »res« upotrebljavali i riječ »causa«. U pravom i prvobitnom smislu ta riječ nipošto nije značila »uzrok«. *Causa* je značila »slučaj« i stoga i ono što je slučaj, a to znači da se nešto zbiva i očekuje. Samo zato što riječ *causa*, istog značenja kao i riječ *res*, znači slučaj, ona poslije poprima značenje »uzroka« shvaćenog u smislu uzročnosti za neku posljednicu. Međutim u potonjim razdobljima, pogotovo u srednjem vijeku, izraz *res* služi za označavanje svakog *ens qua ens*, to jest svega što je na bilo koji način prisutno kao *ens rationis*. Meister Eckhart izaz *res*, odnosno »dinc« rabi kako za Boga tako i za dušu. Bog je za njega »najviša i vrhovna stvar«, kao i poslije za Hegela, gdje je »objekt« »naprosto Bog«. Duša je »velika stvar«. *Res* odnosno *dinc* ovdje je upotrijebljen kao naziv za ono što uopće jest. Kant također govori o stvarima na isti način kao i Meister Eckhart i pod tim nazivom razumijeva nešto što jest. Međutim za Kanta ono što jest postaje predmet predstavljanja koji se odvija u samosvjesti čovjekova Ja. Za Kanta »stvar po sebi« znači upravo predmet po sebi. Narav toga »po sebi« za njega znači da predmet po sebi je predmet lišen odnosa s čovjekovim činom predstavljanja i zato on jest Bog. »Stvar po sebi«, u strogo Kantovom smislu, znači predmet koji to za nas nije.

Prema tome, teoretska rasprava o »objektu« i značaju »objektivne stvarnosti« nije drugo do li pitanje o bitnim metafizičkim principima. Odgovor kvantne mehanike i dan-danas je odgovor »neodređenosti«, i to u fizikalnom smislu, da je neka fizikalna stvarnost objektivnog značaja, dok se neodređenost obično tumači naprosto kao neznanje i utoliko je nešto subjektivno. Stoga ona više ne govori o strogim zakonima nego upravo o pravilnostima unutar jedne statističke teorije. Postoje pravilnosti u gradnji pojedine strukture, a niotkud se to ne nameće kao zakon nego kao zakonitost. Pod zakonima ona misli da one nastupaju mehanički, dok je novoj fizici stalo do mijene ili pak ona uzimlje izraz »pravilo«.

U drugom slučaju bilo je riječi da se religija i znanost o prirodi mogu složiti samo zato što se odnose na sasvim različita područja stvarnosti. Znanost o prirodi raspravlja o objektivnom materijalnom svijetu. Ona čovjeka postavlja pred zadaću izgradnje točnih iskaza o objektivnoj stvarnosti da bi se pojmile njene povezanosti. Religija pak raspravlja o svijetu vrijednosti i tu se govori o onom što treba da bude, što čovjek treba činiti, a ne o onom što jest. Stoga je ovdje znanost pojmljena u jednom reduktivnom smislu kao ona koja je usmjerena na svrhovito djelovanje prirode, dok je religija također reduktivno pojmljena kao osnovica etike i utoliko nešto subjektivno.

Ne moramo posebno upozoravati da je tu posrijedi pojednostavljeno mišljenje »mirne koegzistencije« – kako bi to Carnap rekao – dviju »tako heterogenih sfera«. Prema takvoj teoriji spoznaja – to je samo racionalna, formalna i empirijska znanost a religiozna vjera jest, ako nije »jednostavno« držanje nečega istinitim, nešto poput lirike. Ona pripada u »iracionalna« područja, životne osjećaje, u emocije. Vjera i znanost jedna drugu ne mogu niti pobiti niti potvrditi jer »nema nikakva puta od kontinenta racionalne spoznaje do otoka intuicije«.

Vjerujemo, međutim, da Kuranski Tekst u značajnoj mjeri odgovara zahtjevima suvremene matematičke prirodne znanosti, i to posebno u svom tretiranju fundamentalnog pojma vremena. Kuranski Tekst razlikuje dva pojma vremena. Jedno vrijeme u strogom i tradicionalnom smislu njegove supranaturalne prirode i vrijeme u jednom procesualnom smislu njegove subjektivnosti koja je tu data u posebnom značenju. Dakle, utvrđujemo da *Svetost* također izražava subjektivnost vremena.

U prvom slučaju valja navesti Ajet prvi Sure 103 gdje je zapisano:

»Vrijeme – al-Asr

Mekka – 3 ajeta

U ime Allaha, Milostivog, Samilosnog!

1) Tako mi vremena,

2) čovjek doista gubi,

3) samo ne oni koji vjeruju i dobra djela čine, i koji jedni drugima istinu preporučuju i koji jedni drugima preporučuju strpljenje.«

»Tako mi vremena« – to je ovdje isto kao reći »Tako mi Boga« i tu je vrijeme upravo Bog, nikakva atribucija, nikakva posebna kvaliteta ili kvantiteta nego upravo ono što jest.

U Suri 76 Kurana također se susrećemo s pojmom vremena, ali to je vrijeme Ad-Dahr. Tu je vrijeme vrijednost, stvaranje i put, zahvalnost, okov i ogranj, čestitost, izvor, šticećenik, strah i kob, hrana i ljubav, strahota i blaženstvo, radost i dar, trpljenje i plod. Vrijeme je ovdje prozirno, ono je od srebra, udobnost i carstvo prostrano, patnja stvaranja i napokon život:

»23) Od vremena do vremena Mi objavljujemo Kur'an tebi,

27) A ovi, oni život na ovome svijetu vole doista, a ništa ih se ne tiče Dan tegobni koji ih čeka.

28) Mi ih stvaramo i zglobove im vezujemo, a ako htjednemo, zamijenit ćemo ih njima sličnim.«

U jednoj slobodnoj interpretaciji vjerujemo da možemo upozoriti na ne baš strogu ali ipak određenu povezanost ovog Teksta s mišljenjem moderne prirodne znanosti. Ovdje se priroda poima kao golem proces u kojem beskrajna množina najmanjih jedinica ili događaja, aktualnih zgoda, stupa u djelatan odnos prema drugima te se zajedno s njim srašćuje u beskrajnom mnoštvu malih procesa postojanja. Ovdje je dinamika prirode razumijevana kao život koji pulsira u svim mogućim različitim oblicima, kao proces koji nije upućen cilju doslovno: kreativno napredovanje, beskonačno vrijeme do vrhunca bez kraja. Kako misliti vrijeme kao život i kao stvaranje? To nije nikakav pojam neosobnog reda, dakle apsolutna imanencija Boga, niti pojam Boga kao osobnog bića, dakle apsolutna transcendencija Boga a niti jedno jednostrano mišljenje koje svijet shvaća kao jednu fazu Božjeg bitka, dakle neki ekstremni monizam. Te odveć jednostavne alternative valja doista misliti zajedno da bi se u »metafizičkoj racionalizaciji« pojam Boga i Vremena učinio shvatljivim.

Svijet je bitno svijet u životnom stvaranju. To je svijet života. A Bog je zbilja koja je prethodni fundament sveukupnog procesa u kojem idealni oblici svih bitnosti uzlaze u vremenski svijet. Stoga Bog koji je temelj što prethodi životnom stvaranju mora pojmovno uključivati sve fizikalno valjane mogućnosti. Božju prirodu valja, dakle, shvatiti bipolarno. I stoga, kao Whitehead, ovdje razlikujemo prvobitnu i naknadnu narav Božju. Na početku Bog je neograničeno pojmovno ozbiljenje apsolutnog bogatstva svih mogućnosti. Utoliko on nije »prije« svekolikog stvaranja nego zajedno »s« njim. Utoliko je on nedovoljno ozbiljen, dapače bez svijesti. Pri toj pojmovnoj pranaravi Božjoj valja misliti na Platonov svijet ideja, svijet zbiljskih ideja koji je Božji duh ili pak sam Bog koji se stvaranjem svijeta razvija ne više u logičnim ili samo logičkim kategorijama nego u životnim i egzistencijalnim. Na »kraju« Bog je ozbiljenje aktualnog svijeta u jedinstvu svoje prirode.

Bogatstvo pojmovnih mogućnosti razvija se i oživotvoruje u svijetu, naravno, samo na još uvijek nepotpun način. Svijet ideja stvaralačkim činom u Bogu donekle se objektivira. Utoliko je Bog sad određen, dokraja ozbiljen i svjestan. Naknadna narav jest nešto što je moguće opisati nježnom skrbi kojoj ništa ne izmiče, pažljivom mudrošću i beskrajnim strpljenjem. Tako je Bog ovdje doista »pjesnik svijeta«. On ozbiljuje viziju istine, ljepote i dobrote u strpljivu dopuštanju da djeluje svezakriljujuća umnost te tako ujedinjuje u harmoniju realne procese vremenskog svijeta sa svojom beskonačnom izvornom i iskonskom koncepcijom svijeta.

Zbilja, aktualnost je u postojanosti i ona označuje narav Božju. Ona zahtijeva protjecanje kao svoje ispunjenje. I obratno, zbilja u protjecanju, kakva obilježava narav Božju zahtijeva postojanost kao svoje ispunjenje. Tako biva jasno duboko jedinstvo Boga i svijeta. Božja narav je svijet u protjecanju koji je postao vječno trajan svojom objektivnom besmrtnošću u Bogu. Možemo stoga i ovako reći: objektivna besmrtnost aktualnih zbivanja zahtijeva prvobitnu postojanost Boga pri čemu se uvijek iznova uspostavlja njegovo stvaralačko napredovanje, posvema određeno početnom usmjerenošću prema cilju koja slijedi iz Božjeg značenja za svijet u razvoju. Tako se Bog i svijet uzajamno usavršuju.

U sva tri momenta pokušali smo skicirati jedan problem, jedan značajan problem odnosa islama i suvremene znanosti bez velikih pretenzija. Ako smo u tom bar donekle uspjeli, naša zadaća time je ispunjena. Ako smo pritom bar donekle pokazali koji su sve odsudni momenti, bitni momenti komplementarnosti i prožimanja islama i matematičkih znanosti u proteklih trinaest stoljeća, onda smo toj zadaći udovoljili.

## ISLAM AND MATHEMATICS

Zlatan Gavrilović

### Summary

*In this paper the author tries to define the fundamental characteristics of the relationship between Islam and the natural sciences. At first he deals with the influence of Islam on the development of contemporary mathematics, particularly geometry. The author follows the historical development of mathematics in Europe starting with the Greek and Roman beginnings. The works of Arab mathematicians have given mathematics several fundamental terms. To them we owe the introduction of the Indian written form for numbers from zero to ten.*

*The second part elaborates some points of the problem of the concept of God within the context of "negative theology", as related to some simple geometrical concepts. Finally the author wonders how much are the requirements of contemporary quantum physics, actually, comprised in Islam. Throughout the whole study the author enumerates many names from the muslim history of science and describes their contributions in this field.*