

Dr. J. GOLDBERG, Zagreb.

Zur Theorie des thermischen Zustandes des Erdinnern

Die Kenntnis der Temperaturverteilung im Erdinnern ist als die Grundlage für alle weiteren Schlüsse über den Zustand des Erdinnern anzusehen. Die empirischen Daten, von welchen man da ausgehen kann (geothermische Tiefenstufe u. a.), führen nur dann zu einer Theorie, wenn man gewisse Annahmen über die Wärmeleitung im Erdinnern macht. Nun ist man bezüglich physikalischer Vorgänge im Erdinnern auf Extrapolationen angewiesen, die sich insbesondere auf das Verhalten der Materialkonstanten beziehen. Ob und wie sich Materialkonstanten unter den besonderen Verhältnissen ändern, in welchen sich die Materie im Erdinnern befindet, darauf kann nur eine Theorie der Materie Antwort geben. Die Zusammenhänge der thermischen Materialkonstanten untereinander und ihre Abhängigkeit von den Zustandsvariablen wurden von der *kinetischen Theorie* der Wärme und der Materie weitgehend aufgeklärt.

Im Folgenden soll nun auf einige Folgerungen hingewiesen werden, die sich für die Wärmeleitung und den thermischen Zustand im Erdinnern aus kinetischen Betrachtungen ergeben. Die begriffliche Klärung der Verhältnisse, die sich daraus ergeben dürfte, wird zu einer kritischen Beleuchtung der bestehenden Theorien über den thermischen Zustand des Erdinnern dienen, denn die Art, wie in manchen dieser Theorien Materialkonstanten zueinander in Beziehung gebracht werden, ist vom Standpunkt der theoretischen Physik bedenklich.

Es sei von Diskontinuitäten der Wärmeleitungs-konstante abgesehen, welche durch den geologischen Aufbau der Erde bedingt sind, und der betrachtete Teil der Erde werde als homogener fester Körper angesehen.

1. *Die Wärmeleitungs-konstante ist bekanntlich durch ein stationäres Temperaturfeld mit stetigem Gefälle definiert.* Es sei nun die Möglichkeit ins Auge gefasst, dass dieser theoretische Fall der stationären Wärmeleitung im Erdinnern *nicht* besteht. Dann wäre die Wärmeleitungs-konstante im Erdinnern nicht definierbar, man müsste Unstetigkeiten des Temperaturgefälles und Temperatursprünge zulassen. Es ist also in erster Linie *die Frage zu erheben, ob die Wärmeleitung im Erdinnern notwendig als stationäre Wärmeströmung mit stetigem Temperaturgefälle anzusehen ist.*

Vom kinetischen Standpunkt ist die Wärmeleitung in festen Körpern als Transport der Schwingungsenergie der Atome aufzufassen, wobei diese Teilchen durch elastische Kräfte an Ruhelagen gebunden sind. Es ist also zu erwarten, dass die Wärmeleitung durch den elastischen Zustand des Mediums nicht unbeeinflusst sein wird.

In welcher Richtung thermische Vorgänge in festen Körpern durch die elastischen Eigenschaften des Mediums beeinflusst werden, hat P. Debye¹⁾ durch

¹⁾ P. Debye, Vorträge über die kinetische Theorie der Materie. Leipzig 1914.

kinetische Betrachtungen aufgeklärt. *Debye* hat gezeigt, dass bei einem festen Körper, für welchen das *Hooke'sche* Gesetz in voller Strenge gilt (*»idealer Kristall«*), thermische Ausdehnung nicht stattfinden kann. Durch die Linearität des *Hooke'schen* Kraftgesetzes erhalten nämlich die Teilchenschwingungen volle Symmetrie und die Lage des Schwingungsmittelpunktes (Ruhelage des Teilchens) ist nicht temperaturabhängig. Nur wenn man die Linearität des Kraftgesetzes aufgibt, d. h. wenn man in dem nach Potenzen der Elongation entwickelten Ausdruck des Potentials der elastischen Kraft neben dem quadratischen Glied auch das kubische beibehält, ergibt sich Assymmetrie der Schwingungen und eine der Schwingungsenergie proportionale Verlagerung der Schwingungsmittelpunkte, somit eine thermische Volumänderung.

Kinetisch betrachtet unterscheidet sich der Vorgang der Wärmeleitung nur insofern von der Fortpflanzung elastischer Wellen (akustischer Wellen), als letzter Vorgang ein molar geordneter ist. In einem *»idealen Kristall«* würden sich bei strenger Giltigkeit des *Hooke'schen* Gesetzes elastische Wellen ohne Energiezerstreuung fortpflanzen. Da die Linearität des Kraftgesetzes andererseits aber auch Voraussetzung für ungestörte Superposition der Wellen ist, würde sich auch die ungeordnete Schwingungsenergie der Wärme nach Art elastischer Wellen fortpflanzen, das Medium würde folglich bei diesem Vorgang keine Wärme aufnehmen, und es würde demnach bei *Fortpflanzung von Wärmeenergie im idealen Kristall kein Temperaturgefälle entstehen*. Weicht aber die elastische Kraft vom *Hooke'schen* Gesetz ab (und das ist bei mittleren Werten der Zustandsvariablen mehr oder weniger immer der Fall), so wird durch die bei Schwingungen nun einsetzende Verlagerung der Teilchen (thermische Ausdehnung) Energiezerstreuung im Medium bedingt. Zur Bildung des typischen Falles der Wärmeleitung und eines stetigen Temperaturgefälles kommt es also erst dann, wenn die elastische Kraft nichtlineare Glieder hat. Da demnach im idealen Kristall der Temperaturgradient Null bleibt, selbst wenn an einer seiner Grenzflächen eine Wärmequelle die Schwingungsenergie steigert und die bestehende Temperaturdifferenz auch Energietransport bewirkt, müsste die Wärmeleitfähigkeit des idealen Kristalles als unendlich gross angenommen werden. Es ist physikalisch jedoch wohl korrekter sie in diesem Falle als gar nicht definierbar anzusehen.

2. Dieses theoretisch zu erwartende Verhalten des idealen Kristalles hinsichtlich der Fortpflanzung von Wärmeenergie kann zu zwei anderen Fällen von Energietransport in Analogie gesetzt werden.

Da sich die Wärme hier nach Art elastischer Wellen in einem ideal elastischen Medium ausbreitet, besteht erstens eine Analogie zur Wärmestrahlung durch ein vollkommen diathermanes Medium.

Zweitens zeigt der ideale Kristall vom kinetischen Standpunkt eine weitgehende Analogie mit hochverdünnten Gasen. Ist nämlich ein solches Gas zwischen 2 parallelen Gefässwänden A und B eingeschlossen, deren eine A auf höherer Temperatur sei, so werden von A zurückgeworfene Gasmoleküle Wärme in Form von kinetischer Energie durch das Gas nach B tragen. Da aber infolge der hohen Verdünnung die mittlere Weglänge gross ist, ein Energieaustausch aber nur bei Zusammenstößen erfolgt, so wird den an A grenzenden Schichten des verdünnten Gases keine Wärme mitgeteilt und es entsteht an

der Begrenzungsfläche ein Temperatursprung²⁾). In der Gasschicht zwischen A und B besteht also kein Temperaturgefälle, sondern eine mittlere örtlich konstante Temperatur, die durch das innere Wärmegleichgewicht des Gases aufrechterhalten wird.

Denkt man sich analog eine Platte eines idealen Kristalls von parallelen Ebenen begrenzt, die infolge Berührung mit verschiedenen temperierten Wärmereservoirien eine Temperaturdifferenz aufweisen, so erfolgt Energietransport durch die Platte mittels elastischer Wellen ohne Energiezerstreuung, das Medium nimmt keine Energie auf und es entsteht an den Grenzflächen ein Temperatursprung.

5. Welche Zustände können nun dieses Verhalten des festen Körpers bewirken, ihn zum idealen Kristall machen?

Debye's Theorie der Wärmeleitung stützte sich auf die experimentellen Resultate *Euckens*³⁾, nach welchen die Wärmeleitfähigkeit bei abnehmender Temperatur proportional $\frac{1}{T}$ zunimmt, im Grenzfall $\lim T = 0$ also unendlich gross werden sollte. Aus *Debye's* Theorie kann dieses Verhalten zumindest qualitativ abgeleitet werden (auch quantitativ fand *Debye* durch Rechnung auf Grund der Abweichungen vom *Hooke's*chen Gesetz die Wärmeleitfähigkeit von Steinsalz in der beobachteten Grössenordnung). Es ist ja auch einleuchtend, dass sich der feste Körper bei abnehmender Temperatur dem Zustand der strengen Gültigkeit des *Hooke's*chen Gesetzes nähert. Denn da bei tiefen Temperaturen die Schwingungsamplituden klein bleiben, kann man hier in der Entwicklung des Potentials der elastischen Kraft das kubische und die höheren Glieder unterdrücken. Der Zustand des idealen Kristalls könnte also durch einen festen Körper bei sehr tiefen Temperaturen realisiert werden.

In neuerer Zeit ergaben Versuche von *Bridgman*, dass die *Wärmeleitfähigkeit mit zunehmendem Druck zunimmt*. Eine kinetische Theorie der Wärmeleitung in festen Körpern, aus welcher ihr Verhalten bei hohen Drucken hervorginge, steht meines Wissens noch aus. Die Grundvoraussetzungen, von welchen eine solche Theorie auszugehen hätte, müssten dem Umstande Rechnung tragen, dass *hohe Drucke auf die Wärmeleitung einen gleichen Einfluss ausüben wie tiefe Temperaturen*⁴⁾. Die Tatsache, dass die Kompressibilität mit zunehmendem Druck abnimmt, weist auf Zunahme der Absolutwerte der elastischen Kräfte mit steigender Kompression. Dasselbe ergibt sich auch formal, wenn man, wie es in der Theorie des festen Körpers üblich, die anziehenden sowohl als die abstossenden Kräfte als proportional Potenzen des reziproken Abstandes annimmt. Nimmt also das Potentialgefälle der elastischen Kräfte mit steigendem Druck zu, so wird die gleiche Schwingungsenergie kleinere Amplituden bewirken. Bewirkt demnach Kompression Abnahme der Amplituden, so ergibt sich als *Folge zunehmenden Druckes Annäherung an die strenge Geltung des Hooke'schen Gesetzes, der feste Körper könnte also durch extrem hohen Druck dem Zustande des idealen Kristalls genähert werden*.

4. In Erdinnern herrschen nach Berechnung von *Rudzki* in Tiefen von ca 2500 km, bis zu welchen man auf Grund des Abfalles des Righeitskoeffi-

²⁾ Von *Smoluchowski* auch experimentell nachgewiesen.

³⁾ Ann. d. Phys. 34, 185 (1911).

⁴⁾ Dieses Verhalten entspricht dem *Le Chatelier-Braun's*chen Prinzip.

zienten, der erst in der Tiefe von 2900 km erfolgt, die Materie als fest ansehen kann, Drucke der Grössenordnung 10^6 Atm. Nimmt man an, dass sich bei so hohen Drucken die feste Materie des Erdinnern schon weitgehend dem Zustande des idealen Kristalls nähert, ein stationäres, eine Wärmeleitung definierendes Temperaturgefälle dort also nicht mehr bestehen kann, so müsste man bezüglich des thermischen Zustandes des Erdinnern Folgendes schliessen:

a) Die geothermische Tiefenstufe weist wohl auf die Existenz von Wärmequellen im Erdinnern hin, doch kann aus dem Temperaturgefälle in den obersten Schichten der Erdkruste nicht gefolgert werden, dass auch bis zum Ursprung der Wärme ein Temperaturgefälle besteht. Es kann also auch *kein Schluss auf die Tiefenlage der Wärmequellen* gezogen werden.

b) Auch ohne Diskontinuitäten des geologischen Aufbaus können im Erdinnern *Temperatursprünge* bestehen, wo eine Wärmequelle (z. B. radioaktive Materie) in hoch komprimierten Stoff eingebettet ist.

c) *Eine obere Grenze für die Temperaturen* im Erdinnern kann man auch daraus *nicht herleiten*, dass hohe Drucke bei *zunehmender Temperatur* der thermischen Ausdehnung und damit weiterer Temperatursteigerung ein Ziel setzen, denn der bei hohen Drucken eintretende Zustand der Materie bewirkt *Aufhören der thermischen Ausdehnung überhaupt*.

Das Ziel obiger Ausführungen ist, auf das theoretisch zu erwartende Verhalten der Materie im Erdinnern hinzuweisen wie auch auf die Richtung, in welcher die kinetische Auffassung der Wärme unsere Schlüsse über den thermischen Zustand des Erdinnern einschränkt.

Ob ein solches Verhalten der Materie im Erdinnern wirklich statthat, wie weiter die dargelegte Auffassung des thermisch-elastischen Zustandes des Erdinnern mit den seismischen Beobachtungen und anderen Quellen geophysikalischer Erkenntnis in Einklang zu bringen ist, erfordert eine eingehende Prüfung des ganzen Fragenkomplexes.

Zagreb, Geophysikalisches Institut.

März 1938.