

RADOVI S NATJEČAJA ZAKLADE
»PROF. DR. MARIJAN HANŽEKOVIĆ«
2001. GODINE

ANALIZA FAKTORA KAMATNOG RIZIKA I HEDGING NA NJEMAČKOME I FRANCUSKOM TRŽIŠTU OBVEZNICA *

Zlatana SIKAVICA-KISIĆ
Hrvatska narodna banka, Zagreb

Stručni rad**
UDK: 336.764.25(430)(44)

Sažetak

Kada je upravitelj portfelja vrijednosnica s fiksnim prinomom izložen riziku promjene cijele krivulje prinosa, hedging koji se izvodi pomoću duracije ne omogućuje adekvatnu zaštitu portfelja u okruženju iznimno visoke volatilnosti kamatnih stopa. Trenutačno je najpoželjnija metoda za mjerenje rizika sažeta, ali precizna karakterizacija krivulje prinosa koja objašnjava kako fluktuiraju prinosi obveznica s različitim dospijećima. Taj novi empirijski pristup omogućuje da se na jednostavan i izravan način pomoću povijesnih podataka analizira i kontrolira kamatni rizik.

Najprije ćemo provesti statističku analizu povijesnih promjena ročne strukture na njemačkome i francuskom tržištu obveznica. Rezultati analize pokazuju da se krivulje prinosa ne pomiču paralelno. Stoga je potrebno primijeniti alternativni empirijski pristup kako bi se odredili zajednički faktori koji su utjecali na prinose obveznica.

Nadalje, ovaj rad obrađuje teoriju glavnih komponenti i njezinu primjenu na empirijsku analizu promjena krivulje prinosa. Metoda glavnih komponentata nova je tehnika za hedging kamatnog rizika. Sastoji se od pronalaženja maloga broja komponentata ili faktora koji objašnjavaju većinu promjena prinosa duž cijeloga spektra dospijeća te primjenu tih faktora za opis promjena krivulje prinosa.

Analiza se dalje nastavlja identificiranjem i proučavanjem zajedničkih faktora koji utječu na prinose njemačkih i francuskih obveznica. Ovo istraživanje sugerira da postoje tri zajednička faktora koji, promatrani istodobno, objašnjavaju većinu promjena u prinosisima obveznica. To znači da se promjene na krivuljama prinosa mogu dobro opisati nezavisnim promjenama razine, nagiba i zakrivljenosti krivulje prinosa. Tako konstruirani modeli s više faktora koji opisuju dinamiku krivulje prinosa posebice su korisni za hedging. Investitor može postići bolju

* Ovaj je članak osvojio nagradu Zaklade "Prof. dr. Marijan Hanžeković" za najbolji rad u 2001. godini.

** Primljeno (Received): 29. 5. 2001.

Prihvaćeno (Accepted): 26. 9. 2001.

poziciju za hedging promatrajući učinak svakog faktora pojedinačno ili više njih istodobno nego što bi ga postigao ako bi posjedovao portfelj s nultom duracijom.

U zaključku ćemo usporediti hedging izveden pomoću duracije i hedging izveden pomoću faktora, što znači praktičnu primjenu teorijskih rezultata na svakodnevno upravljanje portfeljima i rizicima. Empirijski rezultati dobiveni u ovom radu također pokazuju da pristup hedgingu pomoću faktora daje bolje rezultate nego standardna metoda hedginga pomoću duracije te na taj način omogućuje mnogo fleksibilniju i efikasniju strategiju.

Ključne riječi: analiza faktora rizika, analiza glavnih komponenata, dinamika krivulje prinosa, duracija, hedging, hedging pomoću duracije, hedging pomoću glavnih komponenata, kamatni rizik, konveksnost, mjerenje rizika, rizik promjene nagiba, rizik promjene razine, rizik promjene zakrivljenosti, ročna struktura kamatnih stopa, ročna struktura volatilnosti, upravljanje portfeljem, upravljanje rizicima, vrijednosnice s fiksnim prinosom, zajednički faktori

1. Uvod

Primarni izvor rizika za portfelj sastavljen od vrijednosnica s fiksnim prinosom jest rizik povezan s dinamikom ročne strukture kamatnih stopa, a ne samo s promjenama prinosa određene ročnosti. Stoga mjerenje i upravljanje rizikom promjene krivulje prinosa ima važnu ulogu pri upravljanju portfeljem vrijednosnica s fiksnim prinosom. S obzirom na to da su kamatne stope temelj na osnovi kojega se određuju cijene vrijednosnica s fiksnim prinosom, potrebno je imati odgovarajući model za opis dinamike ročne strukture kamatnih stopa kako bi se odredila osjetljivost cijena vrijednosnica na promjene kamatnih stopa. Međutim, postoje brojni faktori koji određuju krivulju prinosa i njezine promjene (inflacija, gospodarski rast, zaposlenost, tečaj, volatilnost, monetarna politika itd.) te se procesi koji opisuju promjene tih varijabli vrlo teško mogu modelirati. Dosada nije dokazano da postoji stohastički proces koji konzistentno opisuje promjene ročne strukture bolje od nekoga drugog modela. Modeliranje ročne strukture vrlo je važno jer uspjeh svake strategije hedginga ovisi o tome koliko pretpostavljeni model dobro opisuje stvarnost.

Model s jednim faktorom pretpostavlja da se cijela krivulja prinosa mijenja samo zbog jednog izvora neizvjesnosti te su promjene svih segmenata krivulje prinosa u potpunosti korelirane. Međutim, empirijski je dokazano da se krivulja prinosa ne pomiče samo paralelno nego istodobno mijenja nagib i zakrivljenost. Drugim riječima, rizik povezan s promjenama krivulje prinosa može se rastaviti na mnogo različitih izvora rizika, a vrijednosnice s fiksnim prinosom različitih dospjeća imaju drugačije ponašanje spram tih izvora rizika. S obzirom na takav model s višestrukim scenarijima, portfelj koji se hedgira mora biti zaštićen od pomaka u svakom od osnovnih smjerova. Kako bi se odredili ti smjerovi, potrebno je proučiti povijest promjena ročne strukture.

Prvi je cilj ovoga rada proučiti i okarakterizirati promjene na njemačkome i francuskom tržištu vladinih obveznica koje se pojavljuju zbog promjena kamatnih

stopa. Nastojat ćemo analizirati promjene prinosa obveznica različitih dospijeća na način da utvrdimo zajedničke faktore koji utječu na njih. Kako bismo objasnili promjene u prinosima, potrebno je analizirati trenutačni oblik ročne strukture jer nam to daje informaciju o mjestu i izvoru realiziranih promjena prinosa. Pitanje koje se postavlja jest mogu li se promjene prinosa obveznica različitih dospijeća na jednostavan način objasniti promjenama maloga broja slučajnih faktora. Te se spoznaje potom koriste za odabir strategije hedginga.

Drugi je cilj dati usporedbu klasičnoga hedginga pomoću duracije s onim koji se koristi izračunanim osjetljivostima vrijednosnica s fiksnim prinosom spram različitih faktora rizika te odrediti posljedice hedginga koji pretpostavlja model s više faktora za opis promjena krivulje prinosa odnosno modela s jednim faktorom.

Hipoteza koju ćemo pokušati dokazati jest to da se ročna struktura kamatnih stopa uglavnom pokreće trima skrivenim vanjskim faktorima koji su uzajamno ortogonalni, tj. neovisni. Ti su faktori u literaturi interpretirani kao faktori koji uzrokuju paralelne pomake, promjene nagiba i promjene zakrivljenosti, a one se opažaju na promjenama krivulje prinosa. Dokazano je da se većina promjena u konfiguraciji krivulje prinosa može dostatno objasniti pomoću ta tri faktora, a svaka druga manja promjena može se zanemariti. Stoga se u svrhu hedginga razmatraju upravo ti faktori.

2. Mjerenje kamatnog rizika

U zadnjem su desetljeću akademski i profesionalni krugovi razvili brojne postupke kojima se kvantificira izloženost portfelja i pojedinačnih obveznica promjenama kamatnih stopa, a na osnovi kojih su izgrađene tehnike za hedging i imunizaciju.

Mjere kojima se određuje osjetljivost cijena radi hedginga kamatnog rizika razvijale su se u nekoliko usporednih smjerova (Hill i Vaysman, 1998).

2.1 Usklađivanje pomoću duracije i konveksnosti

Duracija i konveksnost služe kao instrumenti za kontrolu rizika portfelja izloženih promjenama kamatnih stopa jer one određuju promjene cijena prouzročene promjenama kamatnih stopa.

Duracija je aproksimacija prvoga reda za osjetljivost cijene obveznice na promjene kamatnih stopa, a vrijedi samo za male paralelne pomake ravne krivulje prinosa. Takav model pretpostavlja da se oblik krivulje prinosa ne mijenja u vremenu, tj. volatilnost prinosa za sva je dospijeća jednaka te promjene svih prinosa moraju biti u potpunosti korelirane. Samo uz te uvjete duracija je ispravna mjera rizika.

Optimizacija putem usklađivanja duracija ograničava portfelj vrijednosnica prema klasičnim uvjetima imunizacije. Vrijednosno ponderirana duracija obveznica mora biti jednaka vrijednosno ponderiranoj duraciji obveza, a vrijednosno ponderirana konveksnost obveznica mora biti veća od vrijednosno ponderirane konveksnosti obveza. Međutim, Christensen i Sorensen (1994) dokazali su da nije uvi-

jek optimalno odabrati portfelj s najvećom konveksnošću te da se djelotvornost strategije imunizacije povećava kako se smanjuje razlika između konveksnosti obveznica i pripadnih obveza.

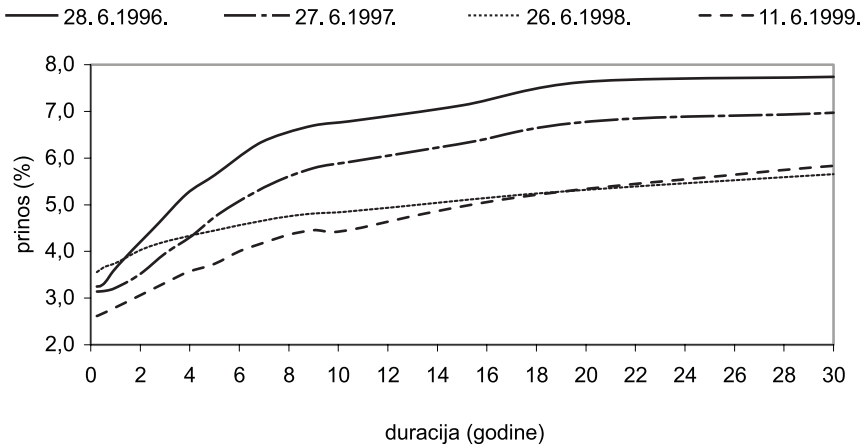
Konveksnost obveznice opisuje promjene duracije obveznice zbog promjene kamatnih stopa. Riječ je o aproksimaciji drugoga reda koja omogućuje još bolji opis, a to je osobito vidljivo pri većim paralelnim pomacima krivulje prinosa i može biti dragocjena pomoć duraciji prilikom hedginga kamatnog rizika. Međutim, konveksnost je samo neizravna mjera za opis osjetljivosti krivulje prinosa na promjene kamatnih stopa.

Duracija i konveksnost zajedno bolja su aproksimacija osjetljivosti cijena na promjene ročne strukture kamatnih stopa nego što je sama duracija, ali je još uvijek riječ o pretpostavci paralelnih pomaka krivulje prinosa.

Ho (1992) uvodi "ključne stope" i promatra više točaka na krivulji prinosa. Osjetljivost cijena obveznica na promjene tih stopa zove se duracija ključnih stopa. Takve mjere raščlanjuju ukupnu efektivnu duraciju i konveksnost duž krivulje prinosa dopuštajući pritom hedging onih promjena kamatnih stopa koje nisu paralelne, i to na način da se usklađuju parcijalne duracije. Na taj način upravitelji portfelja preciznije mogu predvidjeti ponašanje portfelja zbog promjena krivulje prinosa. Nedostatak te metode je u tome što ona izravno ne uzima u obzir korelacije među promjenama svake ključne stope. Nadalje, hedging putem duracije ključnih stopa daje dobre rezultate samo ako se koristi vrlo velik broj duracija ključnih stopa, a to može rezultirati pretjeranim trgovanjem obveznicama, odnosno prevelikim brojem transakcija.

Većina upravitelja portfeljima danas prihvaća činjenicu da duracija i konveksnost same po sebi nisu dovoljne za opis i upravljanje kamatnim rizikom duž cijele krivulje prinosa. Štoviše, statistička analiza promjena krivulje prinosa pokazuje da se u stvarnosti prinosi ne pomiču paralelno i da promjene svih kamatnih stopa nisu potpuno korelirane. Nepotpuna koreliranost nagoviješta da će se oblik krivulje prinosa mijenjati jer će se i prinosi različito mijenjati za pojedina dospijeća. Slika 1. prikazuje promjene krivulja prinosa njemačkih vladinih strip-obveznica koje su se događale posljednjih nekoliko godina. Od lipnja 1996. do lipnja 1997. godine prinosi su se smanjili na gotovo paralelan način, uz napomenu da su se prinosi strip-obveznica kraćega dospijeća smanjili u manjem opsegu te tako doveli do manjega nagiba prednjeg dijela krivulje prinosa. Nadalje, nagib krivulje dramatično se smanjuje između lipnja 1997. i lipnja 1998. godine zbog povećanja prinosa kratkoročnih obveznica, izostanka promjena u prinosima strip-obveznica s četverogodišnjim dospijećem te znatnoga smanjenja prinosa srednjoročnih i dugoročnih strip-obveznica. Smanjenje nagiba također je bilo popraćeno i smanjenjem zakrivljenosti. Konačno, između lipnja 1998. i lipnja 1999. godine krivulja prinosa ponovno raste zbog pada kratkoročnih i srednjoročnih prinosa, dok se dugoročni prinosi nisu bitno mijenjali. Francusko tržište strip-obveznica u istom razdoblju pokazuje slično ponašanje (sl. 2. u prilogu).

Slika 1. Krivulje prinosa njemačkih vladinih strip-obveznica



Zbog opisanih promjena na tržištima obveznica potrebne su različite metode, kako za opis različitih dijelova i svojstava ročne strukture kamatnih stopa, tako i za opis promjena cijena obveznica. Stoga ćemo se koristiti alternativnim pristupom koji uzima u obzir empirijska istraživanja za određivanje zajedničkih faktora koji su utjecali na krivulje prinosa u prošlosti.

2.2. Analiza zajedničkih faktora

Metoda glavnih komponentata jest statistička tehnika za mjerenje i hedging kamatnog rizika koja nadgrađuje duraciju kao jednostavnu metodu za mjerenje osjetljivosti krivulje prinosa na promjene. Ta nova tehnika hedginga, koja se koristi povijesnim podacima za kontrolu kamatnog rizika putem tradicionalne strategije hedginga, dobila je važno mjesto u literaturi vezanoj za vrijednosnice s fiksnim prinomom (Jones, 1991. i Canabarro, 1995). Spomenutom se tehnikom također koriste Litterman i Scheinkman (1991). Oni primjenjuju analizu faktora kako bi odredili linearni faktorski model koji opisuje jednokratne prinose na obveznice bez kupona s različitim dospeljima. Koristeći se svojim linearnim faktorskim modelom, oni su izgradili bezrizične portfelje s koeficijentima uz faktore jednakim nuli te na taj način proveli hedging spram kamatnog rizika za svaki pojedinačni faktor.

Statistička metoda glavnih komponentata omogućuje da se na jednostavan način pronađe mali broj uzajamno neovisnih komponentata ili faktora koji objašnjavaju većinu promjena u prinosisima te određuju pomake krivulje prinosa. Obično je dovoljno poznavati dvije ili tri komponente kako bi se objasnilo 95% ili više svih promjena krivulje prinosa. Iako model ne govori ništa o tome što bi ti faktori mogli biti, oni često imaju intuitivnu interpretaciju. Dosadašnja su istraživanja pokazala da prva komponenta obično označava uglavnom paralelne pomake, druga komponenta odražava zakretanja, a treća predočuje izbočenja krivulje prinosa. Smatra se da ti faktori - razina, nagib i zakrivljenost - najviše utječu na promjene

krivulje prinosa te se mogu shvatiti kao nagli šokovi u kamatnim stopama. Ti se faktori mogu iskoristiti za određivanje odgovarajućih duracija, tj. osjetljivosti vrijednosnica na takve promjene krivulje prinosa.

Prema upravo opisanoj metodi hedging pomoću glavnih komponenata jest kombinacija hedging vrijednosnica, čija osjetljivost na promjene tih faktora najbolje neutralizira osjetljivost portfelja na takve promjene.

Prednost metode glavnih komponenata jest činjenica da ona uzima u obzir povijesne volatilnosti i korelacije promjena kamatnih stopa. Zato se čini da hedging izveden uz pomoć duracije glavnih komponenata daje bolje rezultate nego druge hedging tehnike, koje ne obuhvaćaju dinamiku kamatnih stopa.

3. Teorija glavnih komponenata i njezina primjena na empirijsku analizu promjena krivulje prinosa

Analiza glavnih komponenata (*Principal Components Analysis - PCA*) objašnjava varijančno-kovarijančnu strukturu određenoga broja koreliranih varijabli preko maloga broja linearnih kombinacija tih varijabli. Obično se primjenjuje na složene sustave koji ovise o velikom broju faktora (deskriptivnih varijabli), i u kojima želimo identificirati nekoliko "novih" kompozitnih varijabli koje objašnjavaju što više promjena unutar sustava. Metoda najprije pronalazi primarni faktor koji objašnjava glavčinu promjena, nakon toga se određuje drugi faktor koji objašnjava najveći dio ostalih promjena, a zatim se sustavno pronalaze i ostali faktori. Marginalni doprinos dodatnih faktora s obzirom na ukupnu količinu objašnjenih promjena vrlo je malen.

Svaki pomak krivulje prinosa može se shvatiti kao n -dimenzionalni stupčani vektor Δy_t , promjena prinosa n vrijednosnica u trenutku t . Pretpostavlja se da promjene prinosa slijede normalnu raspodjelu s više varijabli, uz srednju vrijednost jednaku nuli i uz danu kovarijančnu matricu \mathfrak{S} . PCA metodom pronalazi se drugi skup od n slučajnih varijabli, koje se zovu glavne komponente, a omogućuju mnogo jednostavniji opis promjena kamatnih stopa. Nove su varijable svojstveni vektori kovarijančne matrice \mathfrak{S} i označeni su s $m_{i,j}$. Usto je $\Omega = (m_{i,j})$ ortogonalna matrica ($\Omega^{-1} = \Omega^T$) jer su njezini redovi po svojstvu linearno neovisni jedinični vektori. Nadalje, PCA metoda transformira informacije o varijancama i kovarijancama u vektor $\lambda = (\lambda_i)$ varijanci glavnih komponenata (svojstvenih vrijednosti matrice \mathfrak{S}). Dijagonalna matrica koja ima svojstvene vrijednosti λ_i po dijagonali označena je s Λ . Sve glavne komponente zajedno objašnjavaju cjelokupnu povijesnu promjenu krivulje prinosa, a svojstvene vrijednosti λ_i rangiraju glavne komponente na osnovi njihovih mogućnosti da objasne pojedine promjene. Takvo rangiranje opisuje fundamentalnu dinamiku kamatnih stopa. U matricnoj notaciji ono se može prikazati ovako:

$$\mathfrak{S} = \Omega \Lambda \Omega^T \quad \text{ili}$$

$$\mathfrak{S} = \begin{bmatrix} m_{11} \dots m_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ m_{n1} \dots m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \dots m_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ m_{n1} \dots m_{nn} \end{bmatrix}^T$$

Nakon što se svojstveni vektori sortiraju prema pripadnim svojstvenim vrijednostima, svaki koeficijent uz glavnu komponentu množi se kvadratnim korijenom pripadne svojstvene vrijednosti. Rezultat toga je element $[m \lambda^{-1/2}]_{ij}$, koji je ponder j -te komponente promjena prinosa za i -tu vrijednosnicu, tj. beta-koeficijent (β).

Kao što je već naglašeno, PCA metoda pretpostavlja da se kovarijančna matrica niza slučajnih varijabli, u ovom slučaju tjednih promjena prinosa, može rastaviti na zajedničke faktore. Svaka se varijabla, tj. promjena prinosa svake vrijednosnice, može izraziti kao linearna kombinacija faktora koji obično nisu unaprijed poznati. PCA metoda osigurava da svaki od tih neopaženih faktora ima srednju vrijednost jednaku nuli, varijancu jednaku jedinici, a kovarijance između pojedinih faktora jednake su nuli. Ti su zajednički faktori izvori sistemskog rizika ili onoga rizika koji se ne može ukloniti diversifikacijom. Sistemski rizici imaju sveobuhvatan utjecaj na cijelu krivulju prinosa te se moraju razlikovati od specifičnih rizika koji utječu na pojedine obveznice i zato imaju zanemariv utjecaj na diversificirani portfelj. Stoga upravitelji portfelja nastoje provoditi hedging jedino spram izvora sistemskog rizika.

Kada se primijeni na vremenske serije cijele krivulje prinosa, PCA metoda izdvaja primarne faktore koji objašnjavaju dinamiku krivulje prinosa. Ako u sustavu postoji n komponenata, PCA metoda zahtijevat će n uzajamno ortogonalnih glavnih komponenata kako bi potpuno reproducirala promjene u cijelom sustavu. Izbor manjega broja glavnih komponenti nego što ima originalnih varijabli ostavit će dio rezidualnih promjena u sustavu koje će ostati neobjašnjive. Međutim, dokazano je da se krivulja prinosa može dovoljno precizno modelirati koristeći se samo prvim trima komponentama. Te tri glavne komponente smatraju se faktorima koji uzrokuju pomak svih kamatnih stopa te su dovoljne za objašnjenje promjena duž cijele krivulje prinosa. Faktori se mogu primijeniti za hedging ili imunizaciju, kao i za VaR metodu mjerenja rizika.

Promjene krivulje prinosa izražene putem triju faktora dane su izrazom:

$$\Delta y_t = \beta_{1t} \Delta F_1 + \beta_{2t} \Delta F_2 + \beta_{3t} \Delta F_3 + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

gdje Δy_t označava promjenu prinosa vrijednosnice s dospeljećem t .

Veličine β_{1t} , β_{2t} i β_{3t} koeficijenti su ispred faktora za vrijednosnicu s dospeljećem t koji opisuju utjecaj jedinične promjene prvoga, drugoga i trećeg faktora na prinos te vrijednosnice. (Njihov grafički prikaz daje oblik pomaka krivulje prinosa koji trebamo odrediti.)

Pritom su ΔF_1 , ΔF_2 i ΔF_3 promjene prvih triju glavnih komponenata (uzajamno ortogonalni zajednički faktori).

Slovo ε_t označava slučajnu pogrešku i faktore koji su jedinstveno pridruženi pojedinih vrijednosnicama (jedinstveni faktori koji predočuju onaj dio promjene stopa koji se ne može objasniti zajedničkim faktorima).

Beta koeficijenti (osjetljivost prinosa vrijednosnice na različite zajedničke faktore) gotovo su neovisni u vremenu, a kako se faktori mijenjaju u vremenu, tako se njihov utjecaj na prinose različitih dospeljeća može izračunati pomoću jednadžbe (3.1).

Taj se pristup također može primijeniti i za određivanje osjetljivosti portfelja obveznica na različite faktore tako da se zbroje beta-koeficijenti svih obveznica u portfelju ponderirani s tržišnom vrijednošću pojedine obveznice. Na osnovi tih osjetljivosti možemo odrediti na koje je faktore portfelj vrlo osjetljiv te izvršiti hedging tako da stvorimo portfelj koji će biti imun na sve faktore koristeći se pritom onim obveznicama čiji bi ponderirani zbroj za sve faktore bio jednak nuli. Stoga će, ako se promotri utjecaj na diversificirani portfelj svakoga ili nekoga od zajedničkih faktora, upravitelj portfelja moći postići bolju poziciju za hedging nego što bi to mogao ako drži portfelj s duracijom jednakom nuli.

Prednost toga pristupa je njegova fleksibilnost jer obveznica ne mora biti podvrgnuta hedgingu spram svih faktora. Stoga upravitelj portfelja može izabrati faktore spram kojih će provoditi hedging te na taj način zauzeti aktivne rizične pozicije i prijeći na usmjereno klađenje. Upravitelj portfelja vrijednosnica s fiksnim prinosom, koji aktivno trguje i ima očekivanja bilo spram smjera promjene kamatnih stopa, bilo spram promjene oblika krivulje prinosa, može uspješno postaviti portfelj glede maksimizacije profita i ostvariti zaradu ako su njegova očekivanja ispravna, a s druge strane, ograničiti gubitke ako je u krivu.

Jedan od nedostataka PCA modela leži u činjenici da nije moguće opaziti faktore koje nam model daje, a sam postupak osigurava tim faktorima neko ekonomsko značenje. Ipak, empirijska će analiza dati precizan oblik tih faktora na čijoj je osnovi moguće dati neka ekonomska pojašnjenja. Osim toga, to nije ni toliko važno jer još uvijek možemo provesti hedging spram onih faktora u kojih možemo naći beta-koeficijente, tj. odrediti promjene faktora i njihov utjecaj na prinose obveznica.

Drugi je nedostatak metode činjenica da se ona zasniva na uporabi povijesnih podataka. Time posredno očekujemo da će se prošlost ponavljati, iako često nije tako. Međutim, kasnije ćemo upozoriti na tendenciju da su zajednički faktori stabilni u vremenu, čime se ublažava upravo spomenuti nedostatak.

Konačno, treba napomenuti da uvijek ne vrijedi tvrdnja kako se svaka hipotetička promjena krivulje prinosa može objasniti pomoću prve tri glavne komponente. Na primjer, ako se krivulja prinosa pomiče točno za jednu standardnu devijaciju četvrte glavne komponente, prve će tri objasniti 0% takvoga pomaka. Međutim, to se u stvarnosti događa vrlo rijetko.

4. Prethodne studije

Pomoću metode glavnih komponenata Garbade (1996), Litterman i Scheinkman (1991) istražili su američko tržište obveznica. Također su provedena istraživa-

nja danskoga (Dahl, 1993) i talijanskog tržišta (D'Ecclesia i Zenios, 1994). Istraživači su se složili da postoje tri glavna izvora neizvjesnosti koji karakteriziraju promjene krivulje prinosa. Također smatraju da se većina promjena u prinosima obveznica s fiksnim prinosom može objasniti pomoću tri faktora: razine, nagiba i zakrivljenosti.

Litterman i Scheinkman (1991) dali su opis faktora koji objašnjavaju 30-godišnju krivulju prinosa obveznica bez kupona. Ustanovili su da tri faktora objašnjavaju prosječno 98,4% promjena u prinosima kuponskih obveznica s dospijecom od jedne do osamnaest godina. Nadalje, pokazali su da su promjene prinosa što ih je prouzročio prvi faktor, u osnovi konstantne za različita dospijeca te stoga, u biti, označavaju paralelan pomak krivulje prinosa. Autori zaključuju da je hedging spram prvoga faktora blizak hedgingu pomoću duracije. Zbog takvog utjecaja prvoga faktora na razinu prinosa autori su taj faktor prozvali faktorom razine. Efekt razine objašnjava prosječno 89,5% ukupno objašnjivih promjena prinosa.

Drugi su faktor prozvali faktorom nagiba jer je njegova promjena utjecala na smanjenje prinosa kratkoročnih obveznica i povećanje prinosa dugoročnih obveznica. Efekt nagiba objašnjava prosječno 8,5% ukupno objašnjivih promjena prinosa.

Treći je faktor nazvan zakrivljenošću jer je na njihovu uzorku njegova promjena pridonijela povećanju zakrivljenosti krivulje prinosa u području dospijeca ispod 20 godina. Taj faktor prosječno objašnjava 2% ukupno objašnjivih promjena.

Nadalje, Litterman i Scheinkman pokazali su da, iako hedging pomoću prvog faktora uzima u obzir većinu rizika promjene prinosa, portfelj u kojem se na takav način provodi hedging još uvijek može biti podložan znatnim gubicima u određenim tržišnim uvjetima.

D'Ecclesia i Zenios (1994) analizirali su talijansko tržište obveznica i utvrdili da prva tri faktora objašnjavaju 99,82% promjena u prinosima obveznica različitog dospijeca. Na prvi se faktor odnosi 93,91% promjena, na drugi 5,49%, a na treći 0,42%. Autori su razvili model imunizacije portfelja pomoću faktora kako bi ga zaštitili od rizika promjene faktora, a empirijski dobiven rezultat pokazao je da je imunizacija pomoću faktora mnogo fleksibilnija i djelotvornija nego standardna imunizacija koja se izvodi usklađivanjem duracija.

Barber i Copper (1996) iz povijesnih su promjena trenutačnih stopa izdvojili mali skup fundamentalnih smjerova koji približno opisuju povijest mjesečnih promjena američkih trezorskih obveznica od kolovoza 1985. do veljače 1991. godine. Na osnovi kovarijančne matrice uzorka promjena trenutačnih stopa, a uporabom metode glavnih komponenata, odredili su linearnu kombinaciju fundamentalnih faktora koji utječu na pomake krivulje prinosa. Njihovi se rezultati slažu s rezultatima drugih istraživača. Prvi faktor obuhvaća (otprilike) 81% ukupnih promjena trenutačnih stopa, drugi faktor 12%, a treći 4%. Autori su također pokazali da uključivanje drugoga i trećeg faktora u postupke imunizacije i hedginga omogućuje bolju zaštitu zbog mnogo fleksibilnijeg opisa kratkoročne volatilnosti te zato što je uzeto u obzir savijanje krivulje prinosa. Međutim, kako su u analizu uključivali dodatne faktore, povećavala se mogućnost objašnjavanja, ali sve manjim tempom.

To pokazuje da postoji balans između štedljivosti i mogućnosti objašnjavanja. Uključivanje više faktora u model dovodi do pojave novih ograničenja na imunizaciju i hedging, a istodobno smanjuje mogući skup rješenja.

Singh je (1997) istraživao dnevne vremenske serije prinosa američkih trezorskih obveznica najnovijih izdanja s ukupno devet različitih dospjeća u rasponu od 3. mjeseca do 30 godina. Kada se prve tri glavne komponente odaberu kao faktori kojima se modelira dinamika krivulje prinosa, ustanovio je da one objašnjavaju približno 98% promjena u prinosima.

U istraživanju provedenom na kanadskom tržištu vladinih obveznica Hill i Vaysman (1998) također su došli do zaključka da prva tri faktora objašnjavaju 95,8% ukupnih promjena.

5. Podaci

U ovome ćemo radu provesti slično istraživanje tako što ćemo identificirati i analizirati zajedničke faktore koji utječu na njemačko i francusko tržište vladinih obveznica. Međutim, da bismo mogli provesti analizu, moramo se koristiti obveznicama bez kupona (stripovima), jer tradicionalno konstruirana krivulja prinosa, koja se zasniva na najnovijim izdanjima vladinih obveznica, ne određuje precizno odnos između prinosa i dospjeća. Obveznice s istim dospjećem mogu imati različite prinose, a odnos između prinosa na kuponske obveznice različitih dospjeća mijenja se u vremenu kao funkcija razine kamatnih stopa. Taj efekt proizlazi iz utjecaja različitih kuponskih stopa. Nadalje, prinosi kuponskih obveznica nisu primjereni za analizu promjena krivulje prinosa jer se duracija kuponske obveznice mijenja s kuponskom stopom i prinosom.

Krivulja prinosa strip-obveznica uklanja problem razlika kuponskih stopa na relaciji prinos – dospjeće jer su stripovi obveznice bez kupona u kojih je duracija uvijek identična ročnosti dospjeća. Stoga se čini da je krivulja prinosa strip-obveznica mnogo preciznija i pouzdanija ocjena za stvarnu krivulju prinosa.

U prvome dijelu, u kojemu se izvodi analiza utjecaja glavnih komponenata na promjenu krivulje prinosa, skup podataka, tj. vremenske serije koje se koriste, sastoji se od interpoliranih tjednih prinosa na njemačke i francuske indekse vladinih strip-obveznica s 15 različitih dospjeća u rasponu od 3 mjeseca do 30 godina. Podaci za razdoblje od 28. lipnja 1996. do 11. lipnja 1999. godine prikupljeni su putem Bloomberg-a.

Problem mjerenja promjene kamatnih stopa na osnovi kojih se dolazi do rizika promjene krivulje prinosa može se istražiti tako da se analizira odnos među promjenama u prinosima na strip-obveznice duž različitih sektora dospjeća. Stoga bismo promjene prinosa kao zavisne varijable te transformiramo podatke u tjedne promjene prinosa. Potom se promjene prinosa množe faktorom 100 kako bi se izrazile baznim bodovima.

U drugome dijelu, u kojemu uspoređujemo hedging izveden pomoću duracije i hedging izveden pomoću faktora, skup podataka kojima koristimo sastoji se od či-

stih cijena, prinosa i duracija za različite njemačke i francuske vladine zapise te obveznice s kuponom i bez njega, koje su dostupne na tržištu. Dospjeća tih vrijednosnica u rasponu su od 3 mjeseca do 30 godina, što ovisi o njihovoj dostupnosti na tržištu. Kratkoročna izdanja dostupna su samo za netom prošlo razdoblje, jer su obveznice koje su bile na tržištu prije 3. godine već odavno dospjele te podaci o njima više nisu dostupni. Za analizu francuskih i njemačkih obveznica s kuponom, kao i za francuske strip-obveznice, koristili smo se tjednim podacima za isto razdoblje (od 28. lipnja 1996. do 11. lipnja 1999. godine). Njemačke strip-obveznice nisu se izdavale prije srpnja 1997. godine te smo se, kako bismo imali što više podataka za analizu, koristili dnevnim podacima u razdoblju od 11. srpnja 1997. do 11. lipnja 1999. godine. Ti su podaci prikupljeni putem Datastreama.

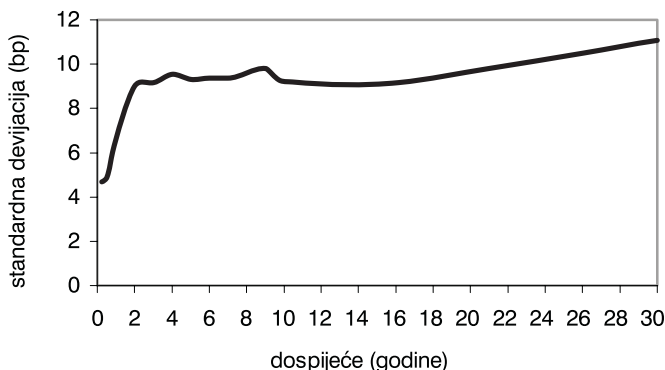
6. Statistička analiza

Na podacima za obje skupine provedena je statistička analiza standardnih devijacija i koeficijentata korelacije za tjedne promjene prinosa. Analizom je dobiveno 20 različitih skupina rezultata s ukupno 78 tjednih razdoblja s razmacima od 4 tjedna. Prvi skup započinje 26. prosinca 1997., a zadnji 11. lipnja 1999. godine.

6.1. Volatilnost podataka

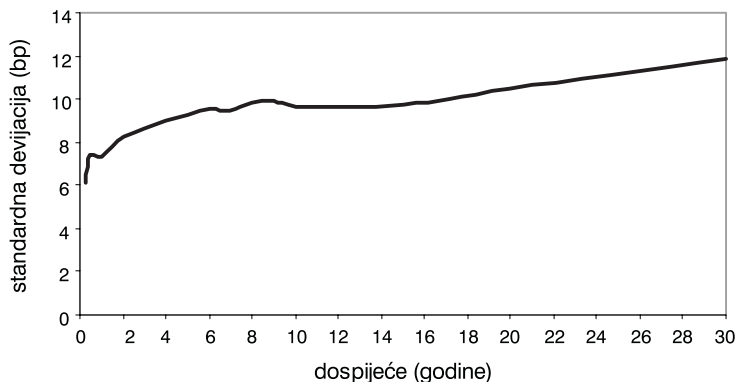
Proučavanjem standardnih devijacija tjednih promjena prinosa potvrdili smo postojanje volatilnosti na njemačkome i francuskom tržištu. Nadalje, standardne devijacije (mjerene baznim bodovima) pokazuju da ročna struktura volatilnosti nije konstantna. Činjenica da je volatilnost promjena prinosa funkcija dospjeća navodi nas na zaključak da će se oblik krivulje prinosa mijenjati u vremenu. Na njemačkom tržištu strip-obveznica najprije uočava povećanje volatilnosti sve do dospjeća od 9 godina, a onda se volatilnost blago smanjuje sve do dospjeća od 15 godina, da bi potom opet porasla (sl. 3).

Slika 3. Prosječna standardna devijacija tjednih promjena prinosa za njemačko tržište strip-obveznica



Francusko tržište strip-obveznica pokazuje slično ponašanje, ali uz povećanu volatilnost (sl. 4).

Slika 4. Prosječna standardna devijacija tjednih promjena prinosa za francusko tržište strip-obveznica



6.2. Korelacije među podacima

Analizom korelacije među promjenama prinosa strip-obveznica različitih dospjeća može se zaključiti da promjene prinosa nisu u potpunosti korelirane. Korelacije su najveće između izdanja sličnih dospjeća, a smanjuju se kako razlike u dospjećima postaju sve veće. Nadalje, može se opaziti da su tromjesečne i šestomjesečne strip-obveznice mnogo manje korelirane s ostalim izdanjima (sl. 5).

Slika 5. Korelacijska matrica tjednih promjena prinosa njemačkih strip-obveznica dana 11. lipnja 1999. godine (za prethodnih 78 tjedana)

	3 mj.	6 mj.	1 g.	2 g.	3 g.	4 g.	5 g.	6g.	7 g.	8 g.	9 g.	10 g.	15 g.	20 g.	30 g.
3 mj.	1,00														
6 mj.	0,93	1,00													
1 g.	0,47	0,62	1,00												
2 g.	0,31	0,44	0,88	1,00											
3 g.	0,27	0,43	0,84	0,88	1,00										
4 g.	0,25	0,41	0,79	0,82	0,98	1,00									
5 g.	0,23	0,39	0,72	0,74	0,94	0,97	1,00								
6 g.	0,25	0,38	0,65	0,68	0,90	0,95	0,98	1,00							
7 g.	0,24	0,36	0,58	0,59	0,84	0,91	0,95	0,99	1,00						
8 g.	0,23	0,34	0,54	0,57	0,81	0,88	0,92	0,97	0,99	1,00					
9 g.	0,21	0,32	0,52	0,56	0,79	0,86	0,90	0,95	0,97	0,98	1,00				
10 g.	0,25	0,35	0,57	0,63	0,81	0,86	0,90	0,93	0,94	0,96	0,96	1,00			
15 g.	0,21	0,32	0,54	0,55	0,74	0,82	0,87	0,91	0,94	0,95	0,95	0,95	1,00		
20 g.	0,18	0,29	0,50	0,47	0,67	0,75	0,81	0,85	0,90	0,91	0,92	0,89	0,99	1,00	
30 g.	0,19	0,29	0,47	0,40	0,63	0,72	0,77	0,82	0,86	0,88	0,89	0,86	0,94	0,96	1,00

Slično ponašanje zamjećeno je i na francuskom tržištu (sl. 6 u prilogu).

Navedeni su rezultati u skladu s najnovijim istraživanjima koja sugeriraju da prinosi kratkoročnih izdanja ne ovise samo o vremenu do dospijea, tj. o razini i obliku krivulje prinosa, već i o drugim specifičnim obilježjima kao što je specifični datum dospijea. Specijalnim kratkoročnim izdanjima, kao što su Tax Bills, Deliverable Bills, Quarter-End Bills i Month-End Bills, trguje se uz različite prinose zbog njihove posebe uporabe koju provodi korporacija (Garbade, 1996.).

Takav je oblik korelacija shvatljiv i zamijetili su ga brojni istraživači. D'Ecclesia i Zenios (1994) otkrili su iste karakteristike u korelacijama promjena prinosa talijanskih obveznica s različitim dospijecima u razdoblju od 1988. do 1992. godine, dok ih je Garbade (1996) opazio u tjednim promjenama prinosa na američke obveznice najnovijih izdanja od lipnja 1983. do prosinca 1985. godine. Također se može vidjeti da su korelacije na njemačkome i francuskom tržištu relativno manje nego one koje se opažaju na američkom tržištu.

Takvo ponašanje volatlnosti promjena krivulje prinosa, kao i nepotpuna koreliranost između obveznica različitih dospijea, imaju važne posljedice za hedging. Važno je prepoznati da ti rezultati impliciraju kako se krivulja prinosa ne pomiče na paralelan način te obveznice različitih dospijea imaju različitu osjetljivost na promjene prinosa. Te činjenice potvrđuju da postojanje brojnih faktora koji definiraju krivulju prinosa i njezine promjene.

Vrlo su slični rezultati dobiveni analizom drugoga skupa podataka, koji se sastoji od njemačkih i francuskih vladinih obveznica kojima se trenutačno trguje (sl. 7, 8, 9. i 10. u prilogu). To znači da se svi rezultati koji opisuju dinamiku promjena krivulje prinosa, a dobiveni su na osnovi prvoga skupa podataka, mogu prilagoditi i primijeniti na analizu hedginga obveznica iz drugoga skupa podataka.

7. Izgradnja modela s više faktora

U ovome su radu promjene krivulje prinosa strip-obveznica modelirane empirijskim a ne teorijskim putem. Kako bi se razumjele promjene u prinosima obveznica različitih dospijea, proveli smo analizu faktora tjednih promjena prinosa njemačkih i francuskih strip-obveznica. Pretpostavili smo da postoji skup zajedničkih faktora koji, svaki na svojstven način, utječu na prinose obveznica različitih dospijea. Prethodno provedene statističke analize pokazuju da su promjene prinosa svake obveznice nezavisne od promjena kod bilo koje druge obveznice. Stoga se ti faktori također mijenjaju slučajno (što je osigurano upravo postupkom njihova izračuna) te su potpuno nezavisni jedan od drugoga.

7.1. PCA metoda

Kako bismo pronašli glavne komponente, potrebno je izračunati kovarijaciono-kovarijacionu matricu promjena prinosa za svih 15 dospijea koristeći pritom 78 povijesnih tjednih opažanja u periodu od 28. lipnja 1996. do 26. prosinca 1997. godine.

Nakon toga izračunati su svojstveni vektori i svojstvene vrijednosti varijančno-kovarijančne matrice koristeći program EViews. Svaki svojstveni vektor jest komponenta, a njegova svojstvena vrijednost određuje koji se opseg promjena u podacima upravo tom komponentom može objasniti. Nakon toga se svojstveni vektori sortiraju prema pripadnim svojstvenim vrijednostima (počevši od najveće pa sve do najmanje) tako da je prva komponenta ona koja objašnjava najviše promjena u krivulji prinosa. Potom se svaka komponenta skalira množeći se s kvadratnim korijenom omjera između pripadne svojstvene vrijednosti i broja opažanja (78). To nam omogućava da svaku komponentu interpretiramo kao pomak veličine jedne standardne devijacije u jedinici vremena (tjedan dana).

Isti je postupak tada ponovljen još 19 puta u intervalima od 4 tjedna, jer je taj period bio odabran za rebalansiranje hedging pozicija.

Tako je identificirano 15 glavnih komponenata i pripadajućih beta koeficijenata. Svaka obveznica posjeduje svoju odgovarajuću osjetljivost (beta koeficijent) na svaki od zajedničkih faktora. Ti faktori predstavljaju sistematske rizike koji postoje na tržištu, a mogu se interpretirati kao pokretači dinamike krivulje prinosa. Svi pronađeni faktori promatrani zajedno u potpunosti objašnjavaju promjene krivulje prinosa koje su se dogodile tijekom analiziranoga perioda. Međutim, još uvijek postoji i specifični faktor ili pogreška koja predstavlja promjene pojedine obveznice, a utječe zasebno na tu obveznicu. Spram toga specifičnog rizika nije moguće vršiti hedging, ali se on može ukloniti diverzifikacijom.

Kao što smo već spomenuli, u analizi se bavimo faktorima koje nije moguće opaziti. Ovdje smo postavili 15 zajedničkih faktora i varijancu promjena u prinosima svake obveznice možemo rastaviti na zbroj od 15+1 članova. Jedan je član varijanca specifičnoga faktora, a svaki od ostalih 15 članova može se izračunati kao kvadrat beta koeficijenta koji pripada određenom faktoru. Koristeći takvo razgraničavanje, volatilitnost prinosa obveznice možemo alocirati između pojedinih faktora koji čine promjenu prinosa. Matematički se to može izraziti tako da se promjena prinosa obveznice, označena s y , napiše kao linearna kombinacija 15 statistički nezavisnih slučajnih varijabli:

$$\Delta y = \beta_1 \cdot F_1 + \beta_2 \cdot F_2 + \dots + \beta_{15} \cdot F_{15}.$$

Pošto su varijable F_i ($i=1, \dots, 15$) nezavisno raspodijeljene uz jediničnu varijancu, varijanca veličine Δy , tj. σ^2 može se napisati kao:

$$\sigma^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_{15}^2.$$

Na osnovi gornje jednadžbe vidimo da omjer β_i^2/σ^2 određuje koji se dio od ukupne volatilitnosti prinosa obveznice može objasniti jednim faktorom.

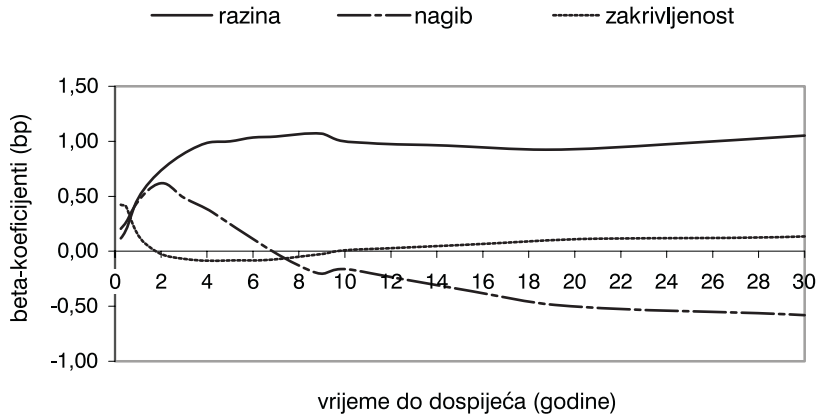
7.2. Dinamika promjena krivulje prinosa na njemačkom tržištu

Analiza njemačkog tržišta dala je sljedeće rezultate (slike 11 do 14):

- Samo tri faktora objašnjavaju, u prosjeku, 95,23% tjednih promjena prinosa obveznica različitih dospijeca.

- Prvi faktor u prosjeku objašnjava 78,98% tjednih promjena prinosa, a na prinose obveznica različita dospijeca utječe gotovo na isti način. (Samo su prinosi na izdanja vrlo kratkoga dospijeca pod manjim utjecajem.) Koeficijenti su približno iste veličine i istoga predznaka. Iako prvi faktor nije konstantan, njegova se vrijednost kreće u uskome rasponu od 0,89 do 1,07 bazičnih bodova. Premda pomaci koje uzrokuje ovaj faktor nisu sasvim paralelni, interpretiramo ga kao faktor promjene razine.
- Drugi faktor u prosjeku objašnjava 13,20% tjednih promjena prinosa te ima suprotan učinak na prinose kratkoročnih i dugoročnih obveznica. Pripadajući beta koeficijent pozitivan je sve do dospijeca od 6 godina, a od 7 godina nadalje on je negativan. Može se zaključiti kako je taj faktor odgovoran za promjene nagiba krivulje prinosa. S obzirom da drugi faktor siječe os dospijeca, znači da on uzrokuje nakrivljanje krivulje prinosa.
- Treći faktor, koji objašnjava 3,05% tjednih promjena prinosa, utječe na kratkoročne i dugoročne prinose u istome smjeru, ali srednjoročne prinose (dospijeca od 2 do 9 godina) pomiče u suprotnom smjeru te na taj način mijenja zakrivljenost krivulje prinosa.
- Slika 14 prikazuje gore opisano razgraničavanje varijance kako bi se prikazala relativna važnost svakog od tri faktora za čitav skup strip-obveznica. Kao što smo već napomenuli, prvi je faktor u prosjeku najvažniji. Međutim, ako analiziramo svaku obveznicu zasebno, možemo vidjeti da za kratkoročna izdanja (do jedne godine) treći faktor ima najvažniju ulogu. Za izdanja s dospijecem od jedne i dvije godine prvi i drugi faktor dijele gotovo istu važnost. Drugi faktor također ima važnu ulogu pri objašnjavanju volatilnosti dugoročnih obveznica s dospijecem iznad 20 godina. Nadalje, opazili smo da model s tri faktora objašnjava manji dio od ukupne volatilnosti prinosa kratkoročnih izdanja (do dvije godine dospijeca) nego što to čini za ostala dospijeca. Ti su rezultati konzistentni s našim prethodnim statističkim analizama, koje su pokazale da kratkoročna izdanja imaju manju standardnu devijaciju i manje koeficijente korelacije nego ostala izdanja. Nadalje, beta koeficijenti (prikazani na slici 12) pokazuju, također, da su izdanja vrlo kratke i vrlo duge ročnosti mnogo osjetljivija na efekt nagiba i zakrivljenosti jer su njihovi beta koeficijenti za drugi i treći faktor znatno veći nego kod drugih obveznica.

Slika 11. Prosječni beta-koeficijenti prvoga, drugoga i trećeg faktora za promjene ročne strukture na njemačkom tržištu



Slika 12. Prosječni beta-koeficijenti prvoga, drugoga i trećeg faktora za tjedne promjene prinosa njemačkih strip-obveznica za 78-tjedna razdoblja od 26. prosinca 1997. do 11. lipnja 1999.

	1. faktor	2. faktor	3. faktor
3 mj.	0,12	0,20	0,42
6 mj.	0,20	0,27	0,40
1 god.	0,48	0,45	0,14
2 god.	0,74	0,62	-0,02
3 god.	0,89	0,49	-0,07
4 god.	0,99	0,39	-0,09
5 god.	1,00	0,25	-0,08
6 god.	1,03	0,12	-0,08
7 god.	1,04	-0,02	-0,07
8 god.	1,06	-0,13	-0,04
9 god.	1,07	-0,21	-0,03
10 god.	1,00	-0,17	0,01
15 god.	0,95	-0,35	0,06
20 god.	0,93	-0,50	0,11
30 god.	1,05	-0,58	0,14

Slika 13. Beta-koefficienti svih 15 faktora koji opisuju tjedne promjene prinosa nje-
mačkih strip-obveznica dana 26. prosinca 1997. godine (za prethodnih 78
tjedana)

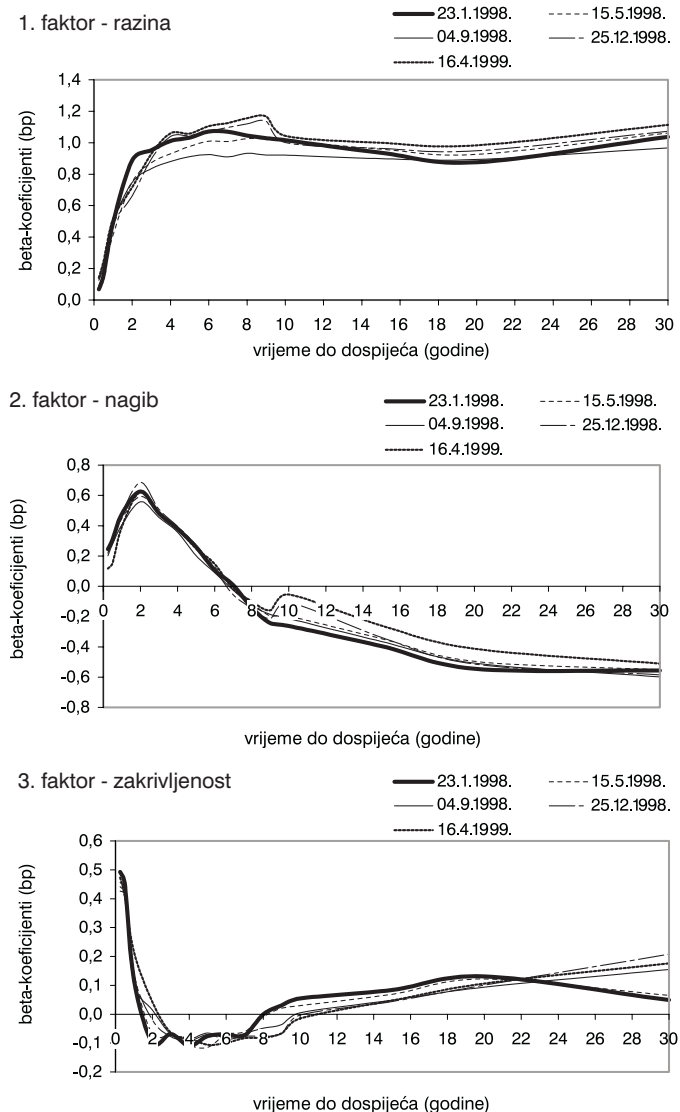
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15
3 mj.	0,08	0,22	0,48	-0,14	0,04	-0,01	-0,03	0,00	-0,01	0,01	-0,01	0,00	-0,05	0,04	0,00
6 mj.	0,16	0,28	0,46	-0,10	0,00	-0,02	-0,02	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,05	-0,05	0,00
1 god.	0,48	0,49	0,15	0,35	0,04	0,15	0,12	-0,06	0,01	0,02	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00
2 god.	0,90	0,62	-0,08	0,18	0,13	-0,09	-0,17	0,09	0,02	-0,04	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
3 god.	0,96	0,48	-0,06	-0,03	-0,08	-0,19	0,16	-0,02	-0,08	-0,05	-0,02	0,00	-0,01	0,00	0,00
4 god.	1,02	0,38	-0,11	-0,14	-0,01	-0,03	0,08	0,04	0,13	0,12	0,01	-0,01	0,00	0,01	0,00
5 god.	1,02	0,24	-0,07	-0,16	-0,03	0,07	-0,07	-0,15	0,07	-0,10	-0,01	0,00	-0,01	-0,01	0,00
6 god.	1,06	0,09	-0,07	-0,06	-0,03	0,04	-0,05	-0,04	-0,10	0,04	0,11	-0,02	-0,01	0,00	0,00
7 god.	1,05	-0,01	-0,08	-0,03	0,02	0,07	-0,09	-0,02	-0,08	0,10	-0,09	-0,02	0,00	-0,01	0,00
8 god.	1,01	-0,17	0,00	-0,05	-0,06	0,07	0,00	0,04	-0,03	-0,01	0,00	0,08	0,05	0,04	0,00
9 god.	0,98	-0,27	0,04	-0,01	-0,07	0,09	0,04	0,09	0,01	-0,02	0,01	0,05	-0,06	-0,04	0,00
10 god.	0,94	-0,30	0,07	0,02	-0,09	0,07	0,02	0,09	0,02	-0,06	-0,01	-0,09	0,02	0,01	0,01
15 god.	0,82	-0,43	0,09	0,10	-0,09	-0,04	-0,02	0,00	0,02	-0,01	0,00	-0,03	0,00	0,01	-0,02
20 god.	0,73	-0,58	0,14	0,18	-0,08	-0,16	-0,06	-0,08	0,04	0,04	0,01	0,02	0,00	0,00	0,01
30 god.	0,98	-0,56	0,01	-0,05	0,34	-0,03	0,09	-0,02	0,00	-0,02	0,01	-0,01	0,01	0,00	0,00

Slika 14. Relativna važnost prvih triju faktora za svaku obveznicu dana 11. lipnja
1999. godine te sveukupna prosječna važnost tih faktora za cijeli skup nje-
mačkih strip-obveznica

Dospijeeće	Ukupno objašnjena varijanca (%)	Udjel ukupno objašnjene varijance (%)		
		1. faktor	2. faktor	3. faktor
3 mj.	85,6	6,1	18,5	75,4
6 mj.	91,2	15,0	26,7	58,3
1 god.	82,9	50,4	44,4	5,2
2 god.	91,5	57,4	42,0	0,6
3 god.	96,4	76,4	23,1	0,5
4 god.	96,7	86,1	13,2	0,7
5 god.	96,3	93,5	5,8	0,7
6 god.	97,0	98,0	1,3	0,7
7 god.	97,2	99,4	0,1	0,5
8 god.	97,6	98,2	1,5	0,3
9 god.	96,8	95,9	3,8	0,3
10 god.	95,1	96,6	3,3	0,1
15 god.	97,9	87,6	12,1	0,3
20 god.	95,5	75,6	23,3	1,1
30 god.	94,0	74,8	23,6	1,6
Ukupno (prosječno) objašnjena varijanca (%)	95,23	78,98	13,20	3,05
Prosječni udjeli ukupno obja- šnjene varijance (%)	100,00	82,94	13,86	3,20

Ti su rezultati ohrabrujući jer promjene samo triju faktora objašnjavaju većinu promjena prinosa na njemačkom tržištu. To znači da je, uz primjenu postavljenog modela s tri faktora, moguće uspješno provesti hedging spram pomaka krivulje prinosa. Međutim, model s tri faktora zahtijeva najmanje tri hedging obveznice, a to može znatno povećati troškove hedginga. Na taj ćemo se problem osvrnuti kasnije, u 8. poglavlju.

Slika 15. Beta-koeficijenti uz prva tri faktora tijekom pet različitih 78-tjednih razdoblja za tržište njemačkih strip-obveznica

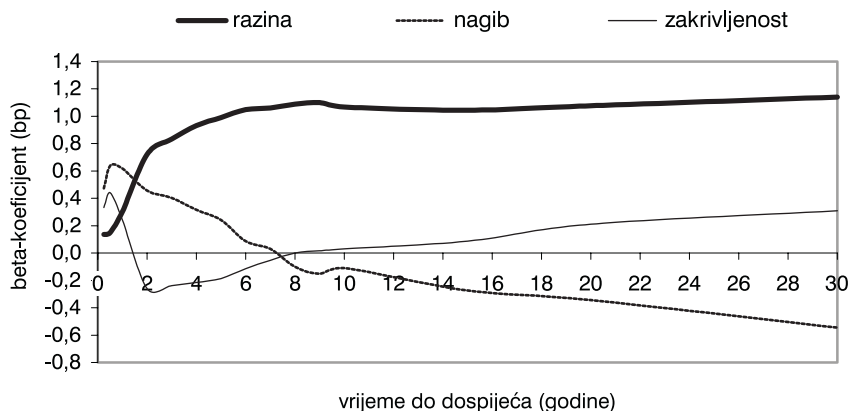


Nadalje, dobiveni se faktori čine prilično stabilnima u vremenu. Stabilnost je prikazana na slici 15, koja pokazuje beta-koeficijente uz prve tri glavne komponente (dobivene tijekom 78-tjednih perioda) u pet različitim vremenskih točaka. Beta-koeficijenti na slici predočuju promjene u prinosu (u baznim bodovima) koje bi bile posljedica promjene faktora u iznosu jedne standardne devijacije.

7.3. Dinamika promjena krivulje prinosa na francuskom tržištu

Analiza faktora rizika na francuskom tržištu strip-obveznica dala je slične rezultate. Slika 16 prikazuje prosječne vrijednosti prvih triju faktora koji su utjecali na prinose francuskih strip-obveznica od 26. prosinca 1997. do 11. lipnja 1999. godine. Na slici možemo uočiti da su promjene prinosa prouzročene faktorom razine gotovo konstantne za sva dospijeća, uz iznimku vrlo kratkoročnih izdanja koja su pod neusporedivo manjim utjecajem tog faktora. Pozitivna promjena faktora nagiba povećava prinose strip-obveznica s dospjećem do 7 godina, a smanjuje prinose stripova duljih dospijeća, čime se postiže smanjenje nagiba krivulje prinosa. Pozitivna promjena faktora zakrivljenosti smanjuje prinose strip-obveznica s dospjećem od 2 do 7 godina, a povećava prinose strip-obveznica vrlo kratkih dospijeća, kao i dospijeća duljih od 7 godina. Faktor zakrivljenosti nastoji ispraviti konveksnu krivulju, tj. smanjiti njezinu zakrivljenost (sl. 17. i 18. u prilogu).

Slika 16. Prosječni-beta koeficijenti prvoga, drugoga i trećeg faktora za promjene ročne strukture na francuskom tržištu



Slika 19. pokazuje relativnu važnost prvih triju faktora za sve analizirane francuske strip-obveznice. Ponovno uočavamo da je prvi faktor za većinu izdanja najvažniji. Iznimka su izdanja vrlo kratkih dospijeća za koja drugi i treći faktor imaju važniju ulogu od prvoga. Drugi faktor također ima znatan utjecaj na duga izdanja s dospjećima većim od 20 godina. Također se može primijetiti da se izdanja kratkih dospijeća ne mogu dobro predočiti modelom s tri faktora. U prosjeku, međutim, model objašnjava 95,58% promjena u prinosima, a od toga se na prvi faktor

odnosi 77,19% volatilnosti tržišta, drugi faktor obuhvaća 13,54%, a na treći faktor otpada 4,86%. Također se pokazuje da su faktori prilično stabilni u vremenu (sl. 20. u prilogu).

Slika 19. Relativna važnost prvih triju faktora za svaku obveznicu dana 11. lipnja 1999. godine te ukupna prosječna važnost tih faktora za cijeli skup francuskih strip-obveznica

Dospijeće	Ukupno objašnjena varijanca (%)	Udjel ukupno objašnjene varijance (%)		
		1. faktor	2. faktor	3. faktor
3 mj.	79,27	8,76	58,90	32,34
6 mj.	93,55	6,24	61,51	32,26
1 god.	81,55	17,74	69,87	12,39
2 god.	93,70	63,91	26,10	10,00
3 god.	97,77	74,96	17,94	7,10
4 god.	98,97	84,80	10,22	4,98
5 god.	98,19	90,80	5,70	3,50
6 god.	96,67	97,56	1,03	1,40
7 god.	97,66	99,63	0,11	0,26
8 god.	97,53	98,78	1,15	0,06
9 god.	97,82	97,47	2,28	0,24
10 god.	96,27	98,44	1,27	0,30
15 god.	96,86	91,85	7,34	0,81
20 god.	95,49	86,49	9,83	3,67
30 god.	95,38	75,22	18,81	5,97
Ukupno (prosječno) objašnjena varijanca (%)	95,58	77,19	13,54	4,86
Prosječni udjeli ukupno objašnjene varijance (%)	100,00	80,76	14,17	5,07

7.4. Usporedba njemačkoga i francuskog tržišta

Nakon zasebne analize njemačkoga i francuskog tržišta strip-obveznica, možemo nastaviti s njihovom usporedbom i izvođenjem zaključaka koji će nas odvesti do sljedeće razine na kojoj ćemo faktorski pristup primijeniti na hedging vrijednosnica s fiksnim prinosom.

Općenito možemo zaključiti da su se njemačko i francusko tržište tijekom analiziranoga razdoblja ponašali na vrlo sličan način. Nisu samo kamatne stope bile na približno jednakim razinama duž cijeloga spektra dospijeća, nego su se i promjene oblika krivulja prinosa događale na jednak način. Vidjeli smo da su se nagibi krivulja prinosa u isto vrijeme smanjivali ili povećavali na oba tržišta. Nadalje, osjetljivost obveznica na promjene u razini, nagibu i zakrivljenosti, koje smo dobili na osnovi modela s tri faktora, također su bile vrlo slične. Ti rezultati nisu iznenađujući ako razmišljamo u terminima Europske monetarne zajednice (EMU), kojoj pripadaju obje zemlje, i ako imamo na umu činjenicu da su ta dva tržišta ujedinjena zajedno s tržištima ostalih deset članica u jedinstveno Europsko tržište. Male razlike koje ipak još postoje među tim tržištima, mogu se pripisati malim razlikama u kreditnom rejtingu pojedine države. Činjenica da su ta tržišta bila slična i prije pet godina isto također ne iznenađuje jer su procesi konvergencije već započeli u sklopu priprema za stupanje u EMU. Općenito se prihvaća činjenica da su promjene u monetarnoj politici glavni pokretači promjena oblika krivulje prinosa. Kao dio procesa konvergencije monetarne politike tih dviju država išle su usporedno jedna s drugom za vrijeme analiziranoga razdoblja pa upravo zbog toga opažamo veliku sličnost u dinamici krivulja prinosa.

Dobiveni rezultati i izgrađen model s tri faktora iznimno su važni za provedbu hedginga portfelja jer oni određuju sektore na krivulji iz kojih treba odabrati hedging obveznice, ali ovisno o faktoru spram kojega se želi poduzeti hedging. Posljedica je toga sličnost strategija koje ćemo primijeniti za hedging na oba tržišta. Također ćemo dati i usporedbu učinkovitosti hedging metoda i vidjeti koliko su one dobre ili loše.

8. Posljedice za hedging

Provedenom empirijskom analizom izdvojena su tri zajednička faktora (razine, nagiba i zakrivljenosti) koji su najviše utjecali na prinose njemačkih i francuskih vladinih strip-obveznica. Takav pristup određivanju dinamike krivulje prinosa vrlo je koristan za hedging, a pritom osigurava i jednostavnu i direktnu metodu koja se koristi povijesnim podacima za analizu i kontrolu kamatnoga rizika. Promatranjem utjecaja svakoga izdvojenog faktora naš se početni portfelj može mnogo bolje hedgirati nego što bi to bilo moguće jednostavnim hedgingom pomoću duracije. Nakon što smo utvrdili da prva tri faktora u prosjeku objašnjavaju 95,23% promjena prinosa duž cijeloga spektra dospijeća na njemačkom tržištu (95,58% na francuskom tržištu), takav pristup putem faktora dopušta nam da svoje pozicije hedgiramo putem obveznica koje dolaze iz drugih sektora krivulje prinosa.

Primjenom koncepta duracije za mjerenje osjetljivosti cijena obveznica i jednostavne metode hedginga putem usklađivanjem duracija portfelj će se imunizirati samo spram paralelnih pomaka krivulje prinosa, ali će i dalje biti izložen promjenama nagiba i zakrivljenosti, kao i drugim rizicima. Naši rezultati podržavaju ideju da hedging koji se izvodi pomoću prvoga faktora, a blizak je hedgingu izvedenome pomoću duracije, uzima u obzir velik dio kamatnoga rizika (u prosjeku 78,97%). Una-

toč tome, pokazat ćemo da čak i portfelj koji je hedgirani duracijom može biti izvrgnut znatnim gubicima u određenim tržišnim uvjetima u kojima dolazi do promjena oblika krivulje prinosa.

U poglavlju koje slijedi usporedit ćemo tradicionalni pristup osnovnoga hedginga putem duracije i alternativni pristup (hedging putem glavnih komponenata), koji se koristi izvedenim faktorskim modelima za hedging spram promjene oblika krivulje prinosa. Tijekom 18 mjeseci četiri proizvoljne pozicije na njemačkome i francuskom tržištu obveznica i stripova hedgirat ćemo na ta dva načina te ćemo promatrati njihovu učinkovitost i, sukladno tome, rebalansirati pozicije svaka četiri tjedna.

Prije nego što nastavimo s metodologijom koju ćemo primjenjivati u ovome radu, istražiti ćemo osjetljivost faktora u svezi s kuponskim obveznicama jer želimo analizirati i tu vrstu obveznica.

8.1. Osjetljivost faktora kuponske obveznice

Faktorski model moguće je proširiti kako bi se mogao upotrijebiti u analizi obveznica koje nisu stripovi (obveznice bez kupona) tako da modeliramo cijene tih drugih obveznica kao funkcije cijena obveznica bez kupona.

Kuponska se obveznica može rastaviti na mnogo različitih isplata, pri čemu se svaki kupon smatra pojedinačnom isplatom, a glavnica se isplaćuje po dospeljeću. Moramo pretpostaviti da je moguće uskladiti svaku pojedinačnu vrijednost isplate i njezin datum s nominalnom vrijednošću i datumom dospeljeća obveznice bez kupona. U tom bi slučaju prinos na kuponsku obveznicu bio ponderirani prosjek prinosa na svaku obveznicu bez kupona, a ponder određene obveznice bez kupona bio bi udio u cijeni obveznice koji se može pripisati toj obveznici bez kupona. Iz toga slijedi da bi i osjetljivosti faktora na promjene prinosa kuponske obveznice bile jednake istom ponderiranom prosjeku osjetljivosti faktora (beta-koeficijentata) obveznica bez kupona. Postoji, međutim, jedna razlika. Dok su osjetljivosti faktora za obveznice bez kupona konstantne u vremenu, osjetljivosti faktora za kuponske obveznice mijenjaju se kako se mijenjaju tržišni uvjeti, i to zbog efekta kupona jer se tijekom vremena, a kao funkcija razine kamatnih stopa, mijenjaju odnosi među prinosima kuponskih obveznica različitih dospeljeća.

Međutim, u praksi je vrlo teško precizno izračunati beta-koeficijente za kuponske obveznice jer na tržištu uvijek ne postoje obveznice bez kupona koje su nam potrebne za tu analizu. Broj strip-obveznica koje su trenutačno raspoložive na tržištu uvelike je ispod takvih potreba. Naime, nije moguće pronaći strip-obveznice s datumima dospeljeća koji bi se točno podudarali sa svim datumima pojedinačnih isplata u koje su kuponske obveznice podijeljene.

Stoga smo se za potrebe ovoga istraživanja koristili aproksimacijom. Pretpostavili smo da se beta-koeficijenti izračunani za strip-obveznicu s određenim vremenom do dospeljeća mogu primijeniti kao beta-koeficijenti za kuponsku obveznicu koja ima duraciju jednaku dospeljeću strip-obveznice. Na primjer, beta-koeficijenti za strip-obveznicu koja dospeljeva za pet godina služe se kao beta-koeficijenti za ku-

ponsku obveznicu čija je duracija pet godina. Koristeći se duracijom za tu aproksimaciju, neizravno smo uzeli u obzir sve kupone i isplatu glavnice jer se duracija računa kao ponderirani prosjek vremena potrebnoga do svake isplate kupona ili glavnice, a ponderi su proporcionalni sadašnjoj vrijednosti pojedine isplate.

8.2. Izračuni omjera hedginga i izbor instrumenata za hedging pri konvencionalnom pristupu hedgingu

Hedging izveden putem nulte duracije konvencionalni je pristup i približno odgovara hedgingu, samo s prvim faktorom jer je efekt razine gotovo konstantan duž spektra dospijeća. Stoga hedging putem duracije uklanja veći dio, ali ne i cjelokupni rizik faktora razine.

Postupak hedginga zahtijeva da najprije izaberemo hedging obveznicu, a potom odredimo omjer hedginga, tj. nominalni iznos hedging obveznice koji treba prodati s obzirom na nominalni iznos obveznice koju posjedujemo. Neto vrijednost konačne pozicije ne bi se trebala mijenjati s promjenama prinosa prouzročenih promjenama razine kamatnih stopa. Cilj je konstruirati takav portfelj u kojemu je profit/gubitak na obveznici u kojoj imamo dugu poziciju jednak gubitku/profitu na obveznici u kojoj imamo kratku poziciju kad god se prinosi na te dvije obveznice promijene za jednaki iznos. Međutim, takva konačna pozicija još bi uvijek bila osjetljiva na promjene u razlici između prinosa na obveznice koje držimo u dugoj i u kratkoj poziciji u to vrijeme.

Sada je već jasno da konvencionalni pristup hedgingu pretpostavlja potpunu korelaciju između obveznice na koju se primjenjuje hedging i hedging obveznice, kao i jednaku volatilnost tih dviju obveznica. S obzirom na to da na tržištu ne opažamo usporedive volatilnosti i potpune korelacije, konvencionalni hedging ne omogućuje adekvatnu zaštitu od promjene oblika krivulje prinosa.

PCA metoda pokazala je da se efekt razine pojavljuje uz gotovo svaku obveznicu duž spektra dospijeća (uz iznimku onih s vrlo kratkim dospijećem). Stoga nije toliko važno iz kojega je sektora krivulje prinosa hedging obveznica uzeta. Međutim, uspješnost hedginga jedne obveznice s drugom ovisi o tome koliko je sličnosti između tih dviju obveznica. Hedging će biti uspješniji ako je volatilnost tih dviju obveznica slična. Dakle, čini se da se najbolje koristiti obveznicama koje su najviše korelirane i čija je volatilnost približno jednaka. Provedena statistička analiza pokazala je da su korelacije najveće za izdanja skorih dospijeća, a i njihova je volatilnost najčešće slična. Stoga ćemo pri odabiru hedging instrumenta (u analizi koja slijedi) uvijek koristiti izdanja skorih dospijeća, tj. izdanja iz istoga dijela krivulje prinosa.

Kada odaberemo hedging obveznicu, njezinu poziciju računamo prema formuli:

$$Q_2 = - \frac{D_1 \cdot (P_1 + A_1)}{D_2 \cdot (P_2 + A_2)} \cdot Q_1, \quad (8.1)$$

gdje su Q_1 i Q_2 nominalni iznosi obveznice koja se hedgira i hedging obveznice, D_1 i D_2 duracije tih obveznica, P_1 i P_2 njihove kotirane cijene (čiste cijene), a A_1 i A_2 pripadajuće kamate.

Pravilo po kojemu se računa omjer hedginga jest sljedeće: da bi se konstruirao portfelj s nultom duracijom, umnožak duracije hedging obveznice i njezine tržišne vrijednosti trebao bi biti jednak, ali suprotnoga predznaka, umnošku duracije i tržišne vrijednosti obveznice koja se hedgira.

Taj omjer hedginga nije nužno konstantan u vremenu do dospijeća bilo koje dvije obveznice i upravo je to razlog zašto se on povremeno mora promijeniti kako bi se održala nepromjenjivost neto pozicije na promjene u razini kamatnih stopa. U ovom se radu pozicija rebalansirala svaka četiri tjedna. Treba imati na umu da često rebalansiranje znatno povećava troškove hedginga pa kada se upravitelj portfelja odluči za razdoblje u kojemu će provesti rebalansiranje, u odnos treba staviti troškove i dobitke učestalog rebalansiranja.

8.3. Izračun omjera hedginga i izbor instrumenata za hedging pri hedgingu s glavnim komponentama

Takav alternativni pristup hedgingu ima dva bitna obilježja:

- primjena faktorskog pristupa u procesu biranja instrumenata za hedging
- ispravljanje pogrešaka konvencionalnoga hedginga (pretpostavke o usporedivim volatilnostima i potpunim korelacijama) pronalaženjem kombinacija hedging obveznica što minimiziraju varijancu promjena portfelja koji se hedgira.

Izračun omjera hedginga pokazat će da taj pristup uzima u obzir volatilnost promjena prinosa svake obveznice jer su one obično različite, kao i korelaciju između promjena u prinosima tih obveznica te cijenu jednoga baznog boda za svaku obveznicu.

U metodi s glavnim komponentama izbor instrumenata za hedging osobito je važan. Ideja potpunoga hedginga podrazumijeva odabir obveznica od kojih se očekuje da će reflektirati promjene svakoga od faktora koji utječu na krivulju prinosa. Međutim, troškovi potpunoga hedginga bili bi previsoki. Stoga je prvo pitanje koje si upravitelj portfelja postavlja pitanje optimalnoga broja hedging obveznica. Odgovor na to pitanje ovisi o razini zaštite koja se zahtijeva i o broju različitih faktora rizika koji se namjeravaju neutralizirati.

Uporaba samo jedne hedging obveznice dat će rezultate koji su vrlo slični hedgingu izvedenom uz pomoć duracije, a omogućit će samo zaštitu od rizika promjene razine krivulje prinosa. Na današnjem volatilnom tržištu, gdje su promjene krivulje prinosa vrlo česte, to sigurno nije najbolje rješenje. Nadalje, provedena PCA analiza pokazala je da se u prosjeku može neutralizirati samo 78,97% rizika promjene krivulje prinosa na njemačkom tržištu (77,19% na francuskom tržištu).

Uvođenje druge hedging obveznice minimizirat će rizik promjene nagiba, kao i rizik promjene razine. Kako bi se to postiglo, drugu hedging obveznicu treba oda-

brati iz dijela krivulje osjetljivoga na efekt nagiba. Obveznice koje imaju velike beta-koeficijente za drugi faktor moći će neutralizirati efekt promjene nagiba krivulje prinosa. Te obveznice ne trebaju nužno biti potpuno korelirane s obveznicom na koju se odnosi hedging zato što bi prva hedging obveznica trebala neutralizirati efekt razine (za koji je važna velika korelacija). Stoga druga hedging obveznica može potjecati iz drugoga sektora dospijeća. Analizom beta-koeficijenata dolazimo do zaključka kako se promjene u nagibu krivulje prinosa (drugi faktor) najbolje reflektiraju u kratkoročnih izdanja (s dospijećem od 1, 2 i 3 godine), ali i u dugoročnih izdanja (s dospijećem od 15, 20 i 30 godina). Nadalje, PCA metoda pokazala je da bi se u prosjeku neutraliziralo dodatnih 13,20% rizika promjene krivulje prinosa na njemačkom tržištu, a to čini prosječno 63% rizika koji je preostao. Za francusko tržište to bi iznosilo 13,54% ili 60% rizika koji je preostao. To znači da se uvođenjem druge hedging obveznice mogu postići znatna poboljšanja uspješnosti hedginga, ali se time nužno povećavaju i troškovi hedginga.

Ako se hedging provodi s tri hedging obveznice, portfelj je moguće zaštititi od rizika promjene razine, nagiba i zakrivljenosti. Efekt zakrivljenosti (treći faktor) najbolje se reflektira u izdanja vrlo kratkih dospijeća, kao što su tromjesečna i šestomjesečna izdanja. Međutim, takva vrsta hedginga imat će još veće troškove, a moći će samo osigurati zaštitu od dodatnih 3,05% ukupnog rizika.

Može se zaključiti da bi svaki dodatni hedging instrument pružio dodatnu zaštitu od brojnih ostalih mogućih promjena oblika krivulje prinosa. Međutim, to se može postići samo uz osjetno veće troškove. Stoga se postavlja pitanje optimalnoga broja hedging instrumenata. Pokazano je da postoji uzajamni odnos između troškova i učinkovitosti hedginga, a upravitelji moraju odlučiti kolikom se riziku žele izložiti kako bi smanjili troškove hedginga. Za potrebe ovoga rada odlučili smo se koristiti i jednom i dvjema hedging obveznicama jer je početna analiza tržišta pokazala da se događaju znatne promjene nagiba krivulje prinosa, dok promjena zakrivljenosti nije bila toliko izražena.

Kada smo jednom odlučili koliko ćemo i kojih obveznica upotrijebiti za hedging, trebamo izračunati koliko tih obveznica treba kupiti ili prodati. Kako bismo došli do omjera hedginga kojim ćemo se koristiti, opisat ćemo formalni postupak hedginga.

Analiza hedginga s dvije obveznice počinje od pretpostavke da želimo minimizirati rizik svoje pozicije u smislu minimiziranja varijance (ili standardne devijacije) vrijednosti pozicije (Garbade, 1996).

Pri tom hedgingu imamo pozicije u tri obveznice, gdje su Q_1 , Q_2 i Q_3 nominalni iznosi obveznica 1, 2 i 3, a V_1 , V_2 i V_3 njihove cijene baznih bodova. Cijena jednoga baznog boda je promjena cijene obveznice do koje dolazi ako se prinos promijeni za jedan bazni bod. Cijenu baznog boda izražavamo kao apsolutnu promjenu u vrijednosti jednog milijuna nominalnog iznosa. Cijena baznog boda može se aproksimirati ovako:

$$V = \frac{D \cdot (P + A)}{1 + R}, \quad (8.2)$$

gdje je D duracija obveznice, P kotirana cijena, A pripadajuća kamata i R prinos.

Ako se prinosi tih triju obveznica promjene za $(R_1, R_2$ i $R_3)$, neto vrijednost pozicije mijenja se za:

$$\Delta W = Q_1 \cdot V_1 \cdot \Delta R_1 + Q_2 \cdot V_2 \cdot \Delta R_2 + Q_3 \cdot V_3 \cdot \Delta R_3. \quad (8.3)$$

U tom se primjeru promjena vrijednosti svake obveznice računa kao nominalni iznos te obveznice pomnožen novčanom vrijednošću baznog boda po jednome milijunu nominalnog iznosa obveznice i pomnožen promjenom prinosa te obveznice.

Varijanca ili neizvjesnost promjene u neto vrijednosti ovisi o poznatim veličinama Q_1, Q_2 i Q_3 i V_1, V_2 i V_3 , ali i o statističkoj strukturi promjena prinosa tih triju obveznica. Neka je σ_i^2 varijanca promjene prinosa ΔR_i za $i = 1, 2$ i 3 i neka je ρ_{ij} koeficijent korelacije između ΔR_i i ΔR_j za $i = 1, 2$ i 3 i $j = 1, 2$ i 3 . Varijanca od ΔW označena s σ^2 , iznosi:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & Q_1^2 \cdot V_1^2 \cdot \sigma_1^2 + Q_2^2 \cdot V_2^2 \cdot \sigma_2^2 + Q_3^2 \cdot V_3^2 \cdot \sigma_3^2 \\ & + 2 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \rho_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \\ & + 2 \cdot Q_1 \cdot Q_3 \cdot V_1 \cdot V_3 \cdot \rho_{13} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 \\ & + 2 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \rho_{23} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Taj izraz obuhvaća varijancu promjena prinosa za svaku obveznicu i korelacije među njima te određuje varijancu promjene neto vrijednosti portfelja od tri obveznice.

U uobičajenoj situaciji imat ćemo zadanu vrijednost za Q_1 , a mi ćemo nastojati pronaći vrijednosti za Q_2 i Q_3 , koje zajedno minimiziraju varijancu σ^2 . To zahtijeva izračun parcijalnih derivacija $\partial \sigma^2 / \partial Q_2$ i $\partial \sigma^2 / \partial Q_3$, njihovo izjednačavanje s nulom i rješavanje po Q_2 i Q_3 .

Na osnovi jednadžbe (8.4) proizlazi:

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial Q_2} = 2 \cdot Q_2 \cdot V_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot Q_1 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \rho_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + 2 \cdot Q_3 \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \rho_{23} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \quad (8.5)$$

i

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial Q_3} = 2 \cdot Q_3 \cdot V_3^2 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot Q_1 \cdot V_1 \cdot V_3 \cdot \rho_{13} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + 2 \cdot Q_2 \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \rho_{23} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3. \quad (8.6)$$

Izjednačavanjem obaju izraza s nulom dobivamo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice (Q_2 i Q_3). Rješavanjem po nepoznanicama dobivamo optimalne vrijednosti koje minimiziraju varijancu (8.4):

$$Q_2 = \left[\frac{-(\rho_{12} - \rho_{13} \rho_{23}) V_1 \sigma_1}{(1 - \rho_{23}^2) V_2 \sigma_2} \right] Q_1 \quad (8.7)$$

$$Q_3 = \left[\frac{-(\rho_{13} - \rho_{12} \rho_{23}) V_1 \sigma_1}{(1 - \rho_{23}^2) V_3 \sigma_3} \right] Q_1$$

Istovjetna analiza vrijedi i za hedging sa samo jednom obveznicom. Sljedeća formula služi za izračun nominalnoga iznosa hedging obveznice koja minimizira varijancu promjena u neto vrijednosti hedging pozicije:

$$Q_2 = -\frac{\rho \cdot V_1 \cdot \sigma_1}{V_2 \cdot \sigma_2} \cdot Q_1 \quad (8.8)$$

8.4. *Financiranje hedging pozicija*

Iako u navedenim izračunima nećemo razmatrati troškove financiranja, dobro ih je spomenuti jer u stvarnosti oni imaju važnu ulogu prilikom donošenja odluka o hedgingu. Obveznice u kojima imamo dugu poziciju mogu se pozajmiti na REPO tržištu tako da se uzajme sredstva spram pronađenih obveznica koje su se pozajmile. Dakle, REPO stopa, koja se plaća na uzajmljena sredstva trošak je financiranja duge pozicije. Obveznice u kojima imamo kratku poziciju mogu se uzajmiti s tržišta za reverzni REPO tako da se pozajme sredstva spram obveznica koje se uzajmljuju, a time se zarađuje reverzna REPO stopa.

Međutim, REPO i reverzna REPO stopa malokad su jednake, a primjenjuju se na različite nominalne iznose pa stoga i ne mogu jedna drugu poništiti. Nadalje, za kuponske se obveznice povećanje/smanjenje vrijednosti obveznica koje imamo u dugoj/kratkoj poziciji zbog porasta pripadajuće kuponske kamate mora uzeti u obzir prilikom izračunu neto troškova financiranja. Neto trošak financiranja može biti pozitivan ili negativan, a to ovisi o:

- obliku krivulje prinosa (normalna ili invertirana krivulja)
- dijelovima krivulje prinosa iz kojih su obveznice u dugoj i kratkoj poziciji
- odnosu između stopa financiranja (REPO stope) i prinosa obveznice
- kuponima koje nose obveznice u dugoj i kratkoj poziciji
- relativnim nominalnim iznosima obveznica u poziciji
- jesu li cijene obveznica ispod ili iznad para (100,00).

Konačno, neto trošak financiranja može biti razlog da potpuno neutralizirana pozicija još uvijek stvara dobit ili gubitak.

9. Metodologija i rezultati

Analizirajući četiri različita portfelja izložena tržišnim rizicima, testirat ćemo spomenutu pretpostavku o boljem učinku hedginga pomoću glavnih komponenata u usporedbi s osnovnim hedgingom pomoću duracije. Nastavit ćemo analizirati njemačko i francusko tržište i na svakom od njih zasebno promatrati obveznice s kuponom i bez njega. Najprije ćemo detaljno opisati postupak hedginga na primjeru francuskih obveznica, a potom prezentirati rezultate za ostala tri slučaja na temelju kojih ćemo na kraju izvesti zaključke.

9.1. Detaljni opis hedginga pomoću duracije

Testiranje postupka hedginga započinje 25. prosinca 1997. godine, a pretpostavljamo da imamo poziciju od 100 mil. FRF nominalnoga iznosa francuske obveznice s kuponom od 6,75% i dospeljem 25. listopada 2004. i želimo je zaštititi od promjena kamatnih stopa. Cijeli skup obveznica raspoloživih za hedging sastoji se od 10 izdanja čije su duracije u rasponu od 2 do 14 godina, a za koje smo proveli statističku analizu promjena krivulje prinosa u razdoblju od prethodnih 78 tjedana. Nakon proučavanja korelacijske matrice (sl. 9. u prilogu) za osnovni hedging duracijom izabrali smo francusku obveznicu s kuponom od 7% i dospeljem 25. travnja 2006. jer ima najveću korelaciju (0,92) s obveznicom koju posjedujemo. Taj se izbor zasniva na činjenici da hedging duracijom bolje funkcionira ako su obveznice u portfelju sličnije. S obzirom na to da obveznice u tom hedgiranom portfelju pripadaju istome spektru dospeljeca, očekujemo i da budu slične. Koristeći se jednadžbom (8.1), izračunali smo nominalni iznos hedging obveznice koju treba prodati kako bi se kreirao portfelj s nultom duracijom. Uzimajući u obzir čiste cijene i pripadajuće kamate, izračunali smo tržišnu vrijednost duge i kratke pozicije, a njihovim zbrajanjem došli smo do neto vrijednosti hedgiranog portfelja (sl. 21).

Slika 21. Izračun početne neto vrijednosti hedgiranog portfelja

25. 12. 1997. POČETAK		
obveznica	OAT France 25-Oct-2004	OAT France 25-Apr-2006
kupon (C)	6,75%	7,00%
pozicija	duga	kratka
nominalni iznos (Q)	100.000.000	-84.909.044
kotirana cijena (P)	110,00	111,35
duracija (D)	5,69	6,41
prinos (R)	4,98	5,27
datum posljednje isplate kupona	25. 10. 1997.	25. 4. 1997.
broj dana od posljednje isplate kupona	61	244
pripadajuća kamata (A)	1,13	4,68
ukupna cijena (P+A)	111,13	116,03
tržišna vrijednost	111.128.082	-98.519.499
neto vrijednost	12.608.583	

Ako su za kreiranje hedging pozicije potrebna financijska sredstva (kao u navedenom primjeru), likvidacijom te iste pozicije financijska će se sredstva ostvariti. Zanimajući problem financiranja, idealni se hedging postiže ako je neto iznos

novca ostvarenog prilikom likvidacije pozicije jednak neto iznosu novca potrebnog za kreiranje hedging pozicije, i obrnuto. Ako hedgirana pozicija u nekom roku ostvari profit ili gubitak, to znači da hedging nije bio idealan.

Slika 22. Izračun promjene neto vrijednosti hedgiranog portfelja nakon isteka prva 4 tjedna

22. 1. 1998. MJERENJE UČINKOVITOSTI HEDGINGA		
obveznica	OAT France 25-Oct-2004	OAT France 25-Apr- 2006
kupon (C)	6,75%	7,00%
pozicija	duga	kratka
nominalni iznos (Q)	100.000.000	-84.909.044
kotirana cijena (P)	111,00	112,27
prinos (R)	4,80	5,13
datum posljednje isplate kupona	25. 10. 1997.	25. 4. 1997.
broj dana od posljednje isplate kupona	89	272
pripadajuća kamata (A)	1,65	5,22
ukupna cijena (P+A)	112,65	117,49
tržišna vrijednost	112.645.890	-99.756.612
neto vrijednost	12.889.278	
pogreška	280.695	
pogreška u postocima	2,23%	

U ovome je radu izabrano razdoblje rebalansiranja od 4 tjedna pa ćemo stoga i učinkovitost hedginga promatrati u istim vremenskim intervalima. Slika 22. pokazuje da je hedgirana pozicija tijekom prva četiri tjedna donijela 280.695 FRF (2,23% početne vrijednosti) iako je pozicija u početku bila potpuno neutralna, tj. imala je nultu duraciju.

Analiziramo li beta-koeficijente za prve tri glavne komponente (sl. 17. u prilogu), možemo vidjeti da je portfelj posebno osjetljiv na drugi faktor i ta je osjetljivost odgovorna za pozitivan prinos. Za obveznicu na koju primjenjujemo hedging aproksimaciju dobivamo osjetljivost na rizik nagiba (β_2) u iznosu od približno 0,25. Istodobno je hedging obveznica bila prilično neosjetljiva na rizik nagiba jer se njezin β_2 kreće oko nule. To znači da će se prva obveznica promijeniti više ako se promijeni prinos, a to će prouzročiti promjenu nagiba krivulje prinosa. Ako analiziramo rezultate sa slika 21 i 22, možemo vidjeti da se upravo to i dogodilo. Tijekom 4 tjedna pri-

nosi su pali. Prinos na obveznicu u dugoj poziciji pao je za 18 bp, što je donijelo profit od 1.517.808 FRF, dok je prinos na kratku poziciju pao za samo 14 bp donoseći gubitak od samo 1.237.113 FRF. Te su promjene prouzročile povećanje nagiba toga dijela krivulje prinosa, a razlika u prinosima (spread) između te dvije obveznice povećala se s 29 bp na 33 bp. Nadalje, neusklađeni profiti i gubici rezultirali su pozitivnom pogreškom hedginga. Iako je pogreška bila pozitivna, portfelj nije bio dobro imuniziran jer je osnovna ideja hedginga održavanje vrijednosti pozicije nepromijenjenom u odnosu prema bilo kojoj promjeni kamatnih stopa. Osim toga, da je pritom bila riječ o trgovanju spreadom, pri čemu je investitor očekivao povećanje nagiba krivulje prinosa u tom sektoru, onda bi se takva strategija smatrala uspjehom. Međutim, nagib krivulje prinosa mogao se također i smanjiti, a tada bi hedgirana pozicija prouzročila gubitak. U svakom slučaju, kada upravitelj portfelja provodi hedging, on ne pokušava pogoditi smjer u kojemu će se tržište kretati, već jednostavno nastoji zaštititi svoju poziciju od bilo kakvih promjena.

Pošto dođe do promjena na tržištu, poziciju je potrebno rebalansirati.

Slika 23. Rebalansiranje početnoga portfelja nakon prvoga 4-tjednog razdoblja

22. 1. 1998. REBALANSIRANJE POZICIJE		TREBA KUPITI 76.168
obveznica	OAT France 25-Oct-2004	OAT France 25-Apr-2006
kupon (C)	6,75%	7,00%
pozicija	duga	kratka
nominalni iznos (Q)	100.000.000	-84.832.876
kotirana cijena (P)	111,00	112,27
duracija (D)	5,62	6,35
prinos (R)	4,80	5,13
datum posljednje isplate kupona	25. 10. 1997.	25. 4. 1997.
broj dana od posljednje isplate kupona	89	272
pripadajuća kamata (A)	1,65	5,22
ukupna cijena (P+A)	112,65	117,49
tržišna vrijednost	112.645.890	-99.667.125
neto vrijednost	12.978.766	

Slika 23 pokazuje da je potrebno kupiti 76.168 FRF nominalne vrijednosti hedging obveznice kako bi se ponovno kreirao portfelj s nultom duracijom.

Dana 19. veljače 1998, tj. na kraju drugoga razdoblja od 4 tjedna, ponovno ćemo mjeriti učinkovitost rebalansirane hedging pozicije. Tada je portfelj stvorio gubitak od 94.660 FRF ili 0,73% rebalansirane neto vrijednosti.

Svaka 4 tjedna nakon toga bilježili smo pogrešku hedginga (razliku u neto vrijednosti u odnosu prema prethodnom razdoblju), a portfelj smo prema potrebi rebalansirali. To je rezultiralo s dodatnih 17 opažanja, koja će biti prezentirana u sljedećem poglavlju.

9.2. Detaljni opis alternativne metode hedginga

Usporedno s hedgingom pomoću duracije provodili smo i hedging pomoću glavnih komponenata koristeći se jednom i dvjema hedging obveznicama. I dalje smo promatrali poziciju od 100 mil. FRF u obveznici s kuponom od 6,75% i dospeljećem 25. listopada 2004, kao i isti skup od 10 obveznica raspoloživih za hedging.

Najprije ćemo prezentirati hedging s dvije obveznice i usporediti ga s hedgingom pomoću duracije. U prethodnom je poglavlju bilo pokazano kako je promjena u nagibu krivulje prinosa bila glavni razlog za loš učinak hedginga pomoću duracije. Koristeći se dvjema hedging obveznicama, trebalo bi biti moguće poziciju zaštititi i od rizika promjene razine i od rizika promjene nagiba. Kako bi hedging bio uspješniji, hedging obveznice treba izabrati iz dijelova krivulje od kojih se očekuje da će održavati bilo koju promjenu nagiba krivulje prinosa. Da bismo odlučili koje će se obveznice koristiti za hedging, najprije smo pogledali beta-koeficijente za prva dva faktora svih raspoloživih obveznica dobivenih na osnovi PCA metode (sl. 17. u prilogu). Ti su beta-koeficijenti dobiveni iz promjena krivulje prinosa strip-obveznica koje su se odvijale u prethodnih 78 tjedana, a potom su prilagođeni kuponskim obveznicama. Obveznice iz prednjega dijela krivulje prinosa s duracijom do 3 godine, kao i obveznice s duracijom većom od 20 godina, pokazale su se najosjetljivijima na efekt nagiba, a njihov beta-koeficijent uz drugi faktor iznosi oko 0,50. S obzirom na to da od svih raspoloživih obveznica najdulja ima duraciju oko 14 godina, kao prvu hedging obveznicu izabrali smo francusku obveznicu s kuponom od 8,5% i dospeljećem 28. ožujka 2000, čija je duracija oko 2 godine. Druga hedging obveznica ima kupon od 8,25% i dospeljeće 25. travnja 2022, a potječe sa suprotnog kraja krivulje prinosa i ima duraciju oko 12 godina. Odabir obveznice iz drugoga dijela krivulje prinosa smanjuje troškove hedginga, ali još uvijek omogućuje dobru zaštitu od rizika promjene razine jer je osjetljivost na prvi faktor (β_1) konstantna duž krivulje, osim za izdanja vrlo kratkih dospeljeća. Korelacija s obveznicom koju hedgiramo iznosi 0,83. Iako ta vrijednost nije velika, ona nije problem jer postoje dvije hedging obveznice. Ta će obveznica hedgirati oko 83% rizika promjene razine. Ostatak, koji se ne može hedgirati pomoću te obveznice, hedgirat će se pomoću druge hedging obveznice čiji je koeficijent korelacije također 0,83.

Koristeći se formulom (8.7) izračunali smo nominalne iznose hedging obveznica koje treba prodati. Uzimajući u obzir kotirane cijene i pripadajuće kamate, izračunali smo tržišnu vrijednost za sve tri pozicije čiji zbroj daje neto vrijednost hedgirano portfelja (sl. 24).

Slika 24. Izračun početne vrijednosti hedgiranog portfelja

25. 12.1997. POČETAK			
obveznica	OAT France 25-Oct-2004	OAT France 28-Mar-2000	OAT France 25-Apr-2022
kupon (C)	6,75%	8,50%	8,25%
pozicija	duga	kratka	kratka
nominalni iznos (Q)	100.000.000	-135.750.416	-18.509.425
kotirana cijena (P)	110,00	108,88	130,59
duracija (D)	5,69	2,03	12,19
prinos (R)	4,98	4,25	5,86
PVBP (V)	601,98	223,83	1.567,19
standardna devijacija	9,73	9,93	10,38
datum posljednje isplate kupona	25. 10. 1997.	28. 3. 1997.	25. 4. 1997.
broj dana od posljednje isplate kupona	61	272	244
pripadajuća kamata (A)	1,13	6,33	5,52
ukupna cijena (P+A)	111,13	115,21	136,11
tržišna vrijednost	111.128.082	-156.403.819	-25.192.265
koef. korelacije (1,2)	0,83	neto vrijednost -70.468.002	
koef. korelacije (1,3)	0,83		
koef. korelacije (2,3)	0,61		

Četiri tjedna kasnije izmjerili smo učinak hedginga. Analizirajući rezultate prikazane na slikama 24. i 25, možemo vidjeti da su prinosi tijekom 4 tjedna uglavnom pali. Međutim, nagib cijele krivulje prinosa malo se povećao jer je prinos na najdulju obveznicu pao za 15 bp, dok su prinosi na ostale dvije obveznice pali za 18 bp. Gubici na dvije kratke pozicije gotovo su se izjednačili s profitom na dugoj poziciji, a ukupni gubitak iznosio je 68.798 FRF, što čini 0,1% početne vrijednosti. Ako to usporedimo s promjenom od 2,23% početne vrijednosti portfelja koji je hedgirao usklađivanjem duracija, možemo ustvrditi da taj način daje mnogo bolje rezultate.

Slika 25. Izračun promjene neto vrijednosti hedgiranog portfelja nakon isteka prva 4 tjedna

22. 1. 1998. MJERENJE UČINKOVITOSTI HEDGINGA			
obveznica	OAT France 25-Oct-2004	OAT France 28-Oct-2000	OAT France 25-Apr-2022
kupon (C)	6,75%	8,50%	8,25%
pozicija	duga	kratka	kratka
nominalni iznos (Q)	100.000.000	-135.750.416	-18.509.425
kotirana cijena (P)	111,00	108,99	132,94
prinos (R)	4,80	4,07	5,71
datum posljednje isplate kupona	25. 10. 1997.	28. 3. 1997.	25. 4. 1997.
broj dana od posljednje isplate kupona	89	300	272
pripadajuća kamata (A)	1,65	6,99	6,15
ukupna cijena (P+A)	112,65	115,98	139,09
tržišna vrijednost	112.645.890	-157.438.311	-25.744.378
neto vrijednost	-70.536.799		
pogreška	-68.798		
pogreška u postocima	-0,10%		

U predočenom je slučaju metoda hedginga pomoću glavnih komponenata dala bolji rezultat nego hedging pomoću duracije iako je tom metodom ostvaren gubitak vrijednosti portfelja za razliku od profita ostvarenog pri hedgingu duracijom. Međutim, moramo promatrati apsolutne vrijednosti rezultirajućih pogrešaka hedginga, jer se sa stajališta hedginga pozitivan rezultat (povećanje vrijednosti portfelja) smatra jednako lošim kao i negativan (smanjenje vrijednosti portfelja). Cilj hedginga jest očuvanje vrijednosti portfelja i ograničavanje rizika promjene vrijednosti u bilo kojem smjeru.

Kako su se cijene na tržištu promijenile, potrebno je ponovno izračunati optimalne iznose hedging obveznica, rebalansirati sve pozicije i izračunati novu neto vrijednost portfelja. Također se ponovno izračunavaju i standardne devijacije, koeficijenti korelacija i beta-koeficijenti uz uporabu najnovijih podataka iz proteklih 78 tjedana. Najprije promatramo novoizračunane osjetljivosti hedging obveznica u odnosu prema riziku promjene razine i nagiba kako bismo odlučili hoćemo li zadržati stare ili izabrati nove hedging obveznice. Slika 26. (u prilogu) pokazuje da se koeficijenti β_1 i β_2 nisu znatno promijenili s obzirom na vrijednosti izračunane prije četiri tjedna (sl. 17. u prilogu). Stoga možemo zadržati hedging obveznice koje smo izabrali u prethodnome razdoblju jer one i dalje odražavaju promjene razine i

nagiba krivulje prinosa. Da su se znatnije promijenili beta-koeficijenti, trebali bismo promijeniti hedging obveznice i izabrati one koje u tom trenutku pružaju najbolju zaštitu spram rizika promjena krivulje prinosa.

Izračuni prikazani na slici 27. pokazuju da trebamo (kako bismo ponovno postigli hedgiranu poziciju) prodati 2.723.257 FRF nominalne vrijednosti obveznice koja dospijeva 28. ožujka 2000. i kupiti 524.678 FRF nominalne vrijednosti obveznice koja dospijeva 25. travnja 2022.

Slika 27. Rebalansiranje početnoga hedgiranog portfelja nakon isteka prvoga razdoblja od četiri tjedna

22. 1. 1998. REBALANSIRANJE POZICIJE		TREBA PRO-DATI 2.723.257	TREBA KUPITI 524.678
obveznica	OAT France 25-Oct-2004	OAT France 28-Mar-2000	OAT France 25-Apr-2022
kupon (C)	6,75%	8,50%	8,25%
pozicija	duga	kratka	kratka
nominalni iznos (Q)	100.000.000	-138.473.672	-17.984.746
kotirana cijena (P)	111,00	108,99	132,94
duracija (D)	5,62	1,95	12,21
prinos (R)	4,80	4,07	5,71
PVBP (V)	603,73	217,21	1.607,13
standardna devijacija	9,71	9,88	10,69
datum posljednje isplate kupona	25. 10. 1997.	28. 3. 1997.	25. 4. 1997.
broj dana od posljednje isplate kupona	89	300	272
pripadajuća kamata (A)	1,65	6,99	6,15
ukupna cijena (P+A)	112,65	115,98	139,09
tržišna vrijednost	112.645.890	-160.596.644	-25.014.614
koef. korelacije (1,2)	0,83	neto vrijednost -72.965.367	
koef. korelacije (1,3)	0,83		
koef. korelacije (2,3)	0,61		

Nastavljamo promatrati učinak hedgiranog portfelja svaka 4 tjedna. Na kraju drugoga razdoblja od 4 tjedna portfelj je izgubio 25.017 FRF ili 0,03%, što je također bolje nego pri hedgingu pomoću duracije kojim je u istom razdoblju izgubljeno 0,73%. Ukupni rezultat uspješnosti hedginga tijekom ostalih razdoblja opisat ćemo u sljedećem poglavlju.

Konačno smo proveli i hedging s jednom obveznicom kako bismo ga usporedili s hedgingom duracijom i s hedgingom s dvije obveznice. Ako uključivanje volatilnosti i korelacijskih koeficijenata u praksi poboljšava hedging, uspješnost toga načina hedginga trebala bi biti veća od hedginga duracijom. Suprotno tome hedging s jednom obveznicom trebao bi biti manje uspješan od hedginga s dvije obveznice jer štiti portfelj samo od rizika promjene razine. Kao hedging obveznicom koristit ćemo se istom onom kojom smo se koristili i za hedging duracijom (francuska obveznica s kuponom od 7% i dospijecem 25. travnja 2006.) jer je njezina osjetljivost na promjenu razine vrlo bliska osjetljivosti originalne pozicije, tj. $\beta_1 \approx 1,1$ (sl. 17. u prilogu). Primjenjuje se isti postupak kao i za hedging s dvije obveznice, osim što za izračun omjera hedginga služi jednadžba (8.8). Nakon prva 4 tjedna pogreška hedginga dosegla je iznos od 1,74% početne neto vrijednosti. Stoga je učinak u prvome razdoblju bio bolji nego pri hedgingu s duracijom (čija je pogreška 2,23%), ali lošiji od hedginga s dvije obveznice (pogreška od 0,10%). Ti su rezultati u skladu s onime što proizlazi iz teorije. Međutim, zaključke će biti moguće donijeti tek pošto se predoči usporedba svih rezultata.

Tijekom cijele analize poziciju smo držali konstantnom u iznosu od 100 mil FRF. Ako je bilo koja obveznica u portfelju imala isplatu kupona tijekom razdoblja u kojemu smo mjerili učinkovitost hedginga, u obzir smo uzeli kuponsku isplatu i kamatu koja se mogla zaraditi na taj iznos. Pretpostavili smo da se kuponska isplata reinvestirala po stopi jednakoj prinosu obveznice u trenutku kada je kupon isplaćen. Međutim, nismo pretpostavili da smo za iznos kuponske isplate kupili dodatni iznos iste obveznice. Drugim riječima, formirali smo otvoreni portfelj čije se kuponske isplate investiraju izvan njega. Stoga smo svaki put kada je portfelj rebalansiran krenuli s pozicija iz prethodnoga razdoblja, čak i ako je kupon u međuvremenu bio isplaćen, ali smo ga pri izračunu neto pozicije uzeli u obzir.

Drugo pojednostavnjenje primijenjene metodologije odnosi se na nominalne iznose obveznica koje su se kupovale i prodavale prilikom rebalansiranja portfelja. Pretpostavili smo da možemo kupiti i prodati neuobičajene i male iznose obveznica. To na stvarnom tržištu nije moguće jer se obveznicama trguje u lotovima, tj. u nekim minimalnim iznosima koji se mogu kupiti ili prodati. Međutim, u praksi su vrijednosti portfelja bitno veće pa su i iznosi obveznica pri rebalansiranju mnogo veći i mogu se zaokružiti. Stoga to pojednostavnjenje nema većega utjecaja na rezultate. Nadalje, kao što je već objašnjeno, izračuni ne uključuju ni transakcijske troškove ni troškove financiranja.

9.3. Rezultati istraživanja

Postupci objašnjeni u prethodnome poglavlju primijenjeni su na četiri različita portfelja. Prepostavili smo da imamo poziciju na:

- njemačkom tržištu obveznica (BUND 6,5% 15/07/2003), koja se imunizira njemačkim obveznicama
- njemačkom tržištu strip-obveznica (BUND STRIP 04/07/2006), koja se imunizira njemačkim stripovima
- francuskom tržištu obveznica (OAT FRANCE 6,75% 25/10/2004), koja se imunizira francuskim obveznicama
- francuskom tržištu strip-obveznica (OAT FRANCE STRIP 25/04/2006), koja se imunizira francuskim stripovima.

Rezultati učinkovitosti hedginga uspoređivani su na osnovi apsolutnih postotnih pogrešaka zabilježenih na kraju svakoga razdoblja rebalansiranja, kao i putem standardnih devijacija tih pogrešaka. Svaka pogreška predočuje promjenu neto vrijednosti portfelja tijekom razdoblja od 4 tjedna. U slučaju idealnoga hedginga neto vrijednost se ne bi uopće trebala mijenjati. Rezultati, međutim, pokazuju i pozitivne i negativne pogreške. Pri usporedbi uzimamo samo apsolutne vrijednosti tih pogrešaka jer veličina pogreške, a ne njezin predznak, određuje učinkovitost hedginga. To znači da je učinkovitost hedginga bolja ako je pogreška po apsolutnoj vrijednosti manja. Važno je zapamtiti da upravitelj portfelja hedgingom samo nastoji zaštititi početnu vrijednost, a ne zaraditi ili izgubiti novac.

Konačni sveobuhvatni rezultati za njemačko tržište prikazani su na slici 28.

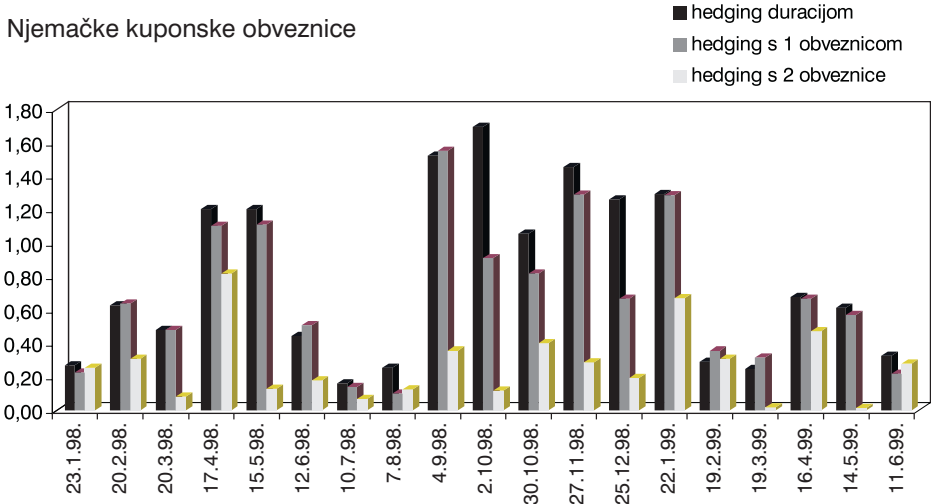
Analizirajući rezultate iz tablice, može se zaključiti da je hedging pomoću glavnih komponenta, korištenjem jedne ili dviju obveznica, bio uspješniji nego hedging pomoću duracije. Razlika u učinkovitosti izraženija je na tržištu strip-obveznica, gdje je prosječna pogreška šesterostruko smanjena, s 10,51% pri hedgingu duracijom na samo 1,75 i 1,73% pri alternativnom pristupu. Primjenjujući hedging s dvije obveznice, prosječna je pogreška na tržištu kuponskih obveznica smanjena tri puta (s 0,79% na 0,27%), dok je hedging s jednom obveznicom na tom tržištu bio tek neznatno učinkovitiji. Također možemo primijetiti da nije samo prosječna pogreška ona koja je smanjena, već je različita učinkovitost svakoga od pristupa bila konzistentna tijekom cijelog analiziranog razdoblja. Na tržištu strip-obveznica učinak hedginga duracijom ni u jednom od 19 razdoblja rebalansiranja nije nadmašio učinak alternativnoga pristupa. Međutim, na tržištu kuponskih obveznica učinak hedginga s dvije obveznice u jednom je slučaju bio marginalno lošiji od hedginga duracijom, a učinak hedginga s jednom obveznicom bio je takav u nekoliko primjera. Tu činjenicu također potvrđuju i znatna smanjenja standardnih devijacija apsolutnih postotnih pogrešaka. Nadalje, kada se uspoređuje hedging s jednom i s dvije obveznice, u većini slučajeva drugi ima bolju učinkovitost, ali taj rezultat nije konzistentan tijekom cijeloga analiziranog razdoblja.

Grafički prikaz rezultata jasno potvrđuje navedene tvrdnje.

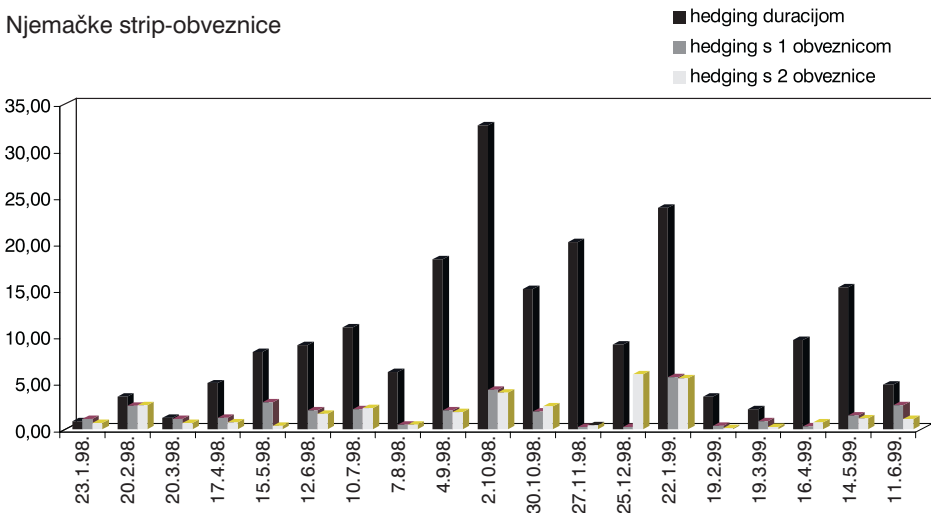
Slika 28. Konačni rezultati za njemačko tržište

Datum	NJEMAČKO TRŽIŠTE (APSOLUTNE POGREŠKE,%)					
	KUPONSKE OBVEZNICE			STRIP-OBVEZNICE		
	hedging duracijom	hedging s jednom ob- veznicom	hedging s dvije ob- veznice	hedging duracijom	hedging s jednom ob- veznicom	hedging s dvije ob- veznice
23. 1. 1998.	0,27	0,22	0,25	0,87	1,12	0,70
20. 2. 1998.	0,63	0,64	0,31	3,54	2,51	2,56
20. 3. 1998.	0,48	0,48	0,08	1,21	1,11	0,68
17. 4. 1998.	1,20	1,10	0,82	4,96	1,21	0,75
15. 5. 1998.	1,20	1,11	0,13	8,33	2,91	0,37
12. 6. 1998.	0,44	0,51	0,18	9,08	2,01	1,64
10. 7. 1998.	0,16	0,14	0,07	10,99	2,18	2,26
7. 8. 1998.	0,25	0,10	0,12	6,16	0,50	0,51
4. 9. 1998.	1,52	1,55	0,36	18,31	2,05	1,84
2. 10. 1998.	1,70	0,91	0,12	32,73	4,23	3,93
30.10. 1998.	1,06	0,82	0,40	15,08	1,90	2,47
27.11. 1998.	1,45	1,29	0,28	20,15	0,22	0,44
25.12. 1998.	1,26	0,67	0,19	9,10	0,22	5,93
22. 1. 1999.	1,29	1,29	0,67	23,85	5,60	5,51
19. 2. 1999.	0,29	0,36	0,31	3,50	0,35	0,10
19. 3. 1999.	0,25	0,31	0,02	2,14	0,84	0,22
16. 4. 1999.	0,67	0,67	0,47	9,63	0,31	0,72
14. 5. 1999.	0,61	0,57	0,01	15,28	1,48	1,16
11. 6. 1999.	0,32	0,22	0,28	4,79	2,57	1,13
Prosjek	0,79	0,68	0,27	10,51	1,75	1,73
St. devijacija	0,51	0,43	0,21	8,53	1,42	1,72

Slika 29. Usporedba apsolutnih pogrešaka hedginga za različite načine hedginga tijekom cijeloga analiziranog razdoblja



Slika 30. Usporedba apsolutnih pogrešaka hedginga za različite načine hedginga tijekom cijeloga analiziranog perioda



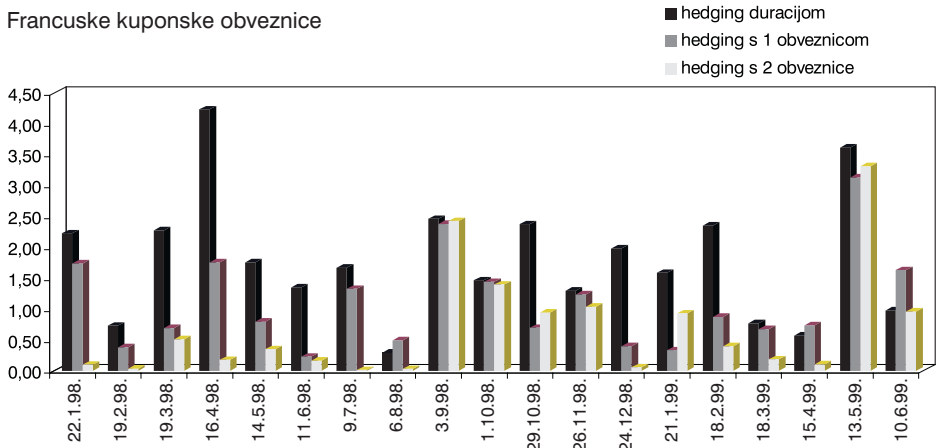
Sada ćemo proučiti rezultate francuskih tržišta, koji su vrlo slični onima s njemačkih tržišta. Konačni sveobuhvatni rezultati prikazani su na slikama 31, 32. i 33. Hedging pomoću glavnih komponenta na oba se tržišta pokazao kao bolji pristup. Pristup hedginganju strip-portfelja korištenjem dviju obveznica bio je konzistentno

učinkovitiji od hedginga duracijom, a prosječna apsolutna pogreška smanjila se gotovo pet puta (s 5,76 na 1,22%) te četiri puta pri korištenju samo jedne strip-obveznica. Za portfelj kuponskih obveznica te razlike nisu bile tako naglašene, ali je za bilježeno smanjenje prosječne pogreške hedginga i njezine standardne devijacije. Nadalje, ti su rezultati bili konzistentni tijekom cijeloga analiziranog razdoblja. Također, hedging s dvije obveznice na oba je tržišta cijelo vrijeme osiguravao bolju zaštitu nego hedging s jednom obveznicom.

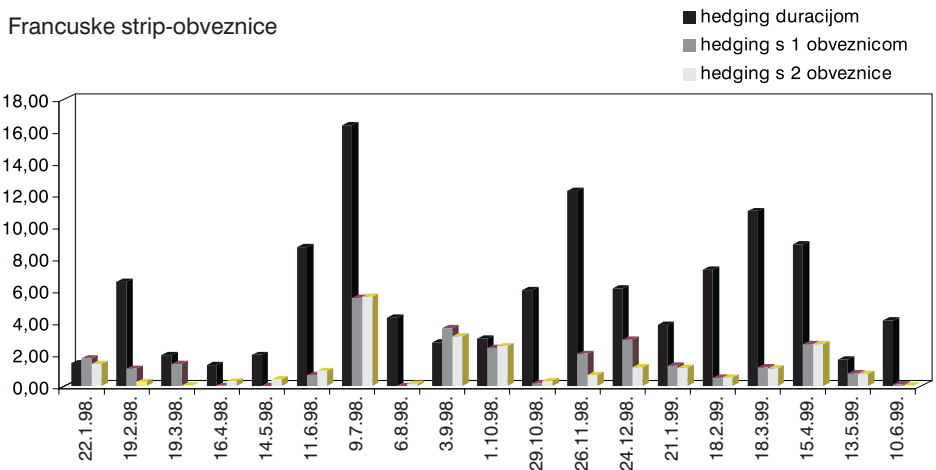
Slika 31. Konačni rezultati za francusko tržište

Datum	FRANCUSKO TRŽIŠTE (APSOLUTNE POGREŠKE,%)					
	KUPONSKE OBVEZNICE			STRIP-OBVEZNICE		
	hedging duracijom	hedging s jednom obveznicom	hedging s dvije obveznice	hedging duracijom	hedging s jednom obveznicom	hedging s dvije obveznice
22. 1. 1998.	2,23	1,74	0,10	1,44	1,73	1,40
19. 2. 1998.	0,73	0,38	0,03	6,53	1,10	0,27
19. 3. 1998.	2,27	0,69	0,51	1,94	1,39	0,03
16. 4. 1998.	4,23	1,75	0,18	1,31	0,03	0,30
14. 5. 1998.	1,75	0,79	0,35	1,96	0,00	0,42
11. 6. 1998.	1,35	0,23	0,16	8,73	0,70	0,96
9. 7. 1998.	1,67	1,33	0,01	16,36	5,53	5,60
6. 8. 1998.	0,29	0,49	0,03	4,30	0,01	0,15
3. 9. 1998.	2,46	2,37	2,42	2,74	3,64	3,12
1. 10. 1998.	1,46	1,44	1,39	2,98	2,39	2,52
29. 10. 1998.	2,37	0,70	0,94	6,02	0,19	0,32
26. 11. 1998.	1,29	1,24	1,04	12,25	2,04	0,70
24. 12. 1998.	1,98	0,39	0,06	6,13	2,92	1,19
21. 1. 1999.	1,59	0,33	0,93	3,85	1,30	1,15
18. 2. 1999.	2,35	0,87	0,40	7,29	0,52	0,55
18. 3. 1999.	0,77	0,67	0,19	10,99	1,17	1,13
15. 4. 1999.	0,57	0,73	0,10	8,89	2,63	2,62
13. 5. 1999.	3,61	3,13	3,31	1,68	0,80	0,76
10. 6. 1999.	0,98	1,63	0,96	4,12	0,10	0,06
prosjeak	1,79	1,10	0,69	5,76	1,48	1,22
st. devijacija	1,00	0,77	0,89	4,17	1,45	1,39

Slika 32. Usporedba apsolutnih pogrešaka hedginga za različite načine hedginga tijekom cijeloga analiziranog razdoblja



Slika 33. Usporedba apsolutnih pogrešaka hedginga za različite načine hedginga tijekom cijeloga analiziranog razdoblja



Rezultati su pokazali da onaj pristup hedgingu koji uzima u obzir dinamiku povijesnih promjena ročne strukture omogućuje bolju zaštitu. Drugim riječima, portfelj koji se hedgira duracijom izložen je većem riziku, tj. postoji veća vjerojatnost stvaranja profita ili gubitka. Nadalje, tzv. barbellig portfelja, koji podrazumijeva hedgiranje korištenjem dviju hedging obveznica (od kojih jedna ima kraću, a druga dulju duraciju od duracije portfelja), dodatno pomaže diversificiranju pogreške do koje dolazi prilikom hedginga.

Uspoređujući rezultate sa svih tržišta, općenito možemo zaključiti da sve metode hedginga bolje funkcioniraju na portfeljima kuponskih obveznica nego na portfeljima strip-obveznica. Na tržištima stripova zbog veće volatilnosti i fluktuacija portfelja strip-obveznica apsolutne su pogreške pri hedgiranju bile mnogo veće. Taj je rezultat bio i očekivan, jer je statistička analiza pokazala da su standardne devijacije strip-obveznica veće nego kod kuponskih obveznica. Tržište strip-obveznica također ima i manji broj izdanja, što ga čini manje likvidnim, pa je i to jedan od razloga većih fluktuacija. Nadalje, strip-obveznice nose veći specifični rizik spram kojega nije moguće provesti hedging. Francuske strip-obveznice pokazale su bolje rezultate jer je francusko tržište stripova likvidnije i razvijenije, dok je njemačko tržište strip-obveznica uspostavljeno tek nedavno.

Iako je pristup hedgingu pomoću glavnih komponenata koji se koristi dvjema obveznicama, znatno poboljšao hedging, još je uvijek preostao određeni manji rizik od kojega se nije moguće zaštititi primjenom tog pristupa. Jedan dio toga preostalog rizika čini sistemski rizik, koji potječe od ostalih 13 zajedničkih faktora. PCA metoda izdvojila je 15 različitih sistemskih rizika, a uporabom dviju hedging obveznica portfelj se može zaštititi samo spram prva dva faktora. Drugi dio preostalog rizika potječe od specifičnih faktora svake obveznice i može se ukloniti samo diversifikacijom.

9.4. *Daljnja razmatranja*

Naš je pristup problemu bio samo na aproksimativnim osnovama. Model s više faktora i beta-koeficijente promatrali smo samo radi odabira hedging obveznica, a nakon toga smo se za izračun omjera hedginga koristili tradicionalnom strategijom hedginga pomoću ključnih stopa. Postoji, međutim, drugi način izračuna omjera hedginga, koji uzima u obzir egzaktne beta-koeficijente kako bi se odredile potrebne pozicije hedging obveznica. To se može postići uporabom modela linearnoga programiranja, a njime se usklađuju beta-koeficijente obveznice na koju se primjenjuje hedging i hedging obveznice. To znači da je, iako se faktorski pristup hedgingu zasniva na faktorima koji se ne mogu uočiti, uporabom dovoljnoga broja obveznica moguće konstruirati portfelje osjetljive samo na promjene točno određenoga faktora. U modelu s n faktora konstrukcija portfelja osjetljivoga samo na jedan faktor obuhvaća rješavanje n jednadžbi s n nepoznanica. To je moguće kada je broj obveznica u portfelju veći ili jednak n . Ako bi broj hedging obveznica u portfelju prelazio n , tada bi postojao beskonačan broj portfelja koji bi omogućivali optimalan hedging. Međutim, to nije problem jer je moguće izdvojiti idealan hedging portfelj. Učinak hedgiranja portfelja ne ovisi samo o njegovoj osjetljivosti na pojedini zajednički faktor, već i o varijanci specifičnoga faktora svake obveznice ponderiranoj s kvadratom udjela te obveznice u portfelju. Portfelj koji minimizira tu specifičnu varijancu idealan je hedging portfelj. Takav se portfelj može konstruirati rješavanjem problema kvadratne minimizacije uz linearne uvjete (Litterman i Scheinkman, 1991). Upravo opisani postupak izračuna omjera hedginga nalazi se izvan dosega ovoga rada, ali se taj problem može naknadno istražiti. Svakako bi bilo

zanimljivo vidjeti usporedbu toga pristupa s aproksimativnim pristupom primijenjenim u ovome radu.

10. Zaključak

Mjerenje i upravljanje rizikom promjene krivulje prinosa imaju najvažniju ulogu pri upravljanju portfeljem vrijednosnica s fiksnim prinosom. Rizik povezan s dinamikom ročne strukture kamatnih stopa može se rastaviti na više različitih izvora rizika, a obveznice različitih dospjeća imaju različitu osjetljivost spram tih izvora rizika. Ta je činjenica dokazana statističkom analizom, koja pokazuje da promjene prinosa različitih obveznica nisu u potpunosti korelirane kao i da imaju različitu volatilitnost. Rezultat toga je činjenica da krivulja prinosa nije ravna i ne pomiče se paralelno. Stoga većina upravitelja portfelja prepoznaje da konvencionalni pristup hedgingu pomoću duracije, koji pretpostavlja potpunu koreliranost i jednake volatilitnosti, ne omogućuje adekvatnu zaštitu spram različitih promjena krivulje prinosa.

Teoretsko modeliranje promjena krivulje prinosa duž cijeloga spektra dospjeća prilično je zahtjevan zadatak. U ovome je radu opisan empirijski pristup kontroli kamatnoga rizika koji se koristi analizom faktora povijesnih promjena ročne strukture. Primjenom metode glavnih komponenata na tjedne promjene prinosa razvili smo modele s 15 faktora rizika za njemačko i francusko tržište obveznica. Ti modeli objašnjavaju dinamiku cjelokupnih krivulja prinosa, a istodobno su i intuitivni i fleksibilni. Došli smo do zaključka da se obje krivulje prinosa mogu dovoljno precizno modelirati uporabom prvih triju glavnih komponenata. U literaturi su ta tri glavna zajednička faktora identificirana kao faktori razine, nagiba i zakrivljenosti. Prezentirane empirijske procjene pokazuju da faktor razine objašnjava većinu promjena prinosa na njemačkome (78,98%) i francuskom tržištu (77,19%). Faktor nagiba u prosjeku objašnjava dodatnih 13,20% (13,54%) ukupnih promjena, a faktor zakrivljenosti odgovara za daljnjih 3,05% (4,86%) ukupne varijabilnosti. Promatrajući te glavne komponente kao faktore koji utječu na promjene svih kamatnih stopa, moguće je odrediti osjetljivost različitih obveznica na promjene svakoga pojedinog faktora.

Nakon toga razvili smo hedging strategiju koja pruža zaštitu od promjena tih faktora. Kako bismo konstruirali hedge za portfelj obveznica, koristili smo se kombinacijama hedging obveznica koje minimiziraju varijancu promjena neto vrijednosti portfelja na koji primjenjujemo hedging. Prilikom odabira hedging obveznica promatrali smo također i njihovu osjetljivost na promjene faktora spram kojih se tražila zaštita. Ta alternativna metoda hedginga, koja se temelji na povijesnim promjenama ročne strukture, u usporedbama se pokazala učinkovitijom od metode hedginga pomoću duracije, i to za sve analizirane pozicije na oba analizirana tržišta.

Rezultati empirijske analize pokazuju da je portfelj hedgirani pomoću duracije izložen većem riziku, tj. postoji veća vjerojatnost zarade i gubitka. Hedging strategija pomoću glavnih komponenata daje bolje rezultate i pokazala se mnogo fleksibilnijom i efikasnijom od standardne hedging strategije pomoću duracije. U uspo-

redbi s hedgingom pomoću duracije, hedging izveden spram samo jednoga faktora znatno smanjuje prosječnu pogrešku hedginga. Međutim, hedging s jednom obveznicom još uvijek dovodi do znatnijega rizika krivulje prinosa ako se promijeni nagib krivulje. Hedging s dvije obveznice može smanjiti tu vrstu rizika. Dakle, ako se hedge podijeli između dvije hedging obveznice, pozicija je manje osjetljiva na promjene nagiba krivulje prinosa. Rezultati su pokazali da uporaba dviju obveznica dodatno poboljšava učinak toga alternativnog pristupa hedgingu. Prosječna pogreška hedginga smanjena je gotovo tri puta na tržištu kuponskih obveznica i oko pet puta na tržištu strip-obveznica. Naravno, riječ je o prosječnom smanjenju varijance. Tijekom analiziranoga razdoblja na tržištima je evidentirano i povećanje i smanjenje nagiba krivulje prinosa pa se stoga ponašanje modela moglo i promatrati u različitim situacijama. Iz dobivenih je rezultata jasno da u određenim tržišnim uvjetima učinkovitost hedginga koji se koristi dvama faktorima može biti i veća.

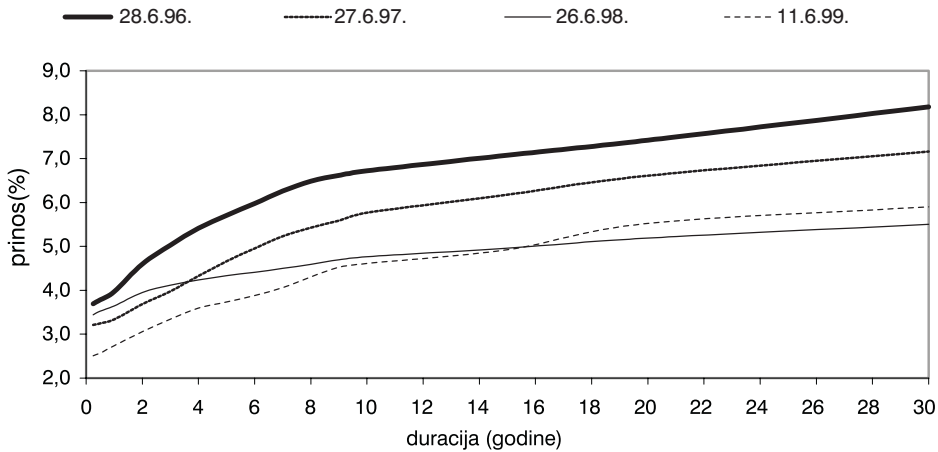
LITERATURA

- BARBER, J. R. and COPPER, M. L., 1996. Immunization Using Principal Component Analysis. *The Journal of Portfolio Management*, Autumn, 99-105.
- BARRETT, W. B., GOSNELL, T. F. and HEUSON, A. J., 1995. Yield Curve Shifts and the Selection of Immunisation Strategies. *The Journal of Fixed Income*, September, 53-64.
- BIERWAG, G. O., KAUFMAN, G. G., SCHWEITZER, R. and TOEVS, A., 1981. The Art of Risk Management in Bond Portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, Spring, 27-36.
- CANABARRO, E., 1995. Where Do One-Factor Interest Rate Models Fail? *The Journal of Fixed Income*, 5(2).
- CHRISTENSEN, P.O. and SORENSEN, B. G., 1994. Duration, Convexity and Time Value. *The Journal of Portfolio Management*, Winter, 51-60.
- DAHL, H., 1993. A flexible approach to interest rate risk management. In: S. A. Zenios ed. *Financial Optimization*. Cambridge : Cambridge University Press, 189-209.
- D'ECCLESIA, R. L. and ZENIOS, S. A., 1994. Risk Factor Analysis and Portfolio Immunisation in the Italian Bond Market. *The Journal of Fixed Income*, September, 51-58.
- DOUGLAS, L. G., 1988. *Yield Curve Analysis*. New York : New York Institute of Finance.
- FABOZZI, F. J., 1999. *Investment Management*, 2. izd. New York : Upper Saddle River : Prentice Hall.
- FALKENSTEIN, E. and HANWECK, JR. J., 1997. Minimising Basis Risk from Non-Parallel Shifts in the Yield Curve, Part II: Principal Components. *The Journal of Fixed Income*, June, 85-90.
- GARBADE, G. D., 1996. *Fixed Income Analytics*. Cambridge : MIT Press.

- GOLUB, B. W. and TILMAN, L. M., Summer 1997. Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components Analysis, Value at Risk, and Key Rate Durations. *The Journal of Portfolio Management*, 72-84.
- HILL, C. F. and VAYSMAN, S., W., 1998. An Approach to Scenario Hedging Using Principal Components Analysis. *The Journal of Portfolio Management*, Winter, 83-92.
- HO, T. S. Y., 1992. Key Rate Duration: A Measure of Interest Rate Risk Exposure, *The Journal of Fixed Income*, 2(2).
- ILMANEN, A. and IWANOWSKI, R., 1997. Dynamics of the Shape of the Yield Curve. *The Journal of Fixed Income*, September, 47-60.
- JONES, F., 1991. Yield Curve Strategies, *The Journal of Fixed Income*, September, 28-39.
- KNEZ, J. P., LITTERMAN, R. and SCHEINKMAN J., 1994. Explorations Into Factors Explaining Money Market Returns. *The Journal of Finance* 5, 1861-1882.
- LITTERMAN, R., and SCHEINKMAN, J., 1991. Common Factors Affecting Bond Returns. *The Journal of Fixed Income*, September, 54-61.
- LONGSTAFF, F. A. and SCHWARTZ, E. S., 1993. Interest Rate Volatility and Bond Prices. *Financial Analysts Journal*, June-August, 70-74.
- MALONEY, K. J. and YAWITZ, J. B., 1986. Interest Rate Risk, Immunisation, and Duration. *The Journal of Portfolio Management*, Spring, 41-48.
- REITANO, R. R., 1992. Non-Parallel Yield Curve Shifts and Immunisation. *The Journal of Portfolio Management*, Spring, 36-43.
- SINGH, M. K., 1997. Value at Risk Using Principal Components Analysis. *The Journal of Portfolio Management*, Fall, 101-112.
- WILLNER, R., 1996. A New Tool for Portfolio Managers: Level, Slope, and Curvature Durations. *The Journal of Fixed Income*, Fall, 48-59.

PRILOG

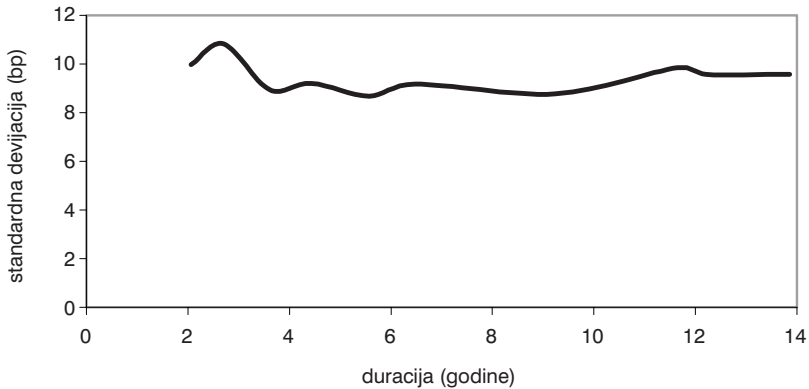
Slika 2. Krivulje prinosa francuskih strip-obveznica



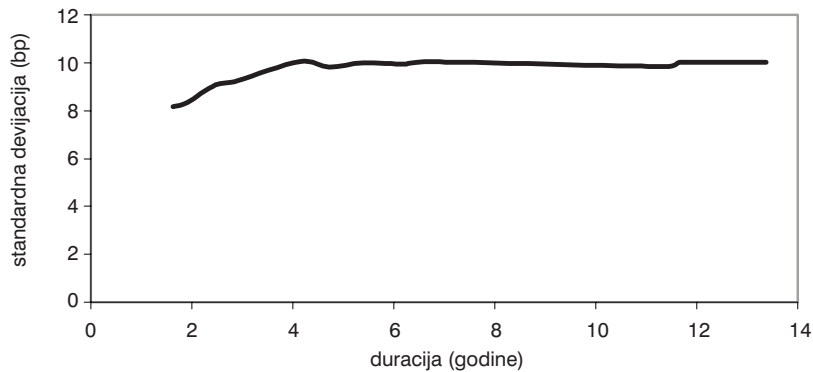
Slika 6. Korelacijska matrica tjednih promjena prinosa francuskih strip-obveznica
dana 26. prosinca 1997. godine (za prethodnih 78 tjedana)

	3mj.	6mj.	1g.	2g.	3g.	4g.	5g.	6g.	7g.	8g.	9g.	10g.	15g.	20g.	30g.
3mj.	1,00														
6mj.	0,89	1,00													
1g.	0,80	0,91	1,00												
2g.	0,67	0,72	0,82	1,00											
3g.	0,64	0,70	0,79	0,94	1,00										
4g.	0,60	0,64	0,76	0,92	0,98	1,00									
5g.	0,56	0,59	0,72	0,86	0,92	0,96	1,00								
6g.	0,45	0,46	0,59	0,75	0,79	0,85	0,94	1,00							
7g.	0,49	0,52	0,62	0,75	0,85	0,91	0,92	0,90	1,00						
8g.	0,41	0,41	0,52	0,69	0,76	0,83	0,88	0,93	0,95	1,00					
9g.	0,37	0,37	0,48	0,65	0,74	0,82	0,87	0,92	0,94	0,99	1,00				
10g.	0,43	0,45	0,55	0,67	0,76	0,84	0,87	0,87	0,97	0,93	0,95	1,00			
15g.	0,32	0,32	0,40	0,52	0,62	0,71	0,76	0,83	0,91	0,92	0,94	0,95	1,00		
20g.	0,33	0,35	0,42	0,49	0,59	0,69	0,74	0,81	0,90	0,89	0,91	0,94	0,97	1,00	
30g.	0,23	0,22	0,29	0,41	0,47	0,56	0,65	0,81	0,77	0,88	0,89	0,81	0,90	0,90	1,00

Slika 7. Prosječna standardna devijacija tjednih promjena prinosa na francuskom tržištu obveznica



Slika 8. Prosječna standardna devijacija tjednih promjena prinosa na njemačkom tržištu obveznica



Slika 9. Korelacijska matrica tjednih promjena prinosa francuskih obveznica na dan 25. prosinca 1997. (za prethodnih 78 tjedana)

	2,0 g.	2,6 g.	3,5 g.	4,4 g.	5,7 g.	6,4 g.	9,1 g.	11,9 g.	12,2 g.	14,2 g.
2,0 g.	1,00									
2,6 g.	0,92	1,00								
3,5 g.	0,83	0,86	1,00							
4,4 g.	0,80	0,85	0,98	1,00						
5,7 g.	0,83	0,87	0,88	0,91	1,00					
6,4 g.	0,75	0,80	0,95	0,98	0,92	1,00				
9,1 g.	0,69	0,73	0,77	0,83	0,89	0,86	1,00			
11,9 g.	0,68	0,72	0,79	0,84	0,92	0,89	0,91	1,00		
12,2 g.	0,61	0,65	0,81	0,85	0,83	0,90	0,83	0,85	1,00	
14,2 g.	0,66	0,73	0,80	0,86	0,91	0,90	0,91	0,94	0,84	1,00

Slika 10. Korelacijska matrica tjednih promjena prinosa njemačkih obveznica dana
11. lipnja 1999. (za prethodnih 78 tjedana)

	0,3 g.	0,6 g.	1,2 g.	1,6 g.	3,0 g.	3,6 g.	4,3 g.	5,3 g.	5,8 g.	10,9 g.	11,2 g.	13,5 g.
0,3 g.	1,00											
0,6 g.	0,91	1,00										
1,2 g.	0,85	0,94	1,00									
1,6 g.	0,83	0,93	0,97	1,00								
3,0 g.	0,72	0,83	0,90	0,91	1,00							
3,6 g.	0,70	0,81	0,88	0,88	0,98	1,00						
4,3 g.	0,68	0,77	0,85	0,84	0,97	0,98	1,00					
5,3 g.	0,64	0,74	0,81	0,80	0,95	0,97	0,98	1,00				
5,8 g.	0,62	0,71	0,79	0,77	0,93	0,96	0,97	0,99	1,00			
10,9 g.	0,54	0,61	0,67	0,66	0,82	0,85	0,87	0,91	0,92	1,00		
11,2 g.	0,56	0,63	0,69	0,67	0,83	0,86	0,89	0,93	0,93	0,98	1,00	
13,5 g.	0,56	0,62	0,68	0,66	0,82	0,85	0,88	0,92	0,92	0,97	0,98	1,00

Slika 17. Beta-koeffcijenti svih 15 faktora koji opisuju tjedne promjene prinosa fran-
cuskih strip-obveznica dana 25. prosinca .1997. godine (za prethodnih 78
tjedana)

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15
3mj.	0,42	0,48	0,37	-0,02	0,09	0,24	0,07	0,01	0,08	-0,01	-0,03	0,00	-0,01	0,00	0,00
6mj.	0,51	0,62	0,42	0,01	-0,01	-0,01	-0,04	-0,05	-0,14	0,01	0,04	-0,01	0,01	0,00	0,00
1 g.	0,61	0,60	0,24	-0,02	-0,14	-0,17	-0,10	0,05	0,10	0,01	-0,02	0,01	-0,01	0,00	0,00
2 g.	0,83	0,57	-0,15	-0,14	0,15	-0,11	0,12	0,13	-0,03	0,00	0,00	-0,02	0,01	0,00	0,00
3 g.	0,91	0,49	-0,21	0,03	0,10	-0,05	0,00	-0,11	0,00	0,01	-0,02	0,04	-0,05	-0,04	0,00
4 g.	0,98	0,37	-0,22	0,05	0,05	-0,02	0,01	-0,09	0,03	-0,01	0,00	0,00	0,03	0,06	-0,02
5 g.	1,03	0,25	-0,19	-0,04	-0,14	0,07	0,02	-0,05	0,04	0,01	0,06	-0,07	0,02	-0,03	0,01
6 g.	1,15	-0,02	-0,14	-0,26	-0,22	0,08	0,06	0,03	-0,05	0,02	-0,04	0,04	-0,02	0,01	-0,01
7 g.	1,07	0,01	-0,08	0,19	-0,02	0,04	-0,04	0,01	-0,03	-0,04	-0,05	0,03	0,05	0,00	0,04
8 g.	1,14	-0,18	-0,07	-0,07	0,07	0,05	-0,15	0,04	-0,02	-0,03	-0,05	-0,04	0,01	-0,02	-0,03
9 g.	1,12	-0,23	-0,08	-0,02	0,07	0,07	-0,11	0,05	0,00	0,00	0,05	-0,01	-0,05	0,03	0,03
10 g.	1,02	-0,12	-0,02	0,24	-0,03	0,01	0,03	0,06	0,02	-0,04	0,08	0,06	0,01	-0,01	-0,03
15 g.	1,01	-0,36	0,07	0,19	0,04	0,00	0,02	0,01	0,00	0,16	-0,02	0,00	0,01	0,00	0,00
20 g.	1,07	-0,39	0,18	0,24	-0,06	-0,08	0,11	-0,01	-0,02	-0,06	-0,04	-0,05	-0,04	0,01	0,00
30 g.	1,35	-0,76	0,27	-0,30	0,08	-0,08	0,03	-0,06	0,03	-0,02	0,02	0,02	0,02	0,00	0,01

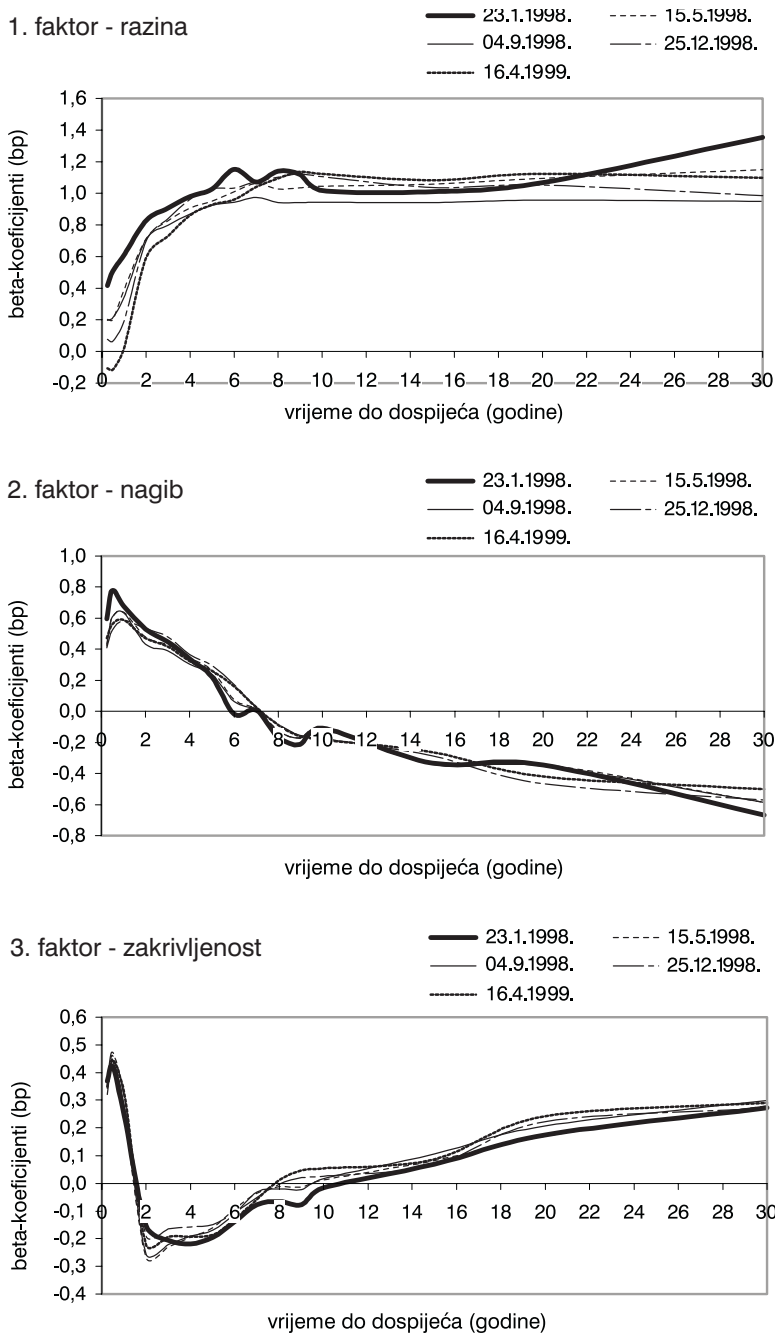
Slika 18. *Prosječni beta-koeficijenti prvoga, drugoga i trećeg faktora za tjedne promjene prinosa francuskih strip-obveznica za 78-tjedna razdoblja od 26. prosinca 1997. do 11. lipnja 1999.*

	1. faktor	2. faktor	3. faktor
3 mj.	0,14	0,47	0,33
6 mj.	0,15	0,64	0,44
1 g.	0,30	0,62	0,24
2 g.	0,72	0,46	-0,26
3 g.	0,83	0,40	-0,24
4 g.	0,93	0,32	-0,21
5 g.	0,99	0,24	-0,19
6 g.	1,05	0,09	-0,12
7 g.	1,06	0,03	-0,05
8 g.	1,09	-0,10	0,00
9 g.	1,10	-0,15	0,02
10 g.	1,07	-0,11	0,03
15 g.	1,04	-0,27	0,09
20 g.	1,08	-0,34	0,21
30 g.	1,14	-0,54	0,31

Slika 26. *Beta-koeficijenti prvoga, drugoga i trećeg faktora za tjedne promjene prinosa francuskih strip-obveznica dana 23. siječnja 1998. (za prethodnih 78 tjedana)*

	1. faktor	2. faktor	3. faktor
3 mj.	0,32	0,60	0,40
6 mj.	0,37	0,78	0,49
1 g.	0,52	0,68	0,23
2 g.	0,85	0,53	-0,30
3 g.	0,92	0,45	-0,30
4 g.	0,99	0,34	-0,27
5 g.	1,05	0,22	-0,22
6 g.	1,18	-0,02	-0,09
7 g.	1,10	0,01	-0,08
8 g.	1,17	-0,17	0,00
9 g.	1,16	-0,21	-0,01
10 g.	1,06	-0,11	-0,03
15 g.	1,07	-0,33	0,08
20 g.	1,13	-0,35	0,17
30 g.	1,41	-0,67	0,40

Slika 20. Beta-koeficijenti uz prva tri faktora tijekom pet različitih 78-tjednih razdoblja za tržište francuskih strip-obveznica



Zlatana Sikavica-Kisić: Analysis of the exchange rate risk and hedging factors on the French and German bond markets

Summary

When a fixed-income portfolio manager is faced with risk exposure over the whole yield curve, in an environment of high interest rate volatility, duration hedging does not provide adequate protection. Nowadays, the most desirable risk measurement tool is a succinct but accurate yield curve characterisation, which explains how yields on bonds of different maturities fluctuate. This new empirical approach provides a simple and direct method for the use of historical data to analyse and control interest rate risk.

Firstly, a statistical analysis of the history of term structure changes in the German and French bond markets is performed. Results prove that yield curves do not move in a parallel fashion. Therefore, we need to use an alternative approach, employing empirical research, to determine the common factors that have affected bond yields.

This thesis further describes the principal components theory and its application to the empirical analysis of yield curve movements. The principal components method is a new technique for hedging interest rate risk. It seeks to find a small number of components or factors that explain most of the variation in yields across the maturity spectrum and uses these factors as the drivers of the yield curve.

The analysis proceeds by identifying and analysing the common influences that affect yields of German and French bonds. Our research suggests that there are three common factors that, taken together, explain most of the variation in the bond yields. This means that changes in the yield curves can be well represented as independently occurring changes in level, slope and curvature of the yield curve. Developed multi-factor models for the yield curve dynamics are especially useful for hedging. By considering the effect on a portfolio of each or some of the factors, an investor can achieve a better-hedged position than he can get simply by holding a zero duration portfolio.

We conclude by comparing duration hedging to factor hedging, which presents practical application of the theoretical results in everyday portfolio and risk management. Our empirical results also show that the factor-hedging approach generates better results than standard duration matching, and thus proves to be a more flexible and effective strategy.

Key words: basic duration hedging, common factors, convexity, curvature risk, duration, fixed-income securities, hedging, interest rate risk, level risk, portfolio management, principal components analysis, principal components hedging, risk factor analysis, risk management, risk measurement, slope risk, term structure of interest rates, term structure of volatility, yield curve dynamics.