

Ivica Martinović

Institut za filozofiju, Ulica grada Vukovara 54/TV, HR-10000 Zagreb
ivica@ifzg.hr

Petrićevi prigovori Aristotelovu pojmu neprekidnine

Sažetak

Druga knjiga Petrićeve Pancosmije potpuno nam otkriva što je Petrić mislio de continuo ili de divisibilitate quantitatis te nam ujedno nudi mnoge detalje Petrićeve neuspješne strategije pri osporavanju Aristotelovih pojmova neprekidnine i potencijalne beskonačnosti. Prigovarajući Aristotelu, Petrić i ne htijući upozorava na glavne domete Aristotelova nauka o neprekidnini, ali nudi svoja, drugačija rješenja, poput zamisli o najmanjoj nedjeljivoj crti. Iako svojim rješenjima ne uspijeva postići ono što je Aristotel blistavo postigao pojmom neprekidnine u tumačenju prirode i matematike, Petrić unutar polemike s Aristotelom postavlja nova pitanja kad se bavi računom s beskonačninama i genealogijom znanosti.

Ključne riječi

Aristotel, Frane Petrić, neprekidnina, potencijalna beskonačnost, postulat o djeljivosti, najmanja nedjeljiva crta, račun s beskonačnim kolikocama, genealogija znanosti, geometrija, aritmetika

Povijest Petrićevih prigovora od 1581. do 1591. godine

Aristotelovu pojmu neprekidnine Petrić je prvi put prigovorio u *Discussiones peripateticae* (1581), posebno u četvrtoj knjizi »De mundi temporisque aeternitate« četvrtoga sveska, gdje je izrijeком osporio beskonačnu djeljivost crte: »Niti je ikoji od ljudi ikada smislio ili predočio ili mogao predočiti beskonačno podijeljenu crtu ili beskonačno uvećan broj.«, a u opsežnom stvarnom kazalu Petrićeva djela u natuknici 'linea' taj je prigovor izdvojen u zasebnu tvrdnju: »Nitko nikada nije smislio beskonačno djeljivu crtu.«¹ Pri osporavanju se Cresanin nije ograničio samo na crtu nego je, zajedno s beskonačnošću vremena i broja, osporio beskonačnu djeljivost bilo koje kolikoće: »Nadalje, posve tvrdimo da je laž da je beskonačno ovo troje: vrijeme, broj i dijeljenje veličine.«, a u stvarnom kazalu u natuknici 'quantitas' to je pretočeno u tvrdnju: »Nema kolikoće koja se može beskonačno dijeliti.«² Premda je

1

Francisci Patricii discussionum peripateticarum tomus IV. (Basileae: Ad Perneam Le-cythum, 1581), u: »Discussionum peripateticarum tomus III. liber IIII. De mundi temporisque aeternitate.«, pp. 399–413, na p. 402.53–54: »Neque quisquam hominum unquam infinite lineam divisam aut infinite auctum numerum cogitavit aut animo finxit aut fingere quivit.« O crti vidi zasebnu tvrdnju u stvarnom kazalu: »Rerum et verborum maxime memorabilium elenchus.«, ff. S1–S6, T1–T8, na f. T2r: »Lineam infinite divisam nemo unquam animo cogitavit. 402.50«

2

Patricius, *Discussiones peripateticae* (1581), p. 401.48–50: »Deinde tria haec: tempus, numerum, divisionem magnitudinis esse infinita falsum esse omnino affirmamus.« O veličini vidi zasebnu tvrdnju u stvarnom kazalu: »Rerum et verborum maxime memorabilium elenchus.«, f. T2v: »Magnitudo nulla est quae infinite dividi possit. 403.40.«

nakanio sustavno ocijeniti i temeljito razoriti zdanje Aristotelova mišljenja, on u *Discussiones peripateticae* nije sustavno izložio što misli *de continuo*, premda je to velika tema Aristotelove *Fizike* i nezaobilazna tema Aristotelove filozofije prirode.³ Jedino je pod naslovom »De temporis infinitate« osporio neprekinutost vremena i gibanja u Aristotelovu tumačenju.⁴ Čak i onda kad je u prvoj knjizi drugoga sveska, u odjeljku »De quantitate«, izložio Aristotelovu razdiobu kolikočā na prekinute i neprekinute (*discreta et continua forma quanti*),⁵ istaknuo je tek da Aristotel o razdiobi kolikočā misli isto što i Okel iz Lukanije. Cresanin je sam sebi priredio priliku da zauzme stav o Aristotelovu pojmu neprekidnine, a ipak je to 1581. godine propustio učiniti.

Tijekom 1586. godine napisao je Petrić dva djela u kojima je izravno zauzimao stavove o neprekidnini i prekidnini, beskonačnini i konačnini. Prvo je, bar u nacrtu, sastavio djelce *De rerum natura libri II priores*, a potom i svoje glavno matematičko djelo *Della nuova geometria libri XV*, jer se u uvodu svoje *Nove geometrije* pozvao na pretpostavke izložene »u našim knjigama o prostoru«.⁶ Ipak, prvo se počela tiskati *Nova geometrija* i tisak joj je dovršen 5. prosinca 1586. Naime, Cresanin je do 14. srpnja 1586. poslao pet otisnutih araka matematičaru Giambattisti Benedettiju u Milano, 10. studenoga 1586. savojskom vojvodi Carlu Emanueleu posvetio je *Novu geometriju* s uvjerenjem da je pronašao »novi, uistinu kraljevski put« u geometriju,⁷ a 5. prosinca 1586. požurio je Benedettiju poslati opširnu pošiljku: preostale arke knjige, uključujući *Errata* koja su otisnuta toga dana, i prvi uvezani primjerak knjige da je u njegovo ime preda savojskom vojvodi.⁸ Te okolnosti poprilično objašnjavaju zašto su tako rijetki otisci *Nove geometrije* kojima je na naslovnici istaknuta 1586. kao godina izdanja i zašto većina naklade, pa bilo to novo izdanje ili tek dotisak, ima 1587. godinu na naslovnici.⁹ Godine 1587. godine Petriću je objavljeno i prirodno-filozofsko djelce *De rerum natura libri II priores*, »početak njegove filozofije«, kako je u pismu 29. srpnja 1587. Petrić uvjeravao Lorenza Giacominija Tebalduccija.¹⁰

Razvedeno, ali ne i sustavno, svoje je prigovore protiv Aristotelova nauka o neprekidnini Cresanin izložio u drugoj knjizi svoga djela *De rerum natura libri II priores*. Godine 1591. zabilježio je prve odjeke te knjižice među aristotelovcima: »Neki naši prijatelji iz peripatetičke škole, kad su pročitali dvije knjižice koje smo izdali o prostoru, slasno su nas ismijavali. Jer ništa takva nije napisao njihov učitelj.«¹¹ Njihovi prigovori, najvjerojatnije prigovori aristotelovaca iz Petrićeva intelektualnoga okruženja u Ferrari, morali su se odnositi i na Petrićeva gledišta o neprekidnini i beskonačnoj djeljivosti neprekinute kolikoče.

Svoja gledišta o točki i crti, a protiv beskonačne djeljivosti crte, Petrić je sustavno izložio u prvim trima knjigama svoga djela *Della nuova geometria libri XV*, i to u matematičkom ruhu – naizmjeničnim nizanjem tvrdnje i njezina dokaza (*proposizione – dimostrazione*). U prvoj knjizi »Del punto« (»O točki«) ne samo da je već u prvim definicijama naznačio drugačiji pristup od Euklidova nego je i uveo vlastite pojmove najmanjeg prostora i točke:

- »I. Najmanji prostor je onaj od kojega nema manjega prostora.
- II. Najveći prostor je onaj od kojega nema većega prostora.
- III. Srednji prostor je onaj za koji postoji manji, veći i jednak prostor.
- IV. Točka je najmanje u prostoru.«¹²

Time što je najmanjem prostoru i točki dodijelio različit ontički status, odredio im je i različite uloge. Najmanji prostor u toj knjizi više nije spomenuo, nego je sve dokaze usmjerio prema dvama zaključcima o točki:

1. »Točka nije izmjerljiva ni od koje veličine.«;
2. »Točka ima odnos prema jednoj točki, više drugih točaka ili crtā ili kutova ili površinā ili tijelā, koji su u prostoru.«¹³

S druge strane, u aksiomima se usredotočio na pojmove dijela i djeljivosti:

- »II. Cjelina je ono što ima dijelove.
- III. Svaka se cjelina dijeli na dijelove.
- IV. Svaki je dio manji od cjeline.
- V. Svaka se kolikoća može dijeliti ili je djeljiva.
- VI. Svaka djeljiva [kolikoća] djeljiva je na manje.«¹⁴

3

Usp. David Ross, »Aristotle's natural philosophy«, u: *Aristotle's Physics*, a revised text with introduction and commentary by W. D. Ross (Oxford: Clarendon Press, 1936), pp. 19–102, o beskonačnini i neprekinutosti na pp. 48–53, 69–71. Vidi u istom izdanju i »Analysis«, pp. 362–370, 397–398, 402–409, 413–414.

4

»De temporis infinitate«, u: Patricius, *Discussiones peripateticæ* (1581), pp. 404–413, na pp. 406–409.

5

Patricius, *Discussiones peripateticæ* (1581), u: »Discussionum peripateticarum tomi II. liber I. Aristotelis cum veteribus in Dialecticis concordia.«, pp. 179–196, na p. 184.9–11: »Quanti Aristoteles duplicem formam fecit: discretam et continuam, huius quinque species lineam, superficiem, corpus, locum et tempus, illius duas numerum et sermonem. Ocellus eadem omnia.«

6

Della nuova geometria di Franc.[esco] Patrici libri XV. (In Ferrara: Per Vittorio Baldini Stampator Ducale, 1587), p. 2: »Supponendo prima alcune cose, che ne' nostri libri del spazjo habbiamo dimostrato.« Usp. Žarko Dadić, *Franjo Petriš i njegova prirodnofilozofska i prirodnoznanstvena misao* (Zagreb: Školska knjiga, 2000), p. 172.

7

Francesco Patrici, »Al Serenissimo Carlo Emanuele Duca di Savoia &c.«, u: Patrici, *Della nuova geometria* (1587), ff. 2r–3v, na f. 3r: »questa nuova da me trovata veramente regia via, da quel Re tanto bramata«. »Per via regia« kočilo se i na naslovnici Petrićeve *Nove geometrije*. Da je tako mislio i 1591. godine, vidi izričaj na kraju treće knjige *Pancosmije*: Franciscus Patricius, *Nova de universis philosophia* (Ferrariae: Apud Benedictum Mammarellum, 1591), f. 73.2: »hanc a nobis primis regiam in geometria methodum«.

8

Francesco Patrici da Cherso, *Lettere ed opuscoli inediti*, edizione critica a cura di Danilo Aguzzi Barbagli (Firenze: Istituto nazionale di studi sul Rinascimento, 1975), p. 44.

9

Della nuova geometria di Franc.[esco] Patrici libri XV. (In Ferrara: Per Vittorio Bal-

dini Stampator Ducale, 1586). Usp. bilješku priređivača Aguzzija Barbaglija u: Patrici da Cherso, *Lettere ed opuscoli inediti*, p. 44. Na bibliofilsku rijetkost prvoga izdanja Petrićeva djela *Della nuova geometria* upozorio sam otisnuvši mu naslovnicu u: Ivica Martinović (ur.), »Frane Petrić – O 400. obljetnici smrti hrvatskoga renesansnog filozofa«, *Dubrovnik* 8/1-3 (1997), pp. 1–630, na p. 15. Primjerak sam uočio u tršćanskoj knjižnici Biblioteca civica Attilio Hortis.

10

Patrici da Cherso, *Lettere ed opuscoli inediti*, p. 57, pismo [XXIX]. Usp. Ivica Martinović, »Uz Petrićev *Index Pancosmiae*«, *Filozofska istraživanja* 19 (1999), pp. 139–191, osobito poglavlje »Geneza Petrićeva filozofskog sustava«, pp. 152–158, na pp. 152–154.

11

»De spacio physico«, l. 1, u: *Pancosmia*, f. 61.1. druge folijacije u: Franciscus Patricius, *Nova de universis philosophia* (Ferrariae: Apud Benedictum Mammarellum, 1591): »Amici quidam nostri e Peripato, cum duos a nobis libellos editos de spacio legissent, suaviter nos subsanarunt. Quoniam nihil tale scripsisset eorum princeps.«

12

»Del punto. Libro I.«, u: Patrici, *Della nuova geometria* (1587), pp. 1–17, na p. 5:

- »I. Il minimo spazjo è quello, di cui minore spazjo non ha.
- II. Il massimo spazjo è quello, di cui maggiore spazjo non ha.
- III. Il medio spazjo è quello, di cui e minore e maggiore e uguale spazjo ha.
- IV. Il punto è il minimo nello spazjo.«

13

Patrici, »Del punto«, na p. 13: »Il punto non è d'alcuna magnitudine misurato.«; na p. 16: »Il punto riguardo ha ad uno o più altri punti o linee o angoli o superficie o corpi, che nello spazjo sono.«

14

- Patrici, »Del punto«, pp. 3–4:
- »II. Tutto è quello, che ha parti.
- III. Ogni tutto in parti si divide.
- IV. Ogni parte è minor del tutto.
- V. Ogni quanto si puo dividere ovvero è divisibile.
- VI. Ogni divisibile in minori è divisibile.«

Potom je u drugoj knjizi »Di due, o piu punti, nello spazio riguardantisi« (»O dvjema ili više točaka koje se dotiču u prostoru«) dokazivao da dvije ili više točaka koje se dotiču ne tvore crtu, ne oblikuju plohu, ne proizvode tijelo, ne zauzimaju prostor.¹⁵ Glavni je zaključak druge knjige glasio: »Dvije ili više točaka koje se dotiču ne proizvode tijelo.«¹⁶

U trećoj knjizi »Della linea in genere« (»O crti općenito«) Petrić je opširno izložio svoja stajališta protiv beskonačne djeljivosti crte, i to »s pomoću razmatranjā te uređenih i lakih dokaza«.¹⁷ Formulirao je i, kako Cresanin inzistira, »dokazao« 17 propozicija da bi u prvom zaključku mogao ustvrditi: »Nijedna crta nije djeljiva u beskonačnost.«¹⁸ Preostalih 16 propozicija treće knjige formulirao je i »dokazao« da bi dospio do drugoga zaključka: »Najmanja crta uvijek može postati većom.«¹⁹ Aristotelovci su se lako mogli složiti s glavnim zaključkom druge Petrićeve knjige, ali nisu mogli prihvatiti prvi zaključak treće knjige Petrićeve *Nove geometrije*.

Napokon, svoje stavove protiv Aristotelova poimanja neprekidnine, objavljene u razdoblju 1586.–1587., Petrić je javnosti ponovo predstavio okupljene na jednom mjestu – u svom remek-djelu *Nova de universis philosophia* (1591):

1. druga knjiga »De spacio mathematico« (»O matematičkom prostoru«) djelca *De rerum natura libri II priores* (1587) postala je, uz neznatne izmjene i izostavljanjem podnaslovā, drugom knjigom *Pancosmije* s istim naslovom;
2. prve dvije knjige Petrićeve *Nove geometrije* o točki i njezinim odnosima prema drugim geometrijskim tvorevinama prerađene su u prvi odjeljak »De puncto« (»O točki«) treće knjige *Pancosmije*, naslovljene »De physici ac mathematici spacia affectionibus« (»O svojstvima fizičkoga i matematičkoga prostora«), pri čemu je napušteno matematičko ruho *Nove geometrije*;
3. treća knjiga »Della linea in genere« Petrićeve *Nove geometrije* prerađena je u odjeljak »De linea« (»O dužini«) treće knjige *Pancosmije*, gdje je Cresanin u svom latinskom prijevodu objavio oba zaključka iz treće knjige svoje *Nove geometrije*.²⁰ Pripomenuti je, cijela treća knjiga *Pancosmije* preslikava ustroj i sadržaj Petrićeve *Nove geometrije*; stoga s pravom Petrić tu treću knjigu naziva »prvim osnovama naše nove geometrije« (*novae nostrae geometriae elementa (...) primaria*).²¹ Odjek je Petrićeve *Nove geometrije* bio u veliku nesrazmjeru s piščevom ambicijom.²²

U knjizi »De spacio mathematico«, kako ju je 1591. godine otisnuo u svojoj *Pancosmiji*, oblikovao je Petrić nekoliko prigovora protiv Aristotelova pojma neprekidnine, protiv beskonačne djeljivosti konačne kolikoće, u konačnici protiv potencijalne beskonačnosti. Na temelju prouke toga Petrićeva teksta članak želi ocijeniti argumente s pomoću kojih je Petrić pokušao osporiti Aristotelov pojam neprekidnine, najutjecajniji Aristotelov rezultat u filozofiji prirode i filozofiji matematike – sve do Dedekindove rasprave *Stetigkeit und Irrationalzahlen* 1872. godine.²³

Prvi prigovori

Prvi je prigovor Aristotelovu nauku o neprekidnini Petrić uputio na početku knjige »De spacio mathematico«, kada je istraživao opreke (*contraria*) između najvećega i najmanjega (*maximum et minimum*). Nakon što je u knjizi »De spacio physico« toliko toga izrekao o beskonačnom, bio je uvjeren: »Ako u stvarima postoji najveće, postojat će u stvarima i najmanje.«²⁴ Evo, kako je Cresanin na tragu toga uvida razlikovao najveće i najmanje:

»I kao što je najveće beskonačno, tako će najmanje biti konačno.

I kao što se najveće može najviše dijeliti, tako se najmanje nikako ne može dijeliti.

A ovo oboje treba misliti o prostoru.

I kao što je onaj beskonačni prostor beskonačno djeljiv, konačni je konačno djeljiv.«²⁵

Ova posljednja tvrdnja onā je do koje je Petrić htio doći u ovom svom zaključivanju. Ta posljednja tvrdnja mogla bi se okarakterizirati kao Petrićev 'postulat o djeljivosti'. Njime je Petrić osporio Aristotelov nauk o beskonačnoj djeljivosti konačne kolikoće, premda Stagiranina izriječkom nije spomenuo:

15

»Di due, ò più punti, nello spazio riguardantisi. Libro II.«, u: Patrici, *Della nuova geometria* (1587), pp. 18–26.

16

Patrici, »Di due, ò più punti, nello spazio riguardantisi«, p. 25: »Due o piu punti toccantisi, corpo di se non producono.«

17

»Della linea in genere. Libro III.«, u: Patrici, *Della nuova geometria* (1587), pp. 27–51, na p. 27: »per le seguenti da noi fatte contemplationi, e loro ordinate, e facili demonstrationi.«

18

Patrici, »Della linea in genere«, p. 49: »Risoluzione delle prime XVII. proposizioni. Niu-na linea è divisibile in infinito.«

19

Patrici, »Della linea in genere«, p. 50: »Risoluzione delle seconde XVI. proposizioni. La linea minima puo sempre divenir maggiore.«

20

»De physici ac mathematici spacii affectionibus«, l. 3, u: *Pancosmia*, f. 70.1.2. druge folijacije u: Franciscus Patricius, *Nova de universis philosophia* (Ferrariae: Apud Benedictum Mammarellum, 1591), s latinskom inačicom prvoga zaključka na f. 70.1: »ergo nulla linea divisibilis est in infinitum.«; s latinskom inačicom drugoga zaključka na f. 70.2: »At quia linea sua natura protrahi potest, minima quocue poterit protrahi.«

21

Patricius, »De physici ac mathematici spacii affectionibus«, f. 73.2. Usp. i izričaj »libri de nova geometria«, kojim se na kraju druge knjige *Pancosmije* najavljuje treća: Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.4.

22

Samo je jedna povijest matematike u 20. stoljeću zabilježila Petrićevu *Novu geometriju*, smještajući je u istu tradiciju s Pietrom Antoniom Cataldijem i Giovannijem Alfonsom Borellijem: Gino Loria, *Storia delle matematiche dall'alba della civiltà al tramonto del secolo XIX* (Milano: Hoepli, 1950), pp. 405, 419, 438, s poraznom ocjenom Petrićeva djela na p. 405. Vidi Ivica Martinović, »Petrićeva prosudba atomističkih argumenata u prosudbi Johna Henryja«, *Filozofska istraživanja* 22/1 (2002), pp. 287–300, na p. 298. Usp. i dvije nedavne ocjene Petrićeve *Nove*

geometrije: Dadić, *Franjo Petriš i njegova prirodnofilozofska i prirodnoznanstvena misao* (2000), u poglavlju »Petrićeva nova geometrija«, pp. 172–176; John Henry, »Void space, mathematical realism, and Francesco Patrici da Cherso's use of atomistic arguments«, u: Christoph Lüthy, John E. Murdoch, and William R. Newmann (eds.), *Late Medieval and Early Modern Corpuscular Matter Theories* (Leiden: Brill, 2001), pp. 133–161, na p. 154.

23

»Stetigkeit und Irrationalzahlen«, u: Richard Dedekind, *Gesammelte mathematische Werke*, Bd. 3, hrsg. von Robert Fricke, Emmy Noether und Øystein Ore (Braunschweig: Vieweg, 1932), pp. 315–334, na pp. 328–329. O novosti Dedekindova pojma neprekidnosti usp. Dedekindova pisma Rudolfru Lipschitzu iz 1876. godine u: Oskar Becker, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung* (Freiburg / München: Verlag Karl Alber, 1964), pp. 237–244; Christian Tiel (Hrsg.), *Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik* (Hildesheim: Gerstenberg, 1982), pp. 86–93. O Dedekindu vidi i zbornik: William Aspray and Philip Kitcher (eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics* (Minneapolis: University of Minnesota Press, 1988), napose članke: Joseph Dauben, »Abraham Robinson and Nonstandard Analysis: History, Philosophy and Foundations of Mathematics«, pp. 177–200; Howard Stein, »Logos, Logic, and Logistiké: Some Philosophical Remarks on Nineteenth-Century Transformation of Mathematics«, pp. 238–259.

24

»De spacio mathematico«, l. 2, u: *Pancosmia*, f. 66.1. druge folijacije u: Franciscus Patricius, *Nova de universis philosophia* (Ferrariae: Apud Benedictum Mammarellum, 1591): »At si maximum hoc est in rebus, in rebus etiam erit minimum.«

25

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.1: »Et sicut maximum est infinitum, sic minimum erit finitum.

Et ut maximum maxime dividi potest, ita minimum minime dividi potest.

Atque hoc utrumque de spacio est intelligentum.

Et sicut illud infinitum spacium divisibile est in infinitum, sic finitum divisibile est in finitum.«

»I tako je, izgleda, lažan onaj stari nauk: svaka kolikoća ili *quantum* može se dijeliti u beskonačnost. Nužno je da protivni nauk bude istinit: konačni je prostor djeljiv sve dotle dok ta dioba ne dospije do najmanjega prostora.«²⁶

Uvođenjem pojma *minimum spacium* Petrić je već tu najavio svoje rješenje za dijeljenje konačne kolikoće – u opreci spram Aristotelova nauka.

Propitujući odnos točke i crte, Cresanin je zatim otklonio i rješenje *punctum fluens*, koje se može naći i u Seksta Empirika i u Prokla: »Niti će crta biti točka koja teče.«²⁷ Tek je tada ponudio svoju definiciju crte: »Crta je prostor omeđen dvjema točkama.«²⁸ Pritom je uočio sljedeću činjenicu: broj dva pojavljuje se aktualno zajedno s crtom. Ako se to poopći, istodobno aktualno postoje prekidnina i neprekidnina. Ta mu je činjenica dostajala da svojim čitateljima poruči:

»Neka od sada potomke ne muči ono pitanje, koje je stare teško mučilo: koja je kolikoća, neprekinuta ili prekinuta, po naravi starija i prije? One su istodobno. Niti je jedna prije druge, niti je jedna bez druge, niti jedna bez druge može biti.«²⁹

Da bi ojačao svoj zaključak da je prijepor o starini prekidnina i neprekidnina izlišan, Petrić je pristao uz pitagorovce i njihovu korespondenciju između geometrije i aritmetike:

2 ↔ crta, 3 ↔ površina, 4 ↔ tijelo.

Izrijekom: »Priroda nije dopustila da neprekidnina napreduje niti preko četiri broja (koji čine deset, zadnji od brojeva) niti preko tijela.«³⁰ Čuvajući korespondenciju između broja i geometrijske tvorevine na način pitagorovaca, Petrić još jednom nastupa protiv Aristotela, ovaj put protiv razdvajanja aritmetike i geometrije, kako ga je Aristotel uveo, razradio i protumačio u trećoj knjizi svoje *Fizike*:

»da za broj postoji granica prema najmanjem, a napredovanjem naviše uvijek se može premašiti svaka množina; naprotiv, za veličine vrijedi suprotno: napredovanjem prema najmanjem može se premašiti svaka veličina, a napredovanjem naviše ne biva beskonačna veličina.«³¹

Nakon toga je Petrić za temu odabrao odnos beskonačnoga prostora prema matematičkim tvorevinama u njemu. Sve geometrijske kolikoće i brojevi leže u beskonačnom prostoru. Budući da je prostor aktualno beskonačan, nužno je, zaključuje Petrić, i da sve tvorevine u njemu budu aktualno beskonačne.³² Taj je zaključak, premda lako osporiv, Petrić sročio tako da bi mu poslužio za obračun s Aristotelom. Opet Petrić o svom oponentu govori u množini, opet Petrić spominje stare (*veteres*) koji da su izrekli četiri tvrdnje:

1. U veličini točaka ima beskonačno.
2. Crta se može dijeliti u beskonačnost.
3. Crta se može protegnuti u beskonačnost.
4. Broj se može povećavati u beskonačnost.³³

U svim četirima tvrdnjama očituje se potencijalna beskonačnost, beskonačnina koju je Aristotel genijalno definirao u trećoj knjizi svoje *Fizike*: »Općenito, beskonačnina postoji, jer se uvijek uzima drugo i opet drugo, a to što se uzima uvijek je konačno, ali uvijek drugo i opet drugo.«³⁴ Petrićev je stav određen samim time što on ne razmatra ili ne uzima u obzir potencijalnu beskonačninu, ni kako ju je Aristotel definirao ni bilo kako drugačije. Primjera radi, promotrimo kakav je stav Petrić zauzeo prema drugoj tvrdnji, koja je svojevrsna operativna definicija crte kao neprekidnina još od Aristotelove *Fizike*.

Cresanin će odmah reći da je, od četiriju izdvojenih tvrdnjā, druga »najprije-pornija« (*maxime controversa*).³⁵ Zašto? Evo Petrićeva obrazloženja:

»Drugu tvrdnju i prihvaćamo i nijećemo. (...) Prihvaćamo, naime, da se beskonačna crta, koja se, oslobođena točkaka, približavala beskonačju, može dijeliti u beskonačnost. Ali za crtu, koja je omeđena točkama i konačna (kako su to stari shvaćali i naučavali), to potpuno nijećemo.«³⁶

26

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.1.2: »Atque ita falsum vetus illud dogma apparet omnem quantitatem seu quantum dividi posse in infinitum. Et contrarium dogma esse verum est necesse, ut scilicet finitum spacium eo usque divisibile sit, ut divisio ea ad minimum spacium perveniat.«

27

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.3: »Nec erit linea punctus fluens.« Usp. Becker, *Grundlagen der Mathematik* (1964), p. 144. Da se time Petrićevo razumijevanje neprekidnine razlikuje od Platonova, vidi Žarko Dadić, »Frane Petrić o pojmu neprekinutosti i beskonačnosti«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 5 (1979), pp. 161–167, na p. 163; Dadić, *Franjo Petriš i njegova prirodno-filozofska i prirodoznanstvena misao* (2000), u poglavlju »Petrišev pojam neprekinutosti i beskonačnosti – nedjeljivi dijelovi«, p. 168.

28

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.3: »Linea ergo est spacium duobus punctis interceptum.«

29

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.3: »Nec iam posteros quaestio illa vexet, quae veteres male torsit: Utranam, vel continua vel discreta quantitas, natura antiquior esset ac prior? Simul enim sunt.«

30

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.3: »Quae [i.e. natura] nec ultra quatuor numerum (ex quo denarius numerorum ultimus conficitur) nec ultra corpus passa est, continuum progredi.« Usp. John Henry, »Francesco Patrizi da Cherso's Concept of Space and Its Later Influence«, *Annals of Science* 36 (1979), pp. 549–575, na p. 558.

31

Aristotel, *Fizika* III, 7: 207 b 1–5. Prijevod moj prema: Aristoteles, »Naturalis auscultatio«, u: *Aristotelis opera omnia*, vol. 2 (Paris: Didot, 1850), p. 283: »Illud quoque rationi consentaneum evenit, ut in numero versus minimum sit terminus; progrediendo autem ad plus, semper omnis multitudo superetur. In magnitudinibus vero contrarium fit: nam in progressu ad minimum omnis magnitudo superatur; in progressu autem ad majus, non est magnitudo infinita.« Usp. još tri prijevoda ovoga mjesta: Aristoteles, *Physikvorlesung*, übersetzt von Hans Wagner (Darmstadt:

WBG, 1983), pp. 78–79; Aristotel, *Fizika*, preveo Tomislav Ladan (Zagreb: Globus i Sveučilišna naklada Liber, 1988), p. 78; Aristotle, *Physics*, translated by Robin Waterfield (Oxford: Oxford UP, 1999), p. 75.

32

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Cumque haec omnia in spacio illo infinito iacere comperta sint, idque sit actu infinitum, ea quoque ibi infinita et actu infinita esse, est necesse.«

33

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Puncta infinita in magnitudine esse, lineam posse in infinitum dividi, lineam posse in infinitum protrahi, numerum in infinitum posse augeri, asseruerunt.« Prijevod moj, jer Hrkačev prijevod prve tvrdnje glasi: »Tvrđili su da su točke neomeđene veličine, (...)«, kako stoji u izdanju: Frane Petrić / Franciscus Patricius, *Nova sveopća filozofija / Nova de universis philosophia* (Zagreb: Liber, 1979).

34

Aristotel, *Fizika* III, 6: 206 a 27–29. Prijevod moj prema: Aristoteles, »Naturalis auscultatio« (1850), p. 281: »Etenim in universum sic infinitum esse quia semper aliud et aliud sumitur, et id quidem, quod sumitur, semper finitum est, sed semper est aliud et aliud.« Usp. drugačije prijevode ovoga važnog mjesta: Wagnerov u: Aristoteles, *Physikvorlesung* (Darmstadt, 1983), p. 75; Ladanov u: Aristotel, *Fizika* (Zagreb, 1988), p. 74; Waterfieldov u: Aristotle, *Physics* (Oxford, 1999), p. 72. Među novijim knjigama koje prikazuju osnove matematike i posebno problem neprekidnine u povijesnom razvoju tek rijetke obrađuju Aristotelovu razumijevanje potencijalne beskonačnosti, pa u tom smislu treba izdvojiti: Mary Tiles, *The Philosophy of Set Theory: An Historical Introduction to Cantor's Paradox* (Oxford & Cambridge Mass.: Blackwell, 1989; New York: Dover, 2004), pp. 25–27; A. W. Moore, *The Infinite*, 2nd edition (London and New York: Routledge, 2001), u poglavlju »Aristotle«, pp. 34–44, na pp. 39–44.

35

Patricius, »De spacio mathematico«, 66.4.

36

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Secundam et fatemur et negamus. (...) Fatemur enim infinitam lineam, quae punctis libera infinitudinem subiit, in infinitum posse



Petrićev je zaključak posve u skladu s njegovim već formuliranim ‘postulatom o djeljivosti’. Ali tu nije riječ o tomu, koliko god je Petriću taj postulat ovdje dobrodošao. Petrić dobro zna da su stari (čitaj: Aristotel) izrekli tu tvrdnju za konačnu crtu, omeđenu točkama. Tvrdnja je jaka upravo zato jer se u konačnini očituje postojanje potencijalne beskonačnine. Začudo, Petrićev zaključak sadržava i jezgrovit opis kako on razumijeva beskonačnu crtu: crta se, oslobođena svojih granica, »primiče beskonačju«. Petrić, koji je na toliko mjesta istaknuo da beskonačninu poima kao aktualnu tvorbu, ovdje prvi i jedini put koristi izričaj koji je prikladan za opis potencijalno beskonačnoga postupka. Sigurno, on nije želio ustuknuti pred problemom. I zato je najavio da tu tvrdnju, »jer je rodila velike besmislice i jer je izazvala rat velikih vojski umova, moramo i mi s najvećom pomnjom promotriti.«³⁷ I izravno upućuje na autora: »Aristotel, koji je čini se najviše od starih odobravao ovu sentenciju.«³⁸ I jasno otkriva izvore: »kako ondje [čitaj: u *Fizici*], tako i u posebnoj knjizi posvećenoj tom predmetu, koju je naslovio *De inseparabilibus lineis (Onerasjecivim crtama)*.«³⁹

Izravna polemika s Aristotelom o definiciji neprekidnine

Tek je nakon te opsežne pripreme ušao Petrić u izravnu polemiku s Aristotelom. Prvo je osporio Aristotelovu tvrdnju o beskonačnoj djeljivosti neprekidnine, a osporavanje je započeo tvrdnjom koja se odnosila na Aristotelove spise u cijelosti: »Isti [= Aristotel] ni na jednom od toliko mjesta u svojim knjigama nikakvim dokazima nije dokazao tvrdnju: neprekidnina ili veličina može se dijeliti u beskonačnost.«⁴⁰ U sljedećoj rečenici pridodao je, međutim, razjašnjenje, kojim se ograničio samo na jedno mjesto, opravdano je pretpostaviti na treću knjigu *Fizike*: »Naime, gdje [Aristotel] izričito raspravlja o beskonačnini, on to ne dokazuje ni na koji način, nego od matematičarā samo preuzima pretpostavku.«⁴¹

Da bi se ocijenilo je li Petrićev prigovor utemeljen, treba podsjetiti kako je tom problemu pristupio Aristotel. A u *Fizici* je pristupio ovako: prvo je u trećoj knjizi uveo pojam potencijalne beskonačnine, u petoj pojam neprekidnine, da bi u šestoj proveo dokaz za beskonačnu djeljivost neprekidnine u dva koraka. U prvom koraku dokazao je *a contrario* tvrdnju: neprekidnina nije sastavljena od nedjeljivih.⁴² U drugom koraku zaključio je: neprekidnina se može dijeliti – ili na nedjeljivo ili na uvijek djeljivo. Dakle, vrijedi: neprekidnina je djeljiva na uvijek djeljivo.⁴³ Ili, u jednakovrijednom izričaju: neprekidnina se može beskonačno dijeliti.

U trećoj knjizi *Fizike*, »gdje Aristotel izričito raspravlja o beskonačnini«, Aristotel ovako sažima svoj plan pri istraživanju neprekidnine i beskonačnine:

»Čini se kako je gibanje jedna od stvari koje su neprekidne, a beskonačno se pokazuje kao prvo u neprekidnome. Stoga se događa onima koji određuju neprekidno da se često služe pojmom beskonačnoga, naime: neprekidno je ono što je beskonačno djeljivo.«⁴⁴

On tu tek najavljuje što kani dokazati i tu doista ne dokazuje tvrdnju da je neprekidnina beskonačno djeljiva. Još se jednom na stranicama treće knjige *Fizike* susreće tvrdnja koja izravno povezuje neprekidninu i beskonačninu, a da ni na tom mjestu nije dokazana: »Za kolikoće vrijedi suprotno: neprekidnina se dijeli u beskonačnost; napredovanjem prema većem ne biva beskonačnina.«⁴⁵ Kad je riječ o trećoj knjizi *Fizike*, kojoj je tema beskonačnina, Petrić je u pravu ako tvrdi da Aristotel ondje nije dokazao beskonačnu djeljivost neprekidnine. Ali je Aristotel to dokazao u šestoj knjizi *Fizike*.

Očito, nije jednostavno prepoznati strukturu Aristotelova dokaza za beskonačnu djeljivost neprekidnine, raspršenu u trima knjigama *Fizike*, a uzaludno je Aristotelov dokaz tražiti samo u trećoj knjizi *Fizike*. To bi mogli biti razlozi Petrićevoj netočnoj tvrdnji da Aristotel nigdje u svojim spisima nije dokazao beskonačnu djeljivost neprekidnine.

U drugom koraku Cresanin je osporio i samu Aristotelovu definiciju neprekidnine:

»Potom, kad [Aristotel], izgleda, hoće definirati neprekidninu, vara čitatelje. I ne uči nas što je neprekidnina. Nego definira: neprekidnine su one kojima su krajnosti jedno.«⁴⁶

Ta Aristotelova definicija u Ladanovu prijevodu glasi: »Kažem da je neprekidno kad dvjema stvarima postaju jedno i isto granice, kojima se dodiruju i – kao što označuje sama riječ – spajaju.«⁴⁷ Vjerno latinskom Aristotelu, a

dividi. Sed in linea punctis terminata ac finita (sicuti veteres acceperunt et docuerunt) id vero maxime pernegamus.« Hrkačev prijevod modificiran da bi se i u prijevodu razlikovalo *infinitudo* od *infinitum* i da bi bila jasno opisana geometrijska tvorevina *linea punctis terminata ac finita*.

37

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Quae illorum assertio, quoniam ingentes peperit absurditates magnisque ingeniorum aciebus est in pugnam deducta, est a nobis quoque maxime pendenda.«

38

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Aristotelem qui maxime inter veteres videtur huic sententiae favisse.«

39

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »tum ibi tum proprio libro ad hoc dicato, cui titulum fecit *De inseparabilibus lineis*.« Usp. i Patricius, »De spacio physico«, f. 62.1, gdje je Petrić dva puta citirao četvrtu knjigu Aristotelove *Fizike*, napose Aristotelovu definiciju mjesta.

40

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Itaque illud primo asserimus, ipsum nullo tot librorum suorum loco tot locorum numero ullis rationibus probasse continuum seu magnitudinem in infinitum dividi posse.«

41

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.4: »Nam ubi de infinito disputat ex proposito, nullo modo id probat, sed a mathematicis suppositum assumit tantum.« Prijevod moj.

42

Aristotel, *Fizika* VI, 1: 231 b 2–7. Vidi: Becker, *Grundlagen der Mathematik*, p. 72; Ivica Martinović, *Problem neprekinutosti i beskonačnosti kod Boškovića*, magistarski rad (Dubrovnik: Interuniverzitetski centar za postdiplomske studije Sveučilišta u Zagrebu, 1984), u poglavlju »Potencijalna beskonačnost i

neprekinuta povezanost u Aristotela«, pp. 15–21, na pp. 19–20. Usp. Ladanov prijevod: Aristotel, *Fizika* (Zagreb, 1988), p. 147.

43

Aristotel, *Fizika* VI, 1: 231 b 15–16, u Ladanovu prijevodu, na p. 148.

44

Aristotel, *Fizika* III, 1: 200 b 16–19, u Ladanovu prijevodu, na p. 57. Usp. Aristoteles, »Naturalis auscultatio« (1850), p. 273: »Videtur autem motus esse in rerum continuarum numero, infinitum vero apparet primum in eo quod est continuum; ideoque plerumque accidit ut, qui definiunt, adjungant rationem infiniti: tanquam id quod in infinitum dividi potest, continuum sit.«

45

Aristotel, *Fizika* III, 7: 207 b 15–18. Prijevod moj prema: Aristoteles, »Naturalis auscultatio« (1850), p. 283: »In magnitudinibus autem contrarium est: continuum enim dividitur quidem in infinita; progrediendo autem ad id quod est majus, non est infinitum.« Izričaj *dividitur in infinita*, vjerno preveden s grčkoga izvornika, Wagner i Waterfield prevode po smislu jedinom, Ladan doslovno množinom na p. 78: »ono što je neprekidno dijeli se u beskonačnosti.«

46

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.1: »Postea vero, cum continuum velle videtur deffinire, imposturam facit lectoribus. Neque enim quid sit continuum nos docet. Sed continua deffinit ea esse, quorum extrema sint unum.« Moj prijevod. Usp. još jednom u: Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.4: »Continua enim illa sunt, quorum extrema, ex magistri deffinitione, unum sunt.«

47

Aristotel, *Fizika* V, 3: 227 a 11–13, u Ladanovu prijevodu, pp. 135–136. Usp. Aristoteles, »Naturalis auscultatio« (1850), p. 312: »Dico autem esse continuum, quum utriusque termini, quibus se contingunt, facti sunt unum et idem et, ut nomen significat, continentur.«



njega slijede Wagnerov njemački i Waterfieldov engleski prijevod, definicija neprekidnine mogla bi na hrvatskom glasiti i ovako: »Kažem da je neprekidnina kad granice, kojima se oboje dodiruju, postaju jedno te isto i time, kao što označuje nazivak, spajaju oboje.« U Aristotelovoj definiciji neprekidnine zapravo je važno uočiti: granice se dviju stvari dodiruju tako da postaju brojem jedna granica; time se te dvije stvari spajaju.

Aristotelova definicija u svom izvornom obliku uključuje poteškoću: što je to 'oboje' (ili 'dvije stvari', kako prevodi Ladan, ili *die beiden Gegenstände*, kako prevodi Wagner, ili *two objects*, kako prevodi Waterfield), a što se dotiče svojim granicama? U definiciji se podrazumijeva, a s kasnijim razjašnjenjima i primjerima postaje jasno: to su – ili dvije istovrsne stvari ili različiti dijelovi jedne stvari. Da Aristotel pomišlja i na različite dijelove jedne stvari, jasno je iz njegove kasnije tvrdnje: »neprekidnina ima različite dijelove«. ⁴⁸ Prema tome, Aristotelova definicija neprekidnine uključuje troje:

1. da postoje dvije istovrsne stvari ili dva dijela iste stvari;
2. da se te stvari ili dijelovi dotiču svojim granicama;
3. da se te dvije stvari ili dva dijela jedne stvari povezuju s pomoću svojih granica, tako da se ustanovi da njihove granice postaju brojem jedna granica.

Uz to, Aristotel se pobrinuo za dobar okoliš svoje definicije. Njegov je primjer, uz ostale, i kalemljenje mladice, za koji se u latinskoj tradiciji ustalio stručni nazivak *copulatio naturalis*, a u Ladanovu, prvom hrvatskom prijevodu – 'sraščivanje' i 'sraštaj'. ⁴⁹

Petrić se na dvama razinama susreo s poteškoćama kako razumjeti neprekidninu prema navedenoj definiciji. Prvo, Aristotelovu je definiciju Cresanin pročitao kao da je njom definirano što su to neprekidnine, a ne neprekidnina; kao da je u definiciji riječ o množini, a ne jednini: »Neprekidnine su one [kolikoće], (...)« Samom je Petriću takvo definiranje sporno. Odatle i njegov zahtjev:

»Nego od njega [= Aristotela] tražimo ovo: da ne definira više neprekidninā, nego samo jednu neprekidninu. To bi nam bilo dosta; onih više neprekidninā njemu darujemo. Dakle, što je neprekidnina?« ⁵⁰

Potom Petrić nudi i raspravlja dvije latinske inačice Aristotelove definicije neprekidnine u jednini: »kajih su krajnosti jedno« (*quorum extrema sunt unum*) i »kojega su krajnosti jedno« (*cuius extrema sunt unum*). ⁵¹ Iz obje je stilizacije jasno: Petrić previda poteškoću koju Aristotelova definicija uistinu sadržava: što su to 'oboje' ili 'dvije stvari', koje se dotiču svojim granicama, pa da njihove granice postaju jedno? Kako Petrić čita Aristotela, neprekidnina se u Aristotela definira samo i isključivo s pomoću vlastitih granica ili s pomoću vlastite granice, a 'oboje' ili 'dvije stvari' u doticaju ni na koji način nisu uključene. A iz toga horizonta ne može se razumjeti što je to neprekidnina prema Aristotelu. S takvim se čitanjem Aristotelova definicija i može okarakterizirati kao »ona prijetvorna definicija neprekidninā« (*palliatā illa continuorum deffinitio*), ⁵² kako je to Petrić učinio.

Pri kraju svoga napada na Aristotelovu definiciju neprekidnine Petrić se zgrozio nad još jednom važnom Aristotelovom tvrdnjom: »U neprekidnini su dijelovi prije cjeline.« ⁵³ Petrić je to mogao pročitati upravo u Aristotelovu djelu *De inseparabilibus lineis*, i kad je riječ o crti i kad je riječ o fizičkom tijelu. ⁵⁴ To djelce Petrić dobro poznaje, dapače u njegovu tekstu prepoznaje 24 dokaza protiv nedjeljivih crta ili za beskonačnu djeljivost crte. ⁵⁵ Ali ni to mu nije bilo dosta da prepozna nezamjenjivu ulogu, koju pojam dijela ili istovrsne stvari ima za razumijevanje Aristotelove definicije neprekidnine. Petrić nije razumio Aristotelovu definiciju neprekidnine.

Protiv beskonačne djeljivosti crte

Nakon svojih prigovora Aristotelovu razumijevanju neprekidnine Petrić je pristupio ključnom Aristotelovu primjeru za neprekidninu – crti. S kojom svrhom? Da bi obeskrijepio dokaze, »kojima je [Aristotel] nastojao potkrijepiti beskonačnu djeljivost neprekidnine i osporiti nedjeljive crte.«⁵⁶

Petrićevo se polazište ne razlikuje od Aristotela: »što sam [Aristotel] tvrdi: crta nije sastavljena od točaka.«⁵⁷ Ali mu se cilj itekako razlikuje od Aristotela:

»Najviše od svega niječemo ono što najviše od svega tvrde i on [= Aristotel] i sinovi geometričarā: crta se može dijeliti uvijek i u beskonačnost ili se može dijeliti na uvijek djeljivo.«⁵⁸

Tu je Cresanin, a da nije u pravu, još jednom ponovio da ni Aristotel ni matematičari nijednim razlogom nisu dokazali beskonačnu djeljivost crte, ali je nabrojio još tri razloga protiv očitovanja potencijalne beskonačnosti: »smisao i narav same stvari i shvaćanje ljudskoga uma.«⁵⁹ Time je Cresanin pripremio teren za svoje novo rješenje: »Crta je najjednostavnija stvar.«⁶⁰ Ali – što se s tim rješenjem može učiniti bilo u matematici bilo u filozofiji? I kako se ono može razumjeti?

Što je Petrić htio postići tom tvrdnjom, postalo je jasno tek kad je uveo pojam »nedjeljive i najmanje crte«: »Ništa ne priječi da definicija nedjeljive i naj-

Vidi još dva prijevoda: Wagnerov njemački na p. 136 i Waterfieldov engleski na p. 126.

48

Aristotel, *Fizika* VI, 1: 231 b 3–6, u Ladanovu prijevodu, p. 147: »neprekidno ima dijelove različite jedan od drugog«.

49

Aristotel, *Fizika* V, 3: 227 a 16, 227a26, u Ladanovu prijevodu na p. 136, u latinskom prijevodu: Aristoteles, »Naturalis auscultatio« (1850), na p. 312.

50

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.1: »Sed illud ab eo rogamus, ut non plura continua, sed unum tantum continuum nobis definiat. Sat enim id nobis fuerit; plura illa ei donamus. Igitur, quid est continuum?« Moj prijevod. Druga je rečenica u Hrkačevu prijevodu izostavljena.

51

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.1.

52

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.1.

53

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.1: »qui asserat hoc etiam in continuo partes esse priores toto«.

54

Aristoteles, *De inseparabilibus lineis*, u: Aristoteles, *Opera omnia* IV (Hildesheim – New York: Georg Olms Verlag, 1973), pp. 47–53, na p. 47: »Deinde si lineae exstat idea, (...) prima est, partesque totum natura antecedunt«;

»Amplius si elementa ad corpora pertinent, et elementis nihil est prius, suntque partes toto priores, (...)«.

55

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2.

56

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2: »ipsius argumenta satis multa, quibus continui divisionem in infinitum adstruere et lineas atomas destruere est annexus«. Moj prijevod.

57

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2: »quod ipse [Aristoteles] contendit: lineam non esse compositam ex punctis.«

58

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2: »Negamus autem maxime omnium, quod maxime omnium et ipse et geometrarum affirmarunt filii: lineam semper atque in infinitum dividi posse vel dividi posse in semper divisibilia.«

59

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2: »Hoc vero negamus, tum quod nec ipse nec mathematici ulli id ullis rationibus comprobant, et quod sensus ei repugnat et rei natura ipsa et mentis humanae captus.«

60

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2: »Neque vero negamus solum, lineam scilicet ex punctis esse compositam, verum neque ex aliis rebus ullis aut partibus, sed simplicissimam rem eam esse affirmamus.«

manje crte bude primjerena crti općenito, te kako pravoj tako i zakrivljenoj crti po vrsti.«⁶¹ Uz nazivak *atomos et minima linea* služi se Cresanin i drugim nazivcima *minima et atomos linea* (67.4), *atomos linea* (67.4), *indivisibilis linea* (67.4), *indivisibilis et minima linea* (67.4), kad pomišlja na kolikoću poseže za nazivkom *minima magnitudo* (68.1), ali najčešće koristi nazivak 'najmanja crta' (*minima linea*). Odredbeno je svojstvo najmanje crte da je ona nedjeljiva kolikoća: »Najmanja crta, osim gola imena, ima i nešto vlastito: da se ne može dijeliti, a kamoli da bi se mogla dijeliti u beskonačnost.«⁶² Cresanin dodatno razjašnjava da najmanju crtu treba razlikovati od točke. Naime, nedjeljivost crte i nedjeljivost točke dvije su različite nedjeljivosti: »Točka je nedjeljiva kao međa, a crta kao omeđena [kolikoća].«⁶³ Tu Petrić otkriva da izvrsno razlikuje među i omeđeno međom, što je bitna pretpostavka da bi se mogao razumjeti Aristotelov pojam neprekidnine.

Možda najvažnije, Cresanin ne zaobilazi temu kako on zamišlja najmanju crtu: »Ništa ne priječi da, kao što je dana najmanja prava crta, bude dana i najmanja kružna.«⁶⁴ Za Petrića, dakle, nema povlaštena oblika najmanje crte.

Pri nizanju argumenata protiv beskonačne djeljivosti crte Petrić se jednom pozvao i na Aristotelovu tvrdnju: »Takva pak podjela niti je ikad izvedena zbiljski (*in actum*) niti se kasnije može izvesti.«⁶⁵ Da se beskonačna dioba crte ne smije pojmiti aktualno, nego da je ona potencijalno beskonačni postupak, to Aristotel doista tvrdi – u raznim inačicama. Najopćenitije: »A bjelodano je da je svaka neprekidnina djeljiva na one stvari koje su uvijek djeljive.«⁶⁶ Naprotiv, Petrić hoće i ustraje da bi takva beskonačna dioba crte bila aktualna – *in actum*! Kad potom Petrić upozorava da i Aristotel i matematičari aristotelovci, baveći se beskonačnošću, rade uvijek s konačnim veličinama (*finite magnitudines*),⁶⁷ to je novi oblik Petrićeva nerazumijevanja potencijalne beskonačnosti kako ju je uveo Aristotel. Aristotel potencijalnu beskonačninu i definira pomoću beskonačna niza konačnih veličina – »kao dan ili kao natjecanje«,⁶⁸ svaki put konačan dan, ali i uvijek i opet različit dan. Aristotel doista u svakom koraku promatra konačne veličine, ali i zahtijeva: posljednjega koraka nema! Gdje Aristotel promatra potencijalno beskonačno dijeljenje crte, ondje bi Petrić htio ustanoviti da je ta dioba aktualna. Petrićevi argumenti ove vrste otkrivaju da profesor u Ferrari ili nije spreman prihvatiti ili ne razumije Aristotelov pojam potencijalne beskonačnosti.

Protiv neprekidnine vremena

Tijekom raspre s Aristotelom oko neprekidnine u »De spacio mathematico« Petrić je samo jednom spomenuo vrijeme:

»U ovoj stvari vrijeme ne igra nikakvu ulogu. Niti se uzajamno mjere, niti su istoga roda, niti je ispravno uspoređivati vrijeme s veličinom, što smo dokazali u *Discussiones peripateticae*.«⁶⁹

Uputio je, dakle, na svoj raniji sraz s Aristotelom o obilježjima vremena, a on se zbio na stranicama četvrte knjige četvrtoga sveska, posebno u njezinu odjeljku »De temporis infinitate«. ⁷⁰ Petrić je pritom ciljao na ovaj svoj zaključak:

»Neistinito je, dakle, da se vrijeme uvijek može dijeliti, da se ono može beskonačno dijeliti. I neistinito je da je vrijeme neprekinuto. Treće, neistinito je da je vrijeme takva kolikoća i ispravnije je da je različito od kolikoće. Time je zadan predikament vremena.«⁷¹

U odjeljku »De temporis infinitate« proučio je Cresanin vrijeme s obzirom na četiri obilježja: beskonačnost, slijed, neprekinutost i vječnost (*infinitas, successio, continuatio* ili *continuitas, aeternitas*).⁷² Ondje je osporio neprekinu-

tost vremena i gibanja, kako ih je Aristotel obrazložio u *Fizici* i *Metafizici*.⁷³ Time je izriječom pokušao osporiti zamašite Aristotelove rezultate u šestoj knjizi *Fizike*. Naime, Aristotel je ondje dokazao upravo suprotno: vrijeme, kretanje i staza kretanja istovrsni su; sve troje su neprekidnine.⁷⁴ Dapače, pojam neprekidnine Stagiranin je i uveo da bi objasnio problem kretanja.

Pokušaj ‘računa’ s beskonačninama

Raspra s Aristotelom oko beskonačne djeljivosti crte poslužila je Petriću da pridje novoj temi – svojevrsnu ‘računu’ s beskonačninama. Mogu li se beskonačnine među sobom razlikovati? Kako se mogu beskonačnine uspoređivati?

61

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.3.4: »Nihil enim obstat, quin atomae et minimae lineae diffinitio, lineae in genere, et rectae et curvae in specie, competat.«

62

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.4: »Linea minima, praeter nudum nomen, etiam propriam aliquid habet, ut scilicet dividi nequeat, nedum queat dividi in infinitum.« Moj hrvatski prijevod, jer je Hrkačev netočan: »Najmanja linija, osim gola imena, ima i nešto vlastito, da se naime ne može dijeliti, osim ako se može dijeliti u beskonačnost.«

63

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.4: »Punctus enim indivisibilis est uti terminus, ipsa [= linea minima] vero ut terminata.«

64

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.4: »Nihil etiam obstat, sicuti recta minima datur, circularem quoque minimam dari.«

65

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2: »Quod et ipse fatetur quoque. Neque enim talis divisio in actum est deducta unquam, nec in posterum deduci potest.« Moj hrvatski prijevod. Usp. Hrkačev: »Takva podjela nikad nije ostvarena niti će se ikada kasnije ostvariti.«

66

Aristotel, *Fizika* VI, 1: 231 b 15–16, u Ladanovu prijevodu, na p. 148.

67

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2.

68

Aristotel, *Fizika* III, 6: 206 a 22, 206 a 32, 206 b 14. Usp. Ladanov prijevod: Aristotel, *Fizika*, pp. 74–75.

69

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.4: »Neque ad hanc rem facit illa temporis illatio. Neque enim se se invicem mensurant nec sunt generis eiusdem nec recte cum magnitudine tempus confertur, quod est a nobis in *Discussionibus peripateticis* probatum.«

70

»De temporis infinitate«, u: Patricius, *Discussiones peripateticae* (1581), pp. 404–413, na pp. 406–409. Usp. novije interpretacije o Petrićevu razumijevanju vremena: Mihaela Girardi Karšulin, »Petrićeva kritika Aristotelova pojma vremena«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 15 (1989), pp. 99–126, u poglavlju »Apetetičnost pojma vremena i njezine konzekvencije u odnosu na pojam kretanja«, na pp. 107–122; Ivica Martinović, »Petrićeva prosudba Aristotelove prirodne filozofije«, *Obnovljeni život* 52/1 (1997), pp. 3–20, na pp. 13–14; Dadić, *Franjo Petriš i njegova prirodnofilozofska i prirodnoznanstvena misao* (2000), u poglavlju »Petriševe ranije prirodnofilozofske ideje«, pp. 34–40, na p. 38, 40; Mihaela Girardi Karšulin, »Petrićev pojam vremena«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 26 (2000), pp. 95–118, u poglavlju »2. Petrić – Peripatetičke rasprave«, na pp. 102–107; Francesco Bottin, »Frane Petrić i šest Aristotelovih pogrešaka u definiciji vremena«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 26 (2000), pp. 77–86, na pp. 77–80.

71

Patricius, »De temporis infinitate«, p. 408: »Falsum igitur est tempus semper dividi posse, infinite dividi posse. Falsum quoque tempus esse continuum. Falsum tertio tempus quantum esse tale rectiusque diversum a quantitate, praedicamentum temporis factum est.«

72

Patricius, »De temporis infinitate«, p. 404.

73

Patricius, »De temporis infinitate«, pp. 406–409.

74

Aristotel, *Fizika* VI, 1: 231 a 18 – 232 a 22; 232 b 14 – 233 a 12; u Ladanovu prijevodu na pp. 147–149, 150–151. Usp. i Aristotel, *Fizika* IV, 11–12, gdje je Aristotel prvi put izrekao tu tvrdnju, a na koja se poglavlja Petrić i poziva u »De temporis infinitate«, pp. 406–407.

I tima slična pitanja. Do te je teme Petrić došao kada je želio upozoriti na »mnoge nemoguće stvari« (*impossibilia multa*),⁷⁵ koje slijede iz beskonačne djeljivosti crte. Cresanin je pritom nanizao četiri takve »nemoguće stvari«:

1. Sve su crte međusobno jednake.
2. Konačna crta jednaka je crti protegnutoj u beskonačnost.
3. Dio crte jednak je cijeloj crti.
4. Dvije beskonačnine nisu međusobno jednake.⁷⁶

Zašto su sve crte međusobno jednake? Dvije nejednake crte dijele se, upozorava Petrić, u jednaku beskonačnost (*aequale infinitum*): »Beskonačnina od beskonačnine nije ni veća ni manja.«⁷⁷ A ako se njihovom diobom postiže jednaka beskonačnost, i one su nužno jednake. Tu Petrić kao da uključno tvrdi: sve beskonačnine imaju jednak broj članova; izraženo matematičkom terminologijom s kraja 19. stoljeća: sve beskonačnine imaju isti kardinalni broj.

Objasnenje koje je primijenio na dvije nejednake crte može se primijeniti i na odnos između konačne i beskonačne crte. Za Petrića se »crta protegnuta u beskonačnost« (*linea protracta in infinitum*) dijeli u istu onu beskonačnost u koju se dijeli svaka konačna crta. Odatle slijedi njihova jednakost. Što pak vrijedi za dvije nejednake konačne crte, vrijedi za konačnu crtu i njezin dio: »Dio crte bit će jednak cijeloj crti.«⁷⁸ A to izriječkom proturječi petom aksiomu Euklidovih *Elementa*: »Cjelina je veća od dijela«, ali i četvrtom aksiomu Petrićeve *Nove geometrije*: »Svaki je dio manji od cjeline.«⁷⁹

Osim toga, apsurd se pojavljuje i u drugom smjeru: »Dvije beskonačnine neće biti međusobno jednake.«⁸⁰ Petrić je u tu svrhu proučio sljedeći primjer.⁸¹ Promotrimo dvije crte; prva je duga jednu stopu, a druga dvije stope. Druga će, »po zdravoj pameti, po općem suglasju geometričara« (*certe ex sensu communi, ex geometrarum omnium consensu*), biti dvaput veća od prve. Raspolovimo dužu crtu. Polovica duže crte bit će jednaka kraćoj crti. Ako sad podijelimo kraću crtu i polovicu duže crte u beskonačnost, te se diobe neće razlikovati, podrazumijeva se, po broju diobenih članova. Kraća crta i polovica duže crte imat će jednaku beskonačnu diobu. Istodobno, dijeljenje crte od dvije stope bit će, kako formulira Petrić, »za jednu stopu veće od« dijeljenja crte koja je duga jednu stopu. To bi se moglo razumjeti: beskonačna dioba crte od dvije stope imat će jedan diobeni član više od beskonačne diobe crte od jedne stope. Prema tomu, dvije beskonačnine neće biti međusobno jednake. A to je, zaključuje Petrić, nemoguće.

Tu Petrić izlazi s dalekosežnim filozofskim prigovorom, prigovorom kojim osporava Aristotelovo razlikovanje *potentia–actus*: »Dvije crte, koje se mogu dijeliti u beskonačnost, aktualno su podijeljene u beskonačnost. I tako će potencija i akt biti isto.«⁸² Dakle, Petrić prvo tvrdi da se potencijalna dioba u beskonačnost od aktualne diobe u beskonačnost ne razlikuje. A čim je zanjekao razliku između potencijalno beskonačne i aktualno beskonačne diobe crte, on – ni manje ni više – u drugom koraku dokida Aristotelovo razlikovanje između potencije i akta. Kako Petrić dokazuje prvi korak?

»One dvije crte – crte su aktualno. Neka se podijele. Tada će dijelovi objiju crta biti crte aktualno. Ako se dioba nastavi u beskonačnost, dijelovi nastali uvijek beskonačnim dijeljenjem, bit će crte aktualno. Dakle, u tim se dijelovima akt neće ništa razlikovati od potencije. Dakle, potencija i akt su isto.«⁸³

Ključ za ocjenu Petrićeva postupka nalazi se u izričaju »ako se dioba nastavi u beskonačnost« (*et divisione in infinitum procedente*). U kakvu beskonačnost? Kako? Ako se proces diobe zamišlja kao potencijalno beskonačni postupak, taj se proces diobe ne zaustavlja, a budući da se ne zaustavlja, ne može se izjedna-

čiti ono što se dogodilo prije zaustavljanja s onim što se tek može zamisliti da će se dogoditi nakon zaustavljanja. I u tom se dokazu očituje da Petrić beskonačno dijeljenje crte razumijeva aktualno, a ne – poput Aristotela – potencijalno. Uz to, iako bi ga primjeri mogli uputiti i na drugačiji zaključak, Petrićevo je polazište da postoji jedna i samo jedna vrst beskonačnosti: aktualna.

Petrićev pojam neprekidnine: Geometrija i aritmetika u Petrićevoj genealogiji znanosti

Na samom kraju knjige »De spacio mathematico« Petrić je izložio vlastitu genealogiju znanosti. U toj je genealogiji matematika prije prirodoslovlja, prirodoslovlje prije praktične filozofije, a unutar matematike i prirodoslovlja discipline su također poredane po starini (vidi tablicu 1).

Mathematica	Geometria vel scientia continuorum (68.2) Arithmetica vel scientia discretorum
Physiologia	Actinographia vel scientia radiorum luminis (68.3) Gnomonica (68.4) Meteoroscopica Diopt[r]ica Optica Catoptrica Sciographia Astrologia universa eiusque partes (<i>contemplans corpora unde lumen provenit et mutationes ex eorum motibus</i>) Pneumatica et Musica (<i>circa aerem</i>) Hydraulica (<i>circa aquam</i>) Geographia, Agrimensoria (<i>circa terram</i>) Stereometria (<i>circa profunditatem</i>) Barymetria (<i>circa pondera</i>)
Scientia quae hominum actiones passionisque comprahendit	

Tablica 1. Petrićeva genealogija znanosti. Priredeno prema: Patricius, »De spacio mathematico«, ff. 68.2–68.4.

75
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2.
76
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2.3.
77
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2:
»Infinutum enim infinito nec maius est nec minus.«
78
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2:
»Immo pars lineae aequalis erit toti [sic!], (...).«
79
Patrici, *Della nuova geometria* (1587), p. 4:
»IV. Ogni parte è minor del tutto.«

80
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.3:
»Atque ita duo infinita non erunt ad invicem aequalia.«
81
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.2.3.
82
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.3:
»Duae lineae, quae in infinitum secari possunt, actu sunt divisae in infinitum. Atque ita potentia et actus idem erunt.«
83
Patricius, »De spacio mathematico«, f. 67.3:
»Lineae enim illae, actu lineae sunt. Dividuntur. Tunc partes utriusque, actu quoque lineae erunt. Et divisione in infinitum procedente, partes semper infinite sectae, actu quoque lineae erunt. Ergo nihil in eis partibus actus differet a potentia. Ergo potentia et actus idem sunt.«

Pristupajući tom zadatku, Petrić je napokon ponudio tri vlastita uvida o neprekidnini. Prvi je put zapisao kako on razumijeva neprekidninu i prekidninu: »Neprekidnina je, tvrdimo, ono što se proteže, a prekidnina ono što se od neprekidnine odsiječe.«⁸⁴ Nakon toliko uložena napora protiv Aristotelove definicije neprekidnine, za Petrića je neprekidnina isto što i – protežnina! Pre-slabo? Svakako, izvan izvornog Aristotelova horizonta pitanja tj. mimo odnosa među istovrsnim stvarima! A prekidnina nastaje od neprekidnine odsijecanjem, dakle dijeljenjem, koje, odmah upozorava Petrić, nije beskonačan postupak.

Drugo, temeljno je obilježje neprekidnine njezina aktualna egzistencija: »Neprekidnina uvijek postoji aktualno; umom se ni aktualno ni potencijalno ne da dijeliti, nego se da samo zamišljati podijeljenom.«⁸⁵ Što znači ovo »uvijek«, a što pak znači da se neprekidnina »umom ne da potencijalno dijeliti nego samo zamišljati podijeljenom«? Petrić je uvjeren da je u »De spacio physico«, prvoj knjizi svoje *Pancosmije*, dokazao aktualnu egzistenciju najveće neprekidnine – beskonačnoga prostora koji se od međe svijeta proteže prema van.⁸⁶ Kako u prirodi i stvarima postoje opreke tj. uz najveće postoji i najmanje, aktualno postoji i najmanja neprekidnina. Time Petrić naknadno ukrepljuje svoj zaključak o »najmanjoj crti«.

Treće, neprekidnina postoji po naravi – za razliku od prekidnine – pa je s oslonom na tu opreku moguće podrobno opisati odnos neprekidnine i prekidnine:

»Očito, neprekidnina je po svojoj naravi starija i prije svakog dijeljenja. Dijeljenjem i rasijecanjem neprekidnine, što je učinjeno snagom ljudskoga razmišljanja, nastao je broj. I odatle je očito zašto su stari, prije nagađajući nego znajući uzrok, broj nazivali prekinutom kolikoćom. I očito, neprekidna je kolikoća po naravi, a broj djelo ljudskoga razuma. I u tijelima svijeta, međusobno odijeljenima, neprekidna je kolikoća po naravi. I jasno izlazi: neprekidnina je starija od prekidnine. Jer nikojom silom ne može nastati nikakvo prekidanje, osim ako nije prethodila neprekidnina.«⁸⁷

U skladu s tim trima uvidima Petrić je zaključio: geometrija ili znanost o neprekidninama (*continuorum scientia*) po naravi je starija od aritmetike ili znanosti o prekidninama (*discretorum scientia*).⁸⁸ S istom metodologijom Petrić je nastavio i dalje graditi svoju genealogiju znanosti:

1. prostor je prije svega, prema tome i prije tvari; dakle, matematika kao znanost o prostoru (*spatii scientia*) po naravi je prije prirodoslovlja (*physiologia*);
2. djela i trpnje ljudi dolaze nakon djela prirode; dakle, prirodoslovlje je po naravi starije od praktične filozofije.⁸⁹

Ipak, Petrić je svojim čitateljima ostao dužan razjasniti zašto je u prijeporu o starini neprekidnine i prekidnine iznenada promijenio stav. Jer, priklanjajući se pitagorovskoj tradiciji, na početku knjige »De spacio mathematico« tvrdio je bez okolišanja: »Neprekidnina i prekidnina su istodobno. Niti je jedna prije druge, (...).«⁹⁰ A na kraju te iste knjige, ponovo uz tumačenje kako nastaje broj, dakle unutar istoga konteksta, zaključio je suprotno: »Neprekidnina je starija od prekidnine.«⁹¹ Otkud oprečne tvrdnje o istoj temi u istoj knjizi?⁹² Svakako, za redakturu teksta Petrić je imao vremena – pune četiri godine od objavljivanja djela *De rerum natura libri II priores* do objavljivanja *Nove sveopće filozofije*. A ipak je u svom tekstu zadržao oba sloja: prvi s prigovorima Aristotelu, u kojem mu je oslonac na pitagorovsku tradiciju bio prihvatljiv, i drugi s vlastitom definicijom neprekidnine.

Bez polemičkoga žara pri sastavljanju genealogije znanosti, Petrić je na samom kraju knjige »De spacio mathematico« izložio svoje vlastite stavove o neprekidnini, nažalost tek uz štura obrazloženja:

1. neprekidnina je protežnina;
2. neprekidnina postoji jedino aktualno; zato su najveća i najmanja neprekidnina aktualne;
3. neprekidnina postoji po naravi, i to u dvama područjima: matematici i svijetu; zato je po naravi starija od prekidnine.

Usporede li se Petrićeve odredbe neprekidnine s Aristotelovom definicijom, postaje posve jasnim razlog Petrićeva osporavanja Aristotelove definicije: protivljenje potencijalnoj beskonačnosti.

Genealogiju znanosti Petrić je započeo graditi uz pomoć svoga razumijevanja neprekidnine i prekidnine. Da bi je dovršio, u nju je ugradio i svoje razumijevanje prostora, svjetlosti, tvari i ljudskih čina. Premda je s više strana uputio prigovore Aristotelovu pojmu neprekidnine, Petrić je geometriji kao znanosti o neprekidninama dodijelio prvo mjesto u svojoj genealogiji znanosti. Ujedno je prihvatio da neprekidnina postoji – kao protežnina; aktualno, a ne potencijalno; po naravi, a ne snagom ljudskoga razmišljanja; u dvama područjima: u matematici i svijetu.

Značenja Petrićeva neuspjeha

Svoja razglabanja protiv Aristotelova nauka o neprekidnini Petrić je popratio i povijesnom ocjenom, izravno uperenom protiv Aristotela:

84

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.1: »Continuum autem asserimus esse id quod extenditur, discretum vero quod de continuo desecatur.« Moj prijevod.

85

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.1: »Et continuum semper actu est, a mente vero nec actu nec potentia dividi, sed divisum imaginari tantum.«

86

»De spacio physico«, l. 1, u: *Pancosmia*, ff. 61–65 druge folijacije u: Franciscus Patricius, *Nova de universis philosophia* (Ferrariae: Apud Benedictum Mammarellum, 1591), na f. 64.2: »Quodsi dictu sit absurdum, nos spacium illud [a mundo recedens] actu infinitum esse concludemus.«

87

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.2: »Patuit quoque continuum sui natura omni divisione antiquius ac prius esse, cuius divisio ac desectio, humanae cogitationis vi facta, numerum procreasse. Atque hinc etiam fit manifestum cur numerus discreta quantitas a veteribus, divinantibus potius quam causam scientibus, sit appellatus. Patet quoque continuam quantitatem a natura esse, numerum vero humanae mentis esse opus. In mundanis autem corporibus inter se divisus, [continuum quantitatem] esse etiam a natura. Clarum quoque evasit continuum antiquius esse discreto. Quoniam discretio nulla fieri posset a vi ulla, nisi continuum antecederet.«

88

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.2. Usp. dva ranija tumačenja Petrićeva odnosa prema geometriji i aritmetici u: Mihaela Girardi Karšulin, *Filozofska misao Franje Petrića* (Zagreb: Odjel za povijest filozofije Instituta za povijesne znanosti Sveučilišta u Zagrebu, 1988), pp. 249–250; Dadić, *Franjo Petriš i njegova prirodnofilozofska i prirodnoznanstvena misao* (2000), u poglavlju »Petrićeva matematička filozofija«, p. 158.

89

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.2.

90

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 66.3: »Nec iam posteros quaestio illa vexet, quae veteres male torsit: Utranam, vel continua vel discreta quantitas, natura antiquior esset ac prior? Simul enim sunt.«

91

Patricius, »De spacio mathematico«, f. 68.2: »Clarum quoque evasit continuum antiquius esse discreto.«

92

Na tu je poteškoću upozorio već Dadić, *Franjo Petriš i njegova prirodnofilozofska i prirodnoznanstvena misao* (2000), u poglavlju »Petrićeva matematička filozofija«, p. 158.

»Dakle, premda su se sve lukavštine onoga muža, kojima je, kao sofizmima škorpionā, pokušao opovrgnuti nedjeljivu i najmanju crtu, pokazale bezvrijednima, čudi kako je tako beznačajna stvar mogla izazvati tolike zbrke u filozofiji i matematici.«⁹³

Kako se Petrić tu vara! Niti je tema beznačajna (*tam nulla res*), niti će prijepori oko neprekidnine i beskonačnosti u filozofiji i matematici doskora prestati. Dostavno je podsjetiti na povijest egzaktnog utemeljenja infinitezimalnoga računa: od Newtona i Leibniza do Cauchyja. Ipak, prava će kriza, što će potresti temelje matematike, uslijediti tek u dvadesetim godinama 20. stoljeća.⁹⁴

Uz druge uvide, druga knjiga Petrićeve *Pancosmije* naslovljena »De spacio mathematico« najpotpunije nam otkriva što je Petrić mislio *de continuo* ili *de divisibilitate quantitatis*, nudeći nam ujedno mnoge detalje Petrićeve neuspješne strategije pri osporavanju Aristotelovih pojmova neprekidnine i potencijalne beskonačnosti. Cresanin je prvo osporio Aristotelov nauk o beskonačnoj djeljivosti konačne kolikoće, formuliravši pritom svojevrсни 'postulat o djeljivosti': »beskonačni je prostor beskonačno djeljiv, a konačni je konačno djeljiv«. U izravnoj polemici Petrić je Aristotelu prigovorio da nigdje nije dokazao tvrdnju: »neprekidnina se može dijeliti u beskonačnost«. A Aristotel je, što je dobro poznato, tu tvrdnju dokazao u šestoj knjizi svoje *Fizike*. Cresanin nije prihvatio ili bar ozbiljno razmotrio pojam potencijalno beskonačnoga postupka – ni u Aristotelovu ni u kakvu drugom smislu. Petrić se neuspješno okomio i na samu Aristotelovu definiciju neprekidnine. On je uočio poteškoću u izvornoj formulaciji Aristotelove definicije, ali, u konačnici, on taj genijalni Aristotelov pojam nije razumio.

Razloge takvim Petrićevim kritikama Aristotelovih pojmova neprekidnine i potencijalne beskonačnosti treba tražiti i u rješenju za koje se Cresanin najzad založio: postoji »najmanja crta«, koja se uopće ne može dijeliti, a treba je razlikovati od točke. Ali tim svojim rješenjem on nije ni pokušao postići ono što je Aristotel s pomoću pojma neprekidnine postigao u objašnjenju promjene odnosno kretanja.

Raspra s Aristotelom o neprekidnini i beskonačnini pripremila je Petrića za dvije nove teme: 'račun' s beskonačninama i genealogiju znanosti. Prva mu je tema poslužila da raščlanjujući *multa impossibilia* afirmira svoje stajalište: svaka je beskonačnina aktualna, a uz drugu temu izložio je napokon kako on razumijeva neprekidninu – isključivo kao protežninu koja aktualno postoji po naravi. Zbog toga je uvida bio spreman na zaokret: da je neprekidnina starija od prekidnine, da je geometrija po naravi starija od aritmetike.

Dok je Imre Lakatos, objavivši 1978. godine članak »Cauchy and the Continuum«, mogao tvrditi da je teorija infinitezimalā, važno postignuće kasnoga 17. stoljeća, nakon Cauchyja »djelom zaboravljena, djelom falsificirana«,⁹⁵ povijest neprekidnine za renesansno razdoblje nikad nije bila ni napisana.⁹⁶ Ovo je tek jedno poglavlje te uzbudljive povijesti.

Ivica Martinović

Petrić's Objections to Aristotle's Notion of the Continuum

Abstract

The second book of Pancosmia provides full insight into Petrić's view of the continuum or de divisibilitate quantitatis, offering us many details on Petrić's futile strategy in refuting Aristotle's notions of the continuum and the potential infinite. In his objections to Aristotle, Petrić implicitly points the major contributions of Aristotle's doctrine of continuum, but also submits his own solutions such as the idea of the minimal indivisible line. Although his solutions failed to bring him the results as brilliant as those of Aristotle with the notion of the continuum in the interpretation of nature and mathematics, within his polemic with Aristotle, Petrić comes forward with new questions dealing with the calculus of infinite quantities and genealogy of science.

Key words

Aristotle, Frane Petrić, continuum, the potential infinite, the postulate of divisibility, minimal indivisible line, calculus of infinite quantities, genealogy of science, geometry, arithmetic

93

Patricius, »De spacio mathematico«, ff. 67.4–68.1: »Omnes ergo viri illius machinae, quibus lineam indivisibilem et minimam veluti scorpionum sophismatis conatus est pessumdare, cum vere futiles apparuerint, mirandum est quo modo res tam nulla tantos in philosophia et mathematicis excitare potuerit tumultus. Ergo ea fictio, hic focus e schola veritatis explodantur.«

94

Usp. primjerice: Herman Weyl, »Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik« (1921), u: Christian Tiel (Hrsg.), *Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik* (Hildesheim: Gerstenberg, 1982), pp. 157–178. Vidi i jednu suvremenu ocjenu Weylova pristupa: Paolo Mancosu, »Hermann Weyl: Predicativity and an Intuitionistic Excursion«, u: Paolo Mancosu, *From Brouwer to Hilbert: The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s* (Oxford: Oxford UP, 1998), pp. 65–85.

95

Usp. Dauben, »Abraham Robinson and Non-standard Analysis«, p. 179.

96

Čudi da dvije povijesti prirodne filozofije uopće ne spominju Petrića, a kamoli da bi

obradile neke istaknute teme njegove prirodne filozofije: Hugo Dingler, *Geschichte der Naturphilosophie* (Berlin: Junker und Dünhaupt Verlag, 1932), u poglavlju »Übergangszeit«, pp. 78–102; Edward Grant, *A History of Natural Philosophy. From the Ancient World to the Nineteenth Century* (Cambridge: Cambridge UP, 2007), u kratkom poglavlju »The fate of medieval natural philosophy during the sixteenth and seventeenth centuries«, pp. 274–278. Drugačije, ali s istim učinkom što se tiče Petrića, dogodilo se u poglavlju »Natural philosophy« unutar zbornika *The Cambridge History of Renaissance Philosophy*, edited by Charles Schmitt and Quentin Skinner (Cambridge: Cambridge UP, 1988), gdje je razumijevanje neprekidnine obrađeno unutar potpoglavlja o aristotelovskoj filozofiji prirode na pp. 214–216, ali ne i u potpoglavlju o novoj filozofiji prirode gdje je riječ o Petriću. Usp. i najnovije izdanje: Stephen Gaukroger, *The Emergence of a Scientific Culture: Science and the Shaping of Modernity, 1210–1685* (Oxford: Clarendon Press, 2007), u poglavlju »Renaissance natural philosophies«, pp. 87–128, gdje su na pp. 98–101 prikazana Petrićeva kozmološka gledišta, ali tako da nije uključeno njegovo razumijevanje neprekidnine i beskonačnine.