PREGLEDNI RAD/REVIEW

Planiranje pokusa u industriji
Design of Experiments in Industry

Marko Ukrainczyk

Institut Ruđer Bošković, Bijenička cesta 54, 10 000 Zagreb, Hrvatska

Sažetak

Ovim pregledom izdvojeni su interesantni planovi pokusa za primjenu u industriji kako bi se istaknula njihova učinkovitost kod reduciranja broja potrebnih pokusa i povećanja kvalitete informacija. Opisani su potpuni i djelomični faktorijalni planovi pokusa, zatim metoda odzivne plohe i pripadajući planovi za opis nelinearnih odziva, kao i upotreba računalom generiranih planova pokusa. Opisana je Taguchijeva metoda planiranja pokusa pogodna za primjenu u proizvodnji i kontroli kvalitete. Diskutirana je upotreba analize varijance u prehrambenom inženjerstvu, kao osnovna statistička metoda za analizu osjetljivosti čimbenika, kao i upotreba višestruke linearne regresije za analizu osjetljivosti, modeliranje i optimiranje procesa.

Ključne riječi: planiranje pokusa, dijelomični faktorijalni plan, Box-Wilsonov plan, Box-Behnkenov plan, Taguchijeva metoda, analiza varijance, višestruka linearna regresija

Summary

The experimental design techniques useful for industrial applications are reviewed. The full and fractional factorial designs and also response surface methodology with associated designs for describing the nonlinear responses, as well as computer-aided designs, are briefly described. Taguchi method, suitable for use in production and quality engineering, is also described. The use of analysis of variance, basic statistical methods for determining the significant factors, as well as use of multiple linear regression for correlation analysis, process modeling and optimization, are described and discussed.

Keywords: design of experiments, fractional factorial design, Box-Wilson design, Box-Behnken design, Taguchi method, analysis of variance, multiple linear regression

1. Uvod

Veliki dio istraživanja u znanosti i inženjerstvu, a pogotovo u industriji je empirijsko. Upotreba statističkih metoda planiranja pokusa može znatno povećati efikasnost samog procesa eksperimentiranja i dovesti do boljih i pouzdanijih zaključaka.

Prva primjena statistike u industriji zabilježena je u Dablinu početkom 20. stoljeća, kada je W. S. Gosset primjenom znanstvenog pristupa riješio stanovite tehnološke probleme u kontroli kvalitete proizvodnje piva i tako postao jedan od prvih i najznačajnih industrijskih statističara (Pearson, 1973). Njegova metoda (t-test) za promatranje malih uzoraka je kasnije primjenjena na mnoga područja ljudskih aktivnosti. Metodu je publicirao pod pseudonimom «Student», pod kojim je i danas poznat (Student, 1908), jer kao zaposlenik pivovare Guinness nije smio otkriti konkurenciji da Guinness razvija i primjenjuje statistiku (Zabell, 2008). Gosset je također jedan od prvih koji je razmatrao upotrebu planiranja pokusa pri uzgoju ječma. Gosset-ova metoda vrlo rijetko nalazi primjenu u industriji sve do 1920. godine. R. Fisher (1925) je proširio Gosset-ovu metodu i razvio analizu varijance, a također je postavio temeljne principe planiranja pokusa (Fisher, 1935). G. Taguchi (1986; 1987) je primjenio nešto drugačiji pristup planiranju pokusa od Fishera, koji se pokazao naročito koristan u proizvodnom inženjerstvu i kontroli kvalitete.

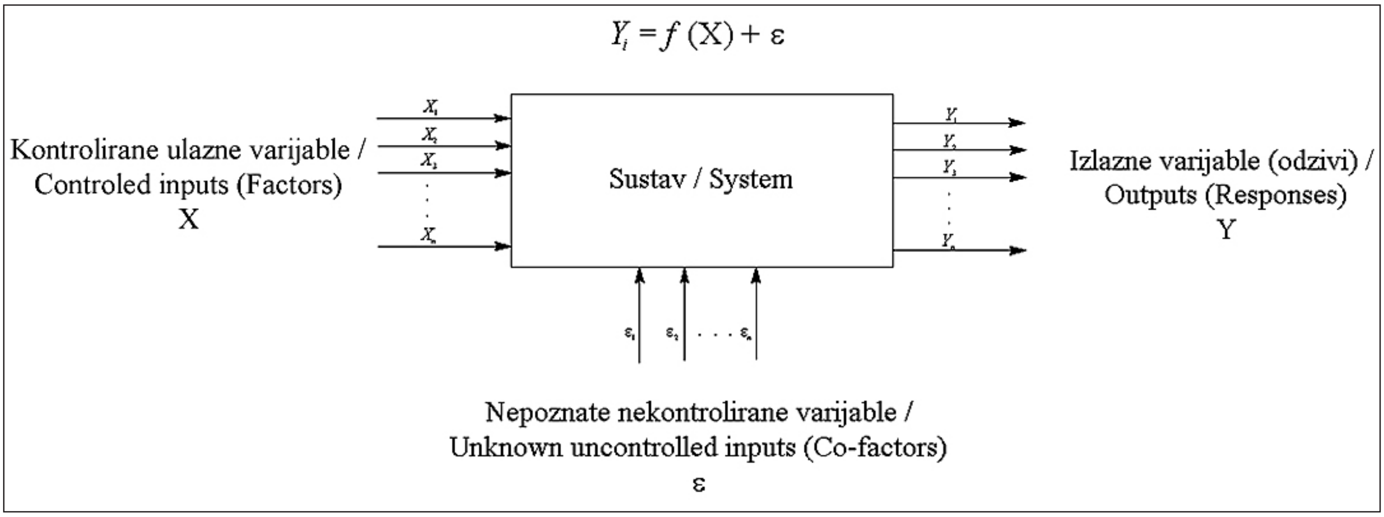
Agronomi su bili prvi koji su statističkim postupcima planirali pokuse, budući su njihova istraživanja uključivala velik broj čimbenika, a pokusi su trajali vrlo dugo. Tijekom drugog svjetskog rata mnoge su industrijske kompanije, naročito vojna, shvatile kako metode planiranja pokusa i njihova statistička obrada značajno ubrzavaju i poboljšavaju proces istraživanja. Takav pristup usvajaju i velike kompanije u prehrambenoj industriji, poput npr. Kellogs i General Foods (Goupy, 1993). Šira primjena tih metoda je ostala ograničena na primjenu u agronomiji. Iako se u zadnje vrijeme sve više uvode i u druga područja, takvi postupci su još uvijek relativno malo primjenjuju. U nas, to područje pokriva opsežna strana literatura, a metode su detaljno opisane s teorijskog stajališta, (Box i sur. 1978; Montgomery, 1997; Hinkelmann, 2008). Primjena tih metoda kao i sami statistički proračun više ne predstavlja poteškoće, zahvaljujući razvoju elektroničkih računala i upotrebi komercijalnih statističkih programskih paketa.

2. Planiranje pokusa

U inženjerstvu, eksperimentiranje ima veliku ulogu pri razvoju novih proizvoda, kao i razvoju i poboljšanju procesa proizvodnje. Shematski se pristup eksperimentiranju može predočiti metodom crne kutije (Slika 1). Stanoviti sustav (proces) se karakterizira pomoću ulaznih varijabli, koje mogu biti kontrolirane i nekontrolirane varijable, te izlazne varijable, odnosno odzivi sustava. U terminima statistike ulazne varijable su nezavisni, a izlazne zavisni čimbenici. Nepoznate i nekontrolirane varijable su uzrok pogreške mjerenja. Cilj eksperimenta je utvrditi njihovu uzročno posljedičnu vezu.

Izbor vrijednosti nezavisnih varijabli ima velik utjecaj na procjenu utjecaja čimbenika. Da bi se osigurala precizna procjena utjecaja, potrebno je podatke prikupiti na pravilan način, što ovisi o izabranom planu pokusa. Cilj statističkih metoda planiranja pokusa je pravi izbor plana za odabrani

Corresponding author: mukrainc@irb.hr



***Slika 1.** Metoda crne kutije*
***Figure 1**. Black box method*

model (vidi 3. poglavlje: Statistička analiza pokusa) s maksimalnom osjetljivošću prema procjeni parametara koja time osigurava bolju pouzdanost procjene.

Svrha korištenja metoda planiranja pokusa je dobiti što više informacija o istraživanom sustavu uz minimum eksperimentalnog i financijskog angažmana. Sastoji se od sustavnog odabira strukturiranog plana u kojem se ulazni čimbenici variraju na organiziran način kako bi se dobili utjecaji pojedinih čimbenika na stanoviti odziv, odnosno optimizirao odziv s najmanje moguće varijabilnosti. Kako bi se zadovoljila statistička ravnoteža u planu, broj potencijalnih kombinacija velikog broja ulaznih čimbenika pri raznim razinama se može izračunati za najbolju kombinaciju s najmanjim brojem pokusa. Pokusi unutar jednog plana biti će prikazani standardnim redom radi preglednosti, međutim za nasumičnu distribuciju nepoznate sustavne pogreške prisutne unutar nepoznatih nekontroliranih čimbenika, redosljed izvođenja je potrebno odabrati na slučajni način (randomizirati). Ukoliko je nekontrolirani čimbenik poznat i njegova se vrijednost može motriti (kovarijanta), njegov utjecaj se može kompenzirati upotrebom analize kovarijance, koja kombinira analizu varijance i linearnu regresiju. Ukoliko se želi ispitati utjecaj nekontroliranih čimbenika u obliku šumova na odziv sustava, primjenjuje se Taguchijeva metoda.

2.1. Faktorijalni plan

R. Fisher (1935) je predložio metodu *faktorijalnog* organiziranja pokusa pri čemu se istodobno promatra kombinacija čimbenika. Najpotpuniji uvid o proučavanom sustavu omogućava potpuni faktorijalni plan pokusa. Pri tome se izvode sve moguće kombinacije razina čimbenika. Upotreba takvog plana omogućuje istovremeno određivanje neograničenog broja čimbenika i utvrđivanje utjecaja osjetljivosti pojedinih čimbenika i stupanj njihova međusobnog djelovanja (utjecaj međudjelovanja). Najjednostavniji i u praksi najviše primjenjivan je faktorijalni plan s varijacijom čimbenika na dvije razine. To osigurava mali broj pokusa čiji je ukupni broj definiran s $N = 2^k$, gdje je k broj čimbenika. Matrica eksperimentalnih uvjeta faktorijalnog plan, pri čemu su istovremeno varirana tri čimbenika na dvije razine, je prikazan u Tablici 1. Vrijednosti razina su prikazane u transformiranom obliku s maksimalnom (+1) i minimalnom (-1) vrijednošću.

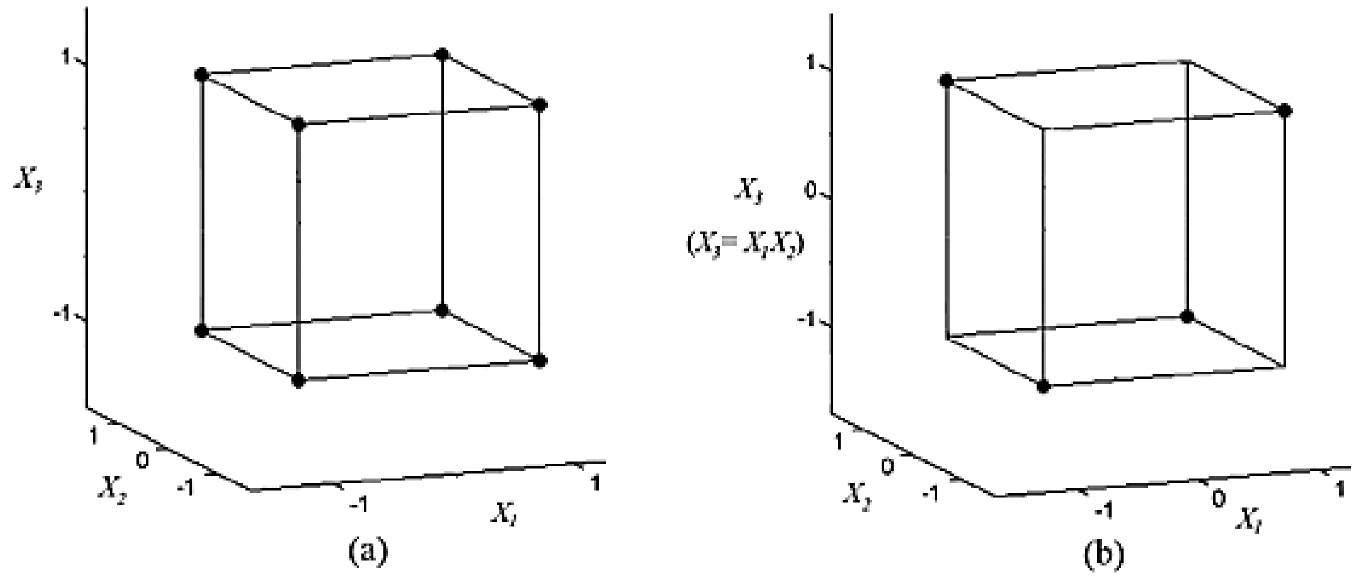
***Tablica 1.** Matrica pokusa faktorijalnog plana s tri čimbenika na dvije razine (2^3).*
***Table 1.** The experimental matrix of the 2^3 two-level full factorial design*

	X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1

Matrica sadrži osam redaka (2^3, pri čemu pojedini red odgovara eksperimentalnim uvjetim pojedinog pokusa) i tri kolone (tri čimbenika). U prvoj koloni minimalne (-1) i maksimalne (+1) vrijednosti se izmjenjuju u svakom redu, u drugoj koloni svaki drugi red, a u trećoj koloni svaki četvrti red. Na taj način je osigurana ortogonalnost plana (suma svih vrijednosti razina za pojedini čimbenik je jednaka nuli), što omogućuje međusobno nezavisnu procjenu utjecaja pojedinačnih čimbenika i njihova međudjelovanja. Matrica faktorijalnog plana s tri čimenika može se geometrijski prikazati kao kocka, gdje rubovi kocke čine točke pojedinih uvjeta (Slika 2a).

2.2. Djelomični faktorijalni plan

Broj pokusa potpunih faktorijalnih planova eksponencijalno raste s povećanjem broja čimbenika. Na primjer, za 5 čimbenika variranih na dvije razine potrebno je 32 pokusa, dok



Slika 2. *Grafički prikaz plana s tri čimbenika na dvije razine: (a) 2^3 punog faktorijalnog plana i (b) 2^{3-1} djelomičnog faktorijalnog plana*
Figure 2. *A graphical representation of a two-level factorial design for two factors: (a) 2^3 full factorial design and (b) 2^{3-1} fractional factorial design*

je za 6 potrebno 64 pokusa. Zato, ukoliko je broj čimbenika relativno velik, željene preliminarne informacije se mogu dobiti upotrebom samo pojedinog dijela potpunog plana, ako se međudjelovanja višeg reda (između više od dva čimbenika) mogu zanemariti (Trutna i sur, 2003). Pri tome se zanemaruju utjecaji međudjelovanja između tri i više čimbenika i promatra se utjecaj samo pojedinačnih čimbenika i eventualno međudjelovanja prvog reda. Na taj je način moguće odabrati dio potpunog faktorijalnog plana i izostaviti određene pokuse. Broj pokusa je u tom slučaju $N = 2^{k-l}$, gdje je k ukupni broj čimbenika i l cijeli broj koji ukazuje na nepotpunost faktorijalnog plana. Za $l = 0$, faktorijalni plan je potpun. U načelu, izabire se 1/2 , 1/4, 1/8 itd. potpunog faktorijalnog plana, pri čemu izabrani kandidati trebaju biti uravnoteženi i ortogonalni. Pri konstrukciji 2^{k-l} matrice polazi se od 2^k matrice u kojoj je l čimbenika zamijenjena s određenim međudjelovanjima. Rezolucija djelomičnih faktorijalnih planova govori u kojoj mjeri su međudjelovanja žrtvovana za procjenu novih čimbenika i označuje se rimskim brojevima. Pri rezoluciji III glavni su utjecaji čimbenika zamjenjeni s međudjelovanjem prvog reda (najmanji broj pokusa, ali kompletno zanemaruje međudjelovanja); rezolucija IV govori da su glavni utjecaji zamijenjeni međudjelovanjima višeg reda, dok su samo određena međudjelovanja prvog reda međusobno pomiješana; rezolucija V znači da su žrtvovana samo međudjelovanja višeg reda. U skladu s time, potpuni faktorijalni planovi imaju rezoluciju 'beskonačno'. Na slici 2b je ilustriran princip konstrukcije djelomičnih planova na primjeru 2^{3-1} plana. Plan se sastoji od polovice pokusa 2^3 potpunog plana ($2^{3-1}=2^3/2=2^2$). Pri tome je treći čimbenik (X_3) zamjenjen s međudjelovanjem (X_1X_2). Na drugi način promatrano, 2^{3-1} djelomični plan se može shvatiti kao 2^2 plan (dva čimbenika na dvije razine), ali uz dodatak još jedne dimenzije - treći čimbenik. Navedeni plan ima rezoluciju III. Kod većeg broja čimbenika postoji mogućnost odabira rezolucije ovisno o broju pokusa. U tablici 2 prikazani su djelomični faktorijalni planovi na dvije razine, korisni za upotrebu.

Tablica 2. *Korisni djelomični faktorijalni planovi (Box i sur.; 1978)*
Table 2. *Summary of useful fractional factorial designs (Box i sur.; 1978)*

Broj čimbenika Number of factors (k)	Specifikacija plana Design specification	Rezolucija Resolution	Broj pokusa Number of runs (N)
3	2^{3-1}	III	4
4	2^{4-1}	IV	8
5	2^{5-1}	V	16
5	2^{5-2}	III	8
6	2^{6-1}	VI	32
6	2^{6-2}	IV	16
6	2^{6-3}	III	8
7	2^{7-1}	VII	64
7	2^{7-2}	IV	32
7	2^{7-3}	IV	16
7	2^{7-4}	III	8

S porastom broja čimbenika, k, moguće je izabrati željenu rezoluciju plana, što utječe i na ukupni broj potrebnih pokusa. U tablici 3 je prikazana konstrukcija 2^{5-2} frakcijskog plana s ukupno 8 pokusa, dakle četvrtina pokusa 2^5 potpunog faktorijalnog plana ($N = 32$). Prva tri stupca tablice čine matricu 2^3 potpunog plana za 3 čimbenika, dok su dva čimbenika zamjenena s međudjelovanjima prvog reda. Rezolucija takvog plana je III, kao i kod prethodno prikazanog primjera, 2^{3-1} plana, i ne omogućuje analizu međudjelovanja.

Međutim, ukoliko se za isti broj čimbenika ($k = 5$) koristi 2^{5-1} plan, ukupni broj pokusa, $N = 16$ još je uvijek manji od ekvivalentnog potpunog plana (upola manji). Takav plan ima rezoluciju V, što znači da se uz glavne utjecaje mogu analizi-

Tablica 3. *Matrica 2^{5-2} djelomičnog plana pokusa s 5 čimbenika rezolucije III*
Table 3. *The experimental matrix of the 2^{5-2} two-level fractional factorial design for 5 factors with resolution III*

	X_1	X_2	X_3	$X_4 = X_1 X_2$	$X_5 = X_1 X_3$
1	-1	-1	-1	1	1
2	-1	-1	1	1	-1
3	-1	1	-1	-1	1
4	-1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	-1	-1
6	1	-1	1	-1	1
7	1	1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1

rati utjecaji međudjelovanja prvog reda (Tablica 4). U ovom slučaju prva četri stupca odgovaraju matrici 2^4, dok je jedan čimbenik zamjenjen s međudjelovanjem trećeg reda.

Dakle, upotreba djelomičnih faktorijalnih planova može drastično smanjiti broj pokusa, uz mogućnost analize utjecaja čimbenika, no zanemaruju se međudjelovanja prvog ili višeg reda, ovisno o rezoluciji plana.U industriji međudjelovanja višeg reda često unose samo dodatnu kompleksnost i nisu od interesa ukoliko se problem želi maksimalno pojednostaviti. Stoga djelomični faktorijalni planovi nalaze veliku primjenu u istraživanju, razvoju i unapređenju procesa u industriji.

Tablica 4. *Matrica 25-1 djelomičnog plana pokusa s 5 čimbenika rezolucije V*
Table 4. *The experimental matrix of the 25-1 two-level fractional factorial design for 5 factors with resolution IV*

	X_1	X_2	X_3	X_4	$X_5 = X_1 X_2 X_3 X_4$
1	-1	-1	-1	-1	1
2	-1	-1	-1	1	-1
3	-1	-1	1	-1	-1
4	-1	-1	1	1	1
5	-1	1	-1	-1	-1
6	-1	1	-1	1	1
7	-1	1	1	-1	1
8	-1	1	1	1	-1
9	1	-1	-1	-1	-1
10	1	-1	-1	1	1
11	1	-1	1	-1	1
12	1	-1	1	1	-1
13	1	1	-1	-1	1
14	1	1	-1	1	-1
15	1	1	1	-1	-1
16	1	1	1	1	1

2.3. Plackett-Burmanov plan

R.L. Plackett i J.P. Burman (1946) predložili su konstrukciju vrlo ekonomičnog plana pokusa za primjenu u preliminarnim pokusima gdje je potrebno iz velikog broja čimbenika izdvojiti one utjecajnije na dani odziv. Takav plan se naziva i zasićenim planom budući da se sve informacije koriste za procijenu utjecaja čimbenika, ne ostavljajući stupnjeve slobode za procjenu greške. Plackett i Burman su pokazali da je moguće konstruirati vrlo ekonomičan plan gdje je broj pokusa višekratnik broja četiri, umjesto 2^k kao u faktorijalnom planu

Tablica 5. *Plackett-Burman plan (Hadamardova matrica) od 12 pokusa za 11 čimbenika*
Table 5. *Plackett-Burman design (Hadamard matrix) with 12 runs for 11 factors*

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
3	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
4	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
5	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
6	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
7	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
8	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
9	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1
10	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
11	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

s dvije razine. Plackett i Burman plan se konstruira primjenom Hadamardove matrice. Tako se preliminarne studije koje sadrže i do 11 čimbenika, mogu provesti u samo 12 pokusa (Tablica 5).

Ukoliko se ispituje svih 12 čimbenika, moguće je dobiti analizu utjecaja u obliku koeficijenata utjecaja – analizu varijance nije moguće provesti. Pri tome se koristi regresijska analiza (vidi 3. poglavlje: Statistička analiza pokusa) gdje se određuju koeficijenti (β) jednostavnog modela u obliku polinoma prvog reda:

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j X_j \tag{1}$$

Čimbenik s najvećim regresijskim koeficijentom (βj) ukazuje na najveći utjecaj. Međutim, već za 10 čimbenika i manje, dodatni stupnjevi slobode koriste se za procjenu pogreške što omogućuje primjenu analize varijance i određivanje statističke značajnost pojedinih čimbenika. Plackett-Burman planovi postoje i za N = 20, 24, 28..., gdje je broj pokusa višekratnik od četiri. U svakom od njih najveći broj čimbenika koji se može analizirati je za jedan manji od broja pokusa.

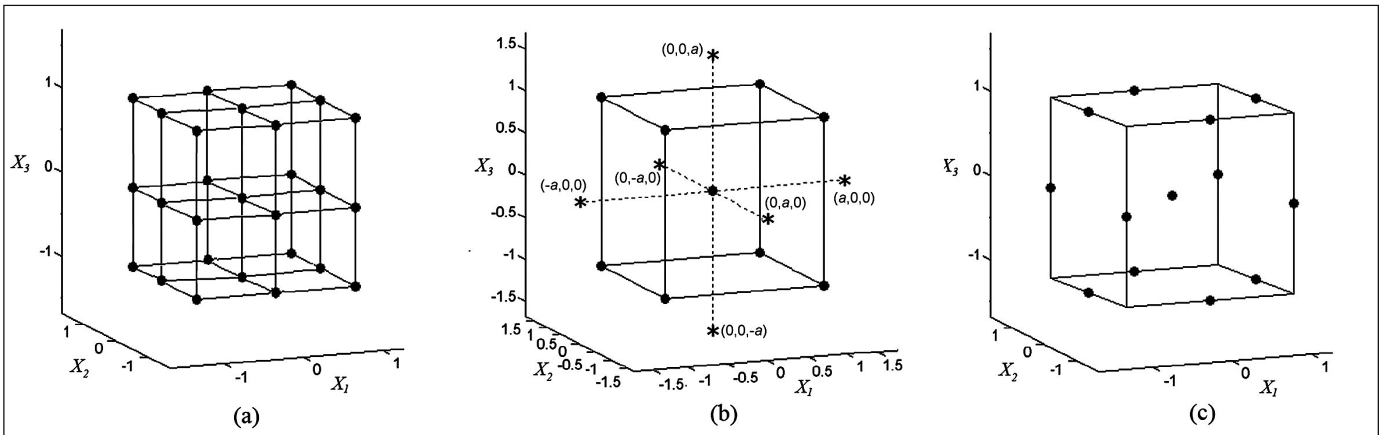
Plackett-Burmanov plan ne sadrži definiranu relaciju, budući da međudjelovanja nisu jednaka glavnim utjecajima. Za razliku od matrice djelomičnih faktorijalnih planova gdje su glavni utjecaji identični ili ortogonalni međudjelovanjima, u Plackett-Burmanovom planu međudjelovanja su korelirana s glavnim utjecajima (X_iX_j je koreliran sa svakim X_l, za l različit od i ili j).

2.4. Planovi pokusa za opis nelinearnih odziva

Glavna prednost potpunog i djelomičnog faktorijalnog plana na dvije razine je jednostavnost, budući da se utjecaji aproksimiraju linearnim modelom. Brzi i efikasan način da se ispita nelinearnost sustava je da se u faktorijalni plan na dvije razine doda samo jedna središnja točka gdje svi čimbenici imaju novu središnju razinu, čija vrijednost iznosi nula u transformiranom obliku. Ukoliko se radi o nelinearnom sustavu (nelinearni odziv), potrebno je utvrditi funkciju odziva, za što se koristi statistička metoda odzivne plohe (*Response Surface Methodology,* RSM). Za tu svrhu najčešće se odziv aproksimira polinomom drugog reda. Jedan od planova koji se može primjeniti je potpuni faktorijalni plan s varijacijom čimbanika na više od dvije razine, međutim to znatno (eksponencijalno) povećava broj pokusa. U praksi se često koristi potpuni faktorijalni plan s varijacijom čimbenika na tri razine. Primjer takvog plana za tri čimbenika je grafički prikazan na slici 3a. Kako bi smanjili broj potrebnih pokusa za opis nelinearnih sustava, Box i Wilson (1951) su predložili centralno kompozitni plan pokusa (*central composite design,* CCD), koji se svrstava u nefaktorijalne planove. Naime, svaki je čimbenik variran na pet razina, ali ne rabe se sve kombinacije razina. Umjesto toga CCD se sastoji od tri dijela: (a) potpunog faktorijalnog plana pokusa 2^k (ili frakcijskog 2^{k-p}) na dvije razine (+1 i -1); (b) centralne točke gdje razina svakog čimbenika ima srednju vrijednost (0,0,...,0) i (c) osnog dijela koji se sastoji od 2k osnih točaka smještene na k jednako razmaknute osi na udaljenosti od centralne točke, a. Ukupni broj pokusa u takvom kompozitnom planu iznosi $N = 2^k + 2k + n_0$, pri čemu je n_0 broj ponavljanja srednje točke. Izbor vrijednsti a i n_0 određuje karakteristiku plana, odnosno njegovu ortogonalnost i okretljivost, što ovisi o broju čimbenika i broju ponavljanja istovrsnih uvjeta. CCD je ortogonalan ukoliko je udaljenost osnih točaka od centralne točke definirana prema izrazu:

$$a = \left\{ \left[(n_f + n_s + n_0)^{1/2} - n_f^{1/2} \right]^2 \cdot n_f / 4 \right\}^{1/4} \tag{2}$$

pri čemu je n_f broj točaka faktorskog plana i n_s broj osnih točaka. Okretljivost plana omogućuje dobivanje maksimalne nepristrane informacije, pri čemu varijanca odziva u bilo kojoj točki ovisi samo o udaljenosti te točke od centralne točke. Okretljivost se postiže ukoliko je vrijednost $a = (n_f)^{1/4}$. Za ortogonalan i okretljiv plan potrebno je osigurati vrijednost a iz uvjeta okretljivosti, te upotrijebiti broj centralnih točka tako da vrijedi $n_0 = 4n_f^{1/2} + 4 - 2k$. Na slici 3b je prikazan grafički prikaz CCD pokusa za tri čimbenika. U slučaju ortogonalnog i okretljivog centralnog kompozitnog plana za tri čimbenika vrijedi a = 1,6818 i n_0 = 9.



Slika 3. *Grafički prikaz plana s tri čimbenika za opis nelinearnih odziva: (a) puni faktorijalni plan na tri razine, (b) Box-Wilsonov centralno kompozitni plan i (c) Box-Behnkenov plan*

Figure 3. *A graphical representation of a response surface design for three factors: (a) three-level full factorial design; (b) Box-Wilson central composite design and (c) Box-Behnkenov design*

Uz Box-Wilsonov CCD plan za opis nelinearnih odziva primjenjuje se Box-Behnkenov plan pokusa (Slika 3c) koji koristi samo tri razine po čimbeniku (Box i sur., 1960; Trutna i sur, 2003). Box-Behnkenov plan se koristi ukoliko nije moguće upotrijebiti CCD budući su vrijednosti razina često fizički limitirane na strogo definirane vrijednosti za određeni proces ili sustav. Međutim Box-Behnkenov plan ima nižu pouzdanost od CCD plana. Dakle, kad god je moguće vrijednosti razina varirati po volji preporučljivo je koristiti CCD plan. Velika prednost CCD plana je mogućnost sekvencijalnog izvođenja. Istraživanje se može započeti upotrebom faktorijalnog plana na dvije razina. Ukoliko se pokaže da je linearni model neadekvatan dodatkom centralne točke, istraživanje se može proširiti dodatnim mjerenjima uvodeći osne točke CCD plana.

2.5. Računalom generirani planovi

Ne postoji uvijek sloboda izbora razina čimbenika prema prethodno opisanim planovima. Često izbor razina čimbenika može biti fizički ograničen. Također, broj razina čimbenika može biti različiti za pojedine čimbenike (planovi s mješovitim brojem razina). Za takve sustave vrlo je praktično generirati optimalni plan pokusa za dane uvijete upotrebom iterativnog algoritma (Trutna i sur, 2003; Ukrainczyk i sur, 2007). Danas, komercijalni statistički programski paketi sadrže mogućnost generiranja takvih planova. Primjena takvih algoritma je također korisna za popravak ili proširenje loših, odnosno nepotpunih planova. Postoje različiti optimizacijski kriteriji koji su u upotrebi za odabir, od kojih je najpopularniji kriterij D-optimalnosti. D-optimalni algoritam traži maksimum determinante informacijske matrice $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ (mjera informacije u matrici nezavisnih varijabli, $\mathbf{X}$) za ponuđene kandidate eksperimentalnih uvijeta i željeni broj pokusa za odabrani model. Geometrijski, to predstavlja maksimiziranje volumena $\mathbf{X}$ u k+1 dimenzionalnom prostoru. U upotrebi su još A-optimalni algoritam (minimizira sumu elemenata glavne dijagonale informacijske matrice) i V-optimalni algoritam (minimizira srednju varijancu seta izabranih točaka plana). U usporedbi s klasičnim planovima pokusa, matrice optimalno generiranih planova najčešće nisu ortogonalne i procijene utjecaja mogu biti korelirane, međutim predstavljaju optimum za dane uvijete. Mjera optimalnosti plana iskazuje se u obliku D-efikasnosti (odnosno A i V-efikasnosti).

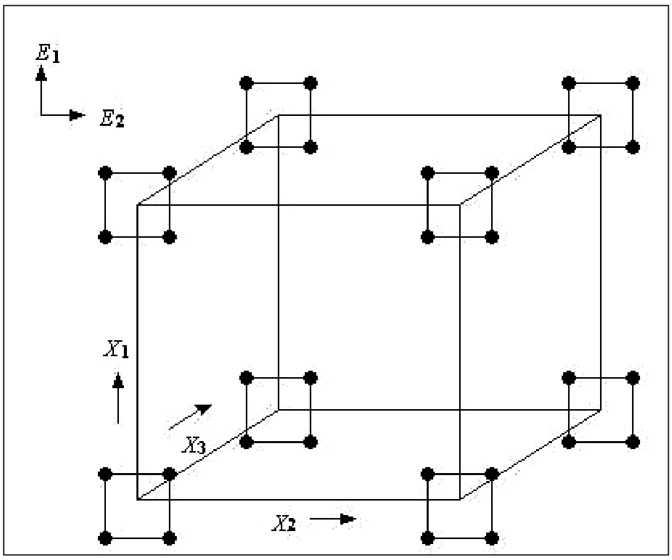
2.6. Taguchijeva metoda

Tijekom 1980-tih Genichi Taguchi (1986; 1987) razvio je metodu za pronalaženje produkata proizvodnje visoke kvalitete bez obzira na varijacije procesnih parametara. Takvi procesi se nazivaju *robusnim* procesima, budući da su neosjetljivi na šumove. Metoda je vrlo popularna u industriji radi jednostavnosti pristupa i potakla je razvoj nove proizvodne filozofije. Ova metoda definira idealnu kvalitetu, funkciju gubitka kvalitete i robustan dizajn. Glavna ideja Taguchijeve metodologije je primjena tehnika planiranja pokusa s ciljem definiranja razina kontroliranih čimbenika koji čine proces robustnim i uz prisutnost nekontroliranih čimbenika (šumova). Pri tome prisutni šumovi imaju velik utjecaj na odziv procesa, odnosno kvalitetu proizvoda, a nije ih moguće kontrolirati ili je ekonomski prezahtjevno da se održavaju na određenoj konstantnoj vrijednosti. Šumovi su glavni razlog pojave varijacije u sustavu. Taguchijevom metodom se kvaliteta produkta definira kao odstupanje, odnosno devijacija stanovitog odziva od željene vrijednosti. Pokusi se provode na način da se utvrdi raspon varijabilnosti nastao kao posljedica variranja kontroliranih čimbenika i nekontroliranih čimbenika (šumova). Taguchi preporuča korištenje ortogonalne matrice plana pokusa, faktorijalni plan pokusa, jedan za svaki od dvije grupe čimbenika (kontrolirane varijable i šumovi). Za razliku od tradicionalnog Fisher-ovog pristupa koji podrazumijeva da se greška distribuira nasumično unutar plana, Taguchijev plan omogućuje analizu utjecaja greške (šumova) na odziv. U tablici 6 je prikazan Taguchijev plana na primjeru tri kontrolirana čimbenika

Tablica 6. *Tagucijev plan pokusa za tri procesna parametra (X) s dva šuma (E).*
Table 6. *Taguchi design for three process parameters (X) and two noise factors(E).*

			E_1	-1	-1	1	1	
X_1	X_2	X_3	E_2	-1	-1	-1	-1	
-1	-1	-1		y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	$(S/N)_1$*
1	-1	-1		y_{21}	y_{22}	y_{23}	y_{24}	$(S/N)_2$
-1	1	-1		y_{31}	y_{32}	y_{33}	y_{34}	$(S/N)_3$
1	1	-1		y_{51}	y_{42}	y_{43}	y_{44}	$(S/N)_4$
-1	-1	1		y_{51}	y_{521}	y_{53}	y_{54}	$(S/N)_5$
1	-1	1		y_{61}	y_{621}	y_{63}	y_{64}	$(S/N)_6$
-1	1	1		y_{71}	y_{72}	y_{73}	y_{74}	$(S/N)_7$
1	1	1		y_{81}	y_{82}	y_{83}	y_{84}	$(S/N)_8$

*S/N – signal-šum omjer / signal-noise ratio



Slika 4. *Dijagram vanjske matrice 2^2 uvjeta šumova (E) i unutarnje matrice 2^3 uvjeta procesnih parametra (X) Taguchijevog plana pokusa (Trutna i sur, 2003)*
Figure 4. *A graphical representation of outer 2^2 (noise factors, E) and inner 2^3 (process parameters, X) matrix for robust Taguchi design (Trutna i sur, 2003)*

(procesna parametra) i dva šuma. Razine procesnih parametra formiraju takozvanu *unutarnju matricu*, dok faktorijani plan šumova čini *vanjsku matricu*. Vanjska matrica se sastoji od četri retka, $n=2^2$ (2-razine, 3-čimbenika potpuni faktorijalni plan), dok unutarnja matrica ima osam kolona, $m=2^3$ (2-razine, 3-čimbenika potpuni faktorijalni plan). Takav Tagucijev plan je slikovito prikazan kao klasični plan kontroliranih čimbenika koji čini unutarnju matricu, uz dodatak vanjske matrice šumova u svaki kut unutarnje matrice (Slika 4).

Na taj način, imamo $2^2 \times 2^3 = 32$ definirana eksperimentalna uvjeta i odziv procesa se motri za svaki set uvjeta (y_{ij}), te se računa signal-šum omjer (*S/N*) za svaku točku unutarnje matrice. Pri tome, kombinacija razina kontroliranih čimbenika koja odgovara najvećoj vrijednosti *S/N* predstavlja najrobustnije uvjete proizvodnje u granicama ispitivanih utjecaja šumova. Postoje tri formulacije *S/N* prema Taguchiju:

1. *Manje je bolje* – u slučajevima kada je ciljana vrijednost odziva oko nule (npr. emisija štetnih plinova, potrošnja energije):

$$(S/N)_j = -10 \log \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[y_{ij}^2 \right] \;,\; j = 1 \ldots m \tag{3}$$

2. *Više je bolje* – u slučajevima kada se teži maksimalnoj ciljanoj vrijednosti odziva (npr. prinos produkta, konverzija reaktanata u produkte):

$$(S/N)_j = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{y_{ij}^2} \right) \right] \;,\; j = 1 \ldots m \tag{4}$$

3. *Sredina je najbolje* – u slučajevima kada se teži srednjoj ciljanoj vrijednosti odziva (npr. veličina čestica, svojstva produkta):

$$(S/N)_j = -10 \log s^2 , \; j = 1 \ldots m \tag{5}$$

pri čemu je s^2 varijanca:

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(y_{ij} - \bar{y})^2}{n-1} \right) \tag{6}$$

3. Statistička analiza pokusa

Zahvaljujući razvoju elektroničkih računala i upotrebi komercijalnih statističkih programskih paketa račun statističke analize više ne predstavlja poteškoće. Za njihovu upotrebu potrebno je poznavanja statističkih metoda. U ovom poglavlju izložene su korisne statističke metode za analizu podataka, od kojih su analiza varijanca i višestruka linearna regresija detaljnije opisane i diskutirane.

Glavna procedura za testiranje korelacije čimbenika je analiza varijance. Analiza vrijance je naročito korisna pri analizi kategorijskih nezavisnih čimbenika, gdje se razlike ne mogu izraziti kvantitativno. Kod kvantitativnih nezavisnih čimbenika, interesantno je cijelo područje vrijednosti čimbenika koje obuhvaća i one vrijednosti koje nisu bile predviđene planom pokusa. Dakle, često je potrebna interpolacijska jednadžba odzivne varijable, odnosno empirijski model procesa. Regresija se primjenjuje u svrhu korelacije prikupljenih eksperimentalnih podataka u različitim inženjerskim problemima, od jednostavne korelacije svojstava proizvoda o procesnim parametrima do analize i optimizacije kompleksnih industrijskih sustava.

3.1. Analiza varijance

Analiza varijance je disperzijski test kojim se ispituje da li rezutati (statistički uzorci) dolaze iz populacije čije su varijance jednake (Dowdy i sur., 2004). Analiza varijance omogućuje definiranje razlika u odstupanjima rezultata od srednjih vrijednosti, što omogućuje testiranje *nul-hipoteze* (H_0). Nul-hipoteza podrazumjeva, da su srednje vrijednosti unutar tretmana (iste razine čimbenika) jednake, te pripadaju istoj populaciji, a varijacija je posljedica pogreške. Ukupna varijacija podataka izražena je preko zbroja kvadratnog odstupanja pojedinih odziva (y_i) od srednje vrijednsti svih odziva ($\bar{y}$) za *n* opažaja:

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 \tag{7}$$

Analiza varijance razdjeljuje ukupnu varijaciju podataka (SS_{tot}) na doprinos čimbenika (SS_x) i doprinos slučajne greške (SS_e):

$$SS_{tot} = SS_x + SS_e \tag{8}$$

pri čemu je *SS*x zbroj kvadratnog odstupanja od srednje vrijednosti između tretmana, a SS_e zbroj kvadratnog odstupanja od srednje vrijednosti unutar tretmana. Varijance se procijenjuju pomoću izraza:

$$s_x^2 = \frac{SS_x}{\nu_x} \tag{9}$$

$$s_e^2 = \frac{SS_e}{\nu_e} \tag{10}$$

pri čemu su ν_e i ν_x pripadajući stupnjevi slobode($\nu_{tot} = \nu_x + \nu_e$).

Za testiranje nul-hipoteze koristi se Fisherov statistik, koji je definiran omjerom varijanci:

$$F_o(\nu_e, \nu_x) = \frac{s_x^2(\nu_x)}{s_e^2(\nu_e)} \tag{11}$$

Uz pretpostavku linearnog statističkog modela i da je pogreška normalno i nezavisno distribuirana, u slučaju valjanosti H_0 opažajni statistik F_o će biti raspodijeljen po *F*-raspodijeli. Pojava signifikantno velikih *F*-vrijednosti ukazuje na to da su srednje vrijednosti populacija različite, odnosno da čimbenik utječe na populaciju. Devijacija od *F*-raspodijele omogućuje identifikaciju čimbenika koji su statistički značajni. Pri tome *p*-vrijednost, koja pokazuje vjerojatnost značajnosti pridružene *F*-vrijednosti, testira valjanost *F*-vrijednosti. U slučaju valjanosti H_0 obje procjene varijance, s_e^2 i s_x^2, nepristrano procijenjuju varijancu σ^2. Ako se hipoteza H_0 odbacuje, s_x^2 poprima veću vrijednost i jedino s_e^2 nepristrano procijenjuje σ^2. Međutim, tada se postavlja pitanje koje se skupine međusobno razlikuju, na što analiza vartjance ne daje odgovor. U tu svrhu koristi se rigoroznija *post-hoc* analiza usporedbe srednjih vrijednosti, poput *Scheffe, Tukey i Bonferroni* testa, koji ukazuju gdje su te razlike prisutne (Marques de Sa, 2007; Hinkelmann, 2008).

Za analizu pokusa u kojem se ispituje utjecaj dva ili više čimbenika koristi se višesmjerna analiza varijance, pri čemu se ukupni zbroj kvadratnog odstupanja rastavlja na doprinose pojedinih čimbenika i doprinos slučajne pogreške (reziduali):

$$SS_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{k} SS_{\text{x},i} + SS_{\text{e}} \tag{12}$$

gdje je *k* ukupni broj čimbenika.

Osjetljivost statističkog testa iskazuje se graničnom razinom statističke značajnosti, *α*. Veličina razine značajnosti govori o tome u kojem postotku se dopušta greška odbacivanja nul-hipoteze. Na primjer, vrijednost $\alpha = 0{,}05$, znači da s vjerojatnošću od 95% tvrdimo da je nulta hipoteza istinita, i dopuštamo malu vjerojatnost (5%) da se radi o pogreški. Odabir vrijednosti razine statističke značajnosti zavisi od implikacija rezultata ispitivanja, a u praksi se koriste vrijednosti 0,1; 0,05; 0,01 ili 0,001. U situacijama kada su implikacije odbacivanja nul-hipoteze ozbiljne (radi sigurnosti, zdravlja itd.) valja zahtjevati snažnije dokaze za njeno odbacivanje (razina značajnosti niža od 0,01). U prehrambenoj tehnologiji većina sustava i procesa ima relativno veliku standardnu devijaciju, (prehrambeni proizvodi su često heterogeni materijali) te se ne uzima niže od $\alpha = 0{,}05$. Potrebno je naglasiti da treba razlikovati statističku značajnost i praktičnu značajnost. Statistička značajnost podrazumjeva odbacivanje nul-hipoteze. Mogućnost statističkog testa za određivanja razlika koje dovode do odbacivanja nul-hipoteze ovisi o broju uzoraka. Na primjer, za velik broj uzorakovanja, test može odbaciti nul-hipotezu, iako su razlike između tih srednjih vrijednosti u praksi prihvatljive i ne predstavljaju opasnost za sigurnost ili zdravlja. S druge strane, ukoliko je broj uzorkovanja mali, razlike koje su velike s inženjerskog aspekta ne moraju nužno dovoditi do odbacivanja nul-hipoteze. Dakle, inženjer ne smije slijepo provoditi statističke testove, nego mora upotrijebiti i inženjersku procijenu statističke analize. Preporuka je da se rezultati ne navode samo u obliku određene razine značajnosti ($p < \alpha$, odnosno $p > \alpha$) već da se navodi *p*-vrijednost. Na taj način se uz rezultat statističkog testa prikazuje kvantitativna mjera značajnosti.

3.2. Višestruka linearna regresijska analiza

Linearna regresijska analiza se sastoji od skupine matematičkih i statističkih metoda pomoću kojih se može definirati relacija između odziva i nezavisnih varijabli. Višestruki regresijski model je algerbarski model kojim se analitički određuje statistička povezanost jedne varijable s dvije ili više varijabli (Montgomery, 1997; Dowdy i sur, 2004). To je jednadžba koja sadrži varijable i parametre:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k) + \varepsilon \tag{13}$$

ε je slučajna varijabla koja modelu daje karakter stohastičnosti, te predstavlja nepoznata odstupanja od funkcionalnog odnosa (reziduale). Kod linearnih modela slučajna varijabla je najčešće aditivni član, dok se u nekim slučajevima, najčešće u nelinearnim modelima, može pojaviti kao čimbenik umnoška s funkcionalnim dijelom modela.

Model višestruke regresije može poprimiti različite oblike, a s obzirom na parametre dijele se na linearne i nelinearne. Izbor modela ovisi o zahtjevima konkretne primjene. Najjednostavniji i zato najčešće korišteni su linearni modeli. Na taj se model prikladnim transformacijama svodi veliki broj nelinearnih modela. Od linearnih modela najčešće se primjenjuje polinomna jednadžba. Za slučaj kvadratnog polinoma, odzivna funkcija se aproksimira jednadžbom:

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j X_j + \sum_{j=1}^{k} \beta_{jj} X_j^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \tag{14}$$

pri čemu je *k* broj varijabli, a β_j nepoznati parametri, odnosno regresijski koeficijenti. Za slučaj dvije varijable, odzivna ploha je opisana jednadžbom:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon \tag{15}$$

Ukoliko se regresijska veza između zavisne varijable *y* i odabranog skupa nezavisnih varijabli X želi utvrditi na osnovu *n* opažanja (*n* - ukupni broj pokusa), dobivamo sustav od *n* jednadžbi koji se može prikazati matričnom jednadžbom:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \cdot \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{16}$$

pri čemu je **Y** ($n \times 1$) vektor opaženih vrijednosti zavisne varijable, **X** ($n \times (k+1)$) matrica vrijednosti nezavisnih varijabli, $\boldsymbol{\beta}$ je ($(k+1) \times 1$) vektor nepoznatih parametara, dok $\boldsymbol{\varepsilon}$ predstavlja ($n \times 1$) vektor reziduala.

Pretpostavka modela je da zavisne varijable nisu slučajne i da su međusobno nezavisne, i da slučajne varijable imaju očekivanje jednako nuli s konstantnom varijancom ($E(\varepsilon_i)=0$, $V(\varepsilon_i)=\sigma^2$). Također slučajne varijable su međusobno nekorelirane. Zadatak regresijske analize je procijena nepoznatih parametara ($\boldsymbol{\beta}$) i nepoznate varijance slučajnih varijabli ($\boldsymbol{\varepsilon}$). Postoje različite metode procjena parametara, ali u većini statističkih progamskih paketa koristi se metoda najmanjih kvadrata:

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \tag{17}$$

Procijenjeni parametar β_j, odnosno regresijski koeficijent uz *j*-tu regresorsku varijablu je parcijalna derivacija $\partial y / \partial x_j$. Parametar β_j se interpretira kao promjena očekivane vrijednosti zavisne varijable za jedinični porast nezavisne varijable x_j, uz pretpostavku da su ostale *k*-1 regresorske varijable nepromjenjene. Parametar β_0 je procijenjena vrijednost zavisne varijable kada su vrijednosti svih nezavisnih varijabli jednake nuli. Procijenjeni parametri regresije β_j, nisu međusobno usporedivi ukoliko su nezavisne varijable x_j izražene u različitim jedinicama mjera. Zato se zavisne varijable modela linearno transformiraju (normiraju) u raspon vrijednosti od -1 do +1 za provedbu statističke analize utjecaja. Na taj način, procijenjeni utjecaji, koji su prikazani u obliku regresijskih koeficijenta, se mogu međusobno uspoređivati. Ukoliko nezavisne varijable nisu normirane, da bi se postigla međusobna usporedivost, mogu se koristiti standardizirani regresijski koeficijenti. U tom slučaju standardizirani regresijski koeficijent uz j-tu regresorsku varijablu pokazuje za koliko će se standardnih devijacija promijeniti varijabla y ako se varijabla x_j promjeni za jednu standardnu devijaciju, uz pretpostavku da su ostale varijable konstantne.

Dodatna pretpostavka normalnosti distribucije vektora reziduala, $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, omogućuje provedbu postupaka testiranja hipoteza o značajnosti pojedinih parametara i modela kao cjeline, te ostalih dijagnostičkih testova. Statistička signifikantnost pojedinih regresijskih koeficijenata, odnosno utjecaja, određuje se analizom varijance i izražena je preko p-vrijednosti. Članovi koji imaju p-vrijednost nižu od granične razina signifikantnosti se uvrštavaju u model. Tako, konačne jednadžbe modela formiraju jedino statistički signifikantni članovi. Osim testiranja značajnosti pojedinačnih regresijskih koeficijenata, može se testirati i regresijski model kao cjelina. U tu svrhu određivanja signifikantnosti regresije postavlja se hipoteza o (ne)postojanju linearne ovisnosti između nezavisnih i zavisnih varijabli. Tada analiza varijance podrazumjeva da su ukupne varijacije zavisne varijable podjeljene na dio koji se može pripisati regresiji (varijabilnost objašnjena regresijskim modelom, SS_{reg}) i dio koji se može pripisati slučajnim utjecajima, dakle neprotumačeni rezidualni dio (varijabilnost zbog pogeške, SS_e). Rezidualni zbroj kvadratnog odstupanja (SS_e) podijeljen sa stupnjevima slobode je nepristrana procjena varijance regresije:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{\nu} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{n-(k+1)} \tag{18}$$

gdje (k + 1) označava broj parametara u modelu.

Standardna devijacija regresije (s) predstavlja apsolutnu mjeru reprezentativnosti regresije i tumači se kao prosječno odstupanje empirijskih od regresijskih vrijednosti zavisne varijable. Relativni pokazatelj mjere reprezentativnosti regresije je iskazan koeficijentom determinacije (R^2) koji označava udio protumačenog dijela zbroja kvadrata odstupanja od zbroja kvadrata ukupnih odstupanja zavisne varijable od prosjeka ($SS_{tot} = SS_{reg} + SS_e$):

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{SS_{tot}} \tag{19}$$

Promatrani model je to reprezentativniji što je koeficijent determinacije bliže jedinici. Međutim, taj pokazatelj ima nedostatak jer nije nepristran, budući da je to veći što je veći broj regresorskih varijabli uključen u model, bez obzira da li značajno opisuju varijaciju zavisne variable ili ne. Stoga se često uz R^2 računa korigirani koeficijent determinacije (R^2_{adj}), koji je nepristran jer uzima u obzir broj parametara (uzima u obzir broj nezavisnih varijabli, k):

Jedan od osnovnih ciljeva regresijske analize je

$$R^2_{adj} = \frac{SS_{reg}}{SS_{tot}} \frac{n-1}{n-(k+1)} \tag{20}$$

predviđanje. Standardizirana prognostička greška se dobiva kao omjer greške i procijenjene standardne devijacije koja ima t-raspodjelu s pripadajućim stupnjevima slobode. Stoga je granica pouzdanosti regresijskih koeficijenata definirana kao:

$$\beta_i \pm t_{\alpha/2}(\nu) \cdot s_{\beta_i} \tag{21}$$

pri čemu je $t_{\alpha/2}(\nu)$ Studentova t-vrijednost za odabranu razinu značajnosti (α/2) i pripadajući stupanj slobode. Unutar izračunatih granica nalazit će se stvarna vrijednost zavisne varijable uz vjerojatnost 1-α.

Za analizu prikupljenih eksperimentalnih podataka većina statističkih metoda temelji se na pretpostavci da su članovi slučajne pogreške distribuirani normalno unutar svake populacije, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ i da vrijedi pretpostavka homoskedastičnosti (homogene varijance populacija). Komercijalni statistički programski paketi omogućuju različite testove normalnosti podataka (npr. *Shapiro-Wilksov* test), kao i test homoskedastičnosti (npr. *Bartlettov* test) (Montgomery, 1997; Marques de Sa, 2007). Ukoliko ne vrijedi pretpostavka konstantnosti varijance (problem heteroskedastičnost), potrebno je prethodno prilagoditi podatke uz prikladnu transformaciju kako bi se varijance izjednačile. U tu svrhu najčešće se koriste matematički izrazi, koji sadrže operacije poput drugog korijena ili prirodnog logaritma. Cilj je ispitati cijelu familiju funkcija iz koje se odabere ona koja najbolje stabilizira varijancu. Jedna od takvih metoda je *Box-Coxova* analiza, koja koristi familiju potencijskih funkcija (Box, 1964; Carroll i Ruppert, 1981). Međutim, iako transformacijske funkcije mogu stabilizirati varijance, mogu biti nepoželjne jer utječu na linearnost ovisnosti. U tom slučaju kada se kod heteroskedastičnih podataka želi zadržati linearna funkcijska ovisnost, upotrebljava se regresijska analiza koja koristi težinske koeficijente (w_i=1/ s_{yi}^2) za ujednačavanje varijanca (Guthrie i sur., 2003):

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i^2}{\nu} \tag{22}$$

Zaključci

Metode planiranja pokusa i njihova statistička obrada značajno ubrzavaju i poboljšavaju proces istraživanja i dovode do pouzdanijih zaključaka, te stoga zaslužuju veću primjenu u industriji i u akademskoj zajednici.

Za razliku od eksperimentiranja koje podrazumjeva variranje vrijednosti jednog čimbenika dok se ostali drže na konstantnim vrijednostima, statističke metode planiranja pokusa omogućuju istovremeno variranje više čimbenika, čija naknadna analiza omogućava dobivanje podataka o njihovom utjecaju kao i utjecaj međudjelovanja čimbenika. Budući da ljudi mogu pratiti pojedinačno utjecaj samo jednog čimbenika, potrebni su računalni algoritmi kako bi se omogućila usporedba više čimbenika odjednom kao i njihova međudjelovanja. U ovom radu izložene su korisne statističke metode za analizu podataka, od kojih su analiza varijanca i višestruka linearna regresija detaljnije opisane i diskutirane.

Eksperimentiranje je najbolje provoditi u fazama pri čemu svaka faza pruža uvid kako pristupiti sljedećem pokusu. Upotreba djelomičnih faktorijalnih planova može drastično smanjiti broj pokusa jer zanemaruju međudjelovanja prvog ili višeg reda, ovisno o rezoluciji plana. Često, međudjelovanja višeg reda unose samo dodatnu kompleksnost i nisu od interesa ukoliko se istraživani proces želi opisati maksimalno pojednostavljenim matematičkim modelom. Stoga djelomični faktorijalni planovi nalaze veliku primjenu u istraživanju, razvoju i unapređenju procesa u industriji. Preliminarnim pokusima se iz velikog broja čimbenika odaberu najznačajniji, najčešće upotrebom Plackett-Burmanovog plana pokusa. Za potpun opis linearnih sustava primjenjuje se faktorijalni plan s varijacijom čimbenika na dvije razine. Ukoliko se pokaže da je linearni model neadekvatan dodatkom centralne točke, istraživanje se može proširiti dodatnim mjerenjima uvodeći osne točke Box-Wilsonovog centralno kompozitnog plana, najčešće korištenog plana u industriji za opis nelineranih sustava. Za popravak ili proširenje loših, odnosno nepotpunih planova, moguće je generirati optimalni plan pokusa za dane uvijete upotrebom iterativnog algoritma, poput D-optimalnog algoritma. Primjena takvih optimalnih planova je često jedina opcija ukoliko se razine čimbenika fizički ne mogu varirati prema klasičnim planovima. Taguchijev plan pokusa je naročito pogodan za primjenu u proizvodnom inženjerstvu i kontroli kvalitete u svrhu pronalaženja uvjeta koji čine proces robustnijim.

Literatura

Box, G., Behnken, D. (1960): Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables", *Technometrics,* 2, str. 455–475.

Box, G., Cox, D. R. (1964): An Analysis of Transformations, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 26 (2), str. 211–252.

Box, G., Hunter W. G., Hunter J.S. (1978): Statistics for Experimenters, John Wiley & Sons., New York.

Box, G., Wilson, K. B. (1951): On the Experimental Attainment of Optimum Conditions, *Journal of Royal Statistical Society, Series B*, 13, str. 1-38.

Carroll, RJ and Ruppert, D. (1981): On prediction and the power transformation family *Biometrika*, 68, str. 609-615.

Dowdy, S., Wearden, S., Chilko, D. (2004): Statistics for Research, John Wiley & Sons., New Jersey.

Fisher, R. (1925): Statistical Methods for Research Workers, Oliver & Boyd, Edinburgh and London.

Fisher, R. (1935): The Design of Experiments, Hafner Press, New York.

Goupy, J. L. (1993): Methods for Experimental Design: Principles and Aplications for Physicists and Chemists, Elsevier, Amsterdam.

Guthrie, W., Filiben J., Heckert, A. (2003): NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods - Process Modelling. Dostupno na: http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/. Pristupljeno: 06.09.2010.

Hinkelmann, K. (2008): Design and Analysis of Experiments, John Wiley & Sons., New Jersey.

Marques de Sa, J. P. (2007): Applied Statistics Using SPSS, STATISTICA, MATLAB and R, STATISTICA, Springer, Berlin.

Montgomery, D. C. (1997): Design and Analysis of Experiments, John Wiley & Sons., NewYork.

Pearson, E. S. (1973): Some historical reflections on the introduction of statistical methods in industry, *The Statistician,* 22, str. 165–179.

Plackett, R. L., Burman, J. P. (1946): The Design of Optimal Multifactorial Experiments *Biometrika,* 33 (4), str. 305-325.

Student (1908): The probable error of a mean, Biometrika 6 (1), str.1-25.

Taguchi, G. (1986): *Introduction to Quality Engineering.* Asian Productivity Organization,

Dearborn, MI: American Supplier Inst.

Taguchi, G. (1987): *Systems of Experimental Design.* New York: UNIPUB/Kraus International Publications.

Trutna, L., Spagon, P., Enrique del Castillo, Moore, T., Hartley, S., Hurwitz, A. (2003): NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods - Process Improvement. Dostupno na: http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/. Pristupljeno: 06.09.2010.

Ukrainczyk, M., Kontrec, J., Babić-Ivančić, V., Brečević, Lj., Kralj, D. (2007): Experimental design approach to calcium carbonate precipitation in a semicontinuous process, *Powder Technology,* 171, str. 192-199.

Zabell, S. L. (2008): On Student's 1908 Article"The probable error of a mean", *Journal of the American Statistical Association,* 103 (481), str. 1-7.

Autor / *Author*

Marko Ukrainczyk
Institut Ruđer Bošković
Bijenička cesta 54
10 000 Zagreb