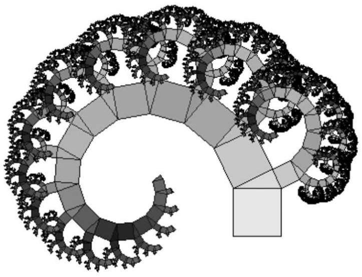
# Upoznajmo fraktale

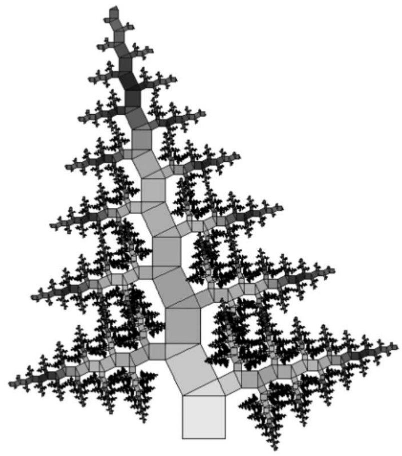
*Viktorija Sukser*

Fraktali su geometrijski oblici, tj. slike, dobivene određenim postupcima te često imaju svojstvo **samosličnosti** (engl. *self similarity*).

Za početak pogledajmo najjednostavniji primjer fraktala:



Slika 1. *Pitagorina brokula*



Slika 2. *Pitagorino božićno drvce*

Fraktal na slici 3. nosi naziv Cantorov skup, po matematičaru **G. Cantoru**, a dobiva se ovako:
dužinu (bilo koje duljine) podijelimo na tri dijela i izbacimo srednji;
dva preostala dijela ponovno podijelimo svaki na tri dijela i izbacimo srednji;
opet s preostalim dijelovima napravimo isto.

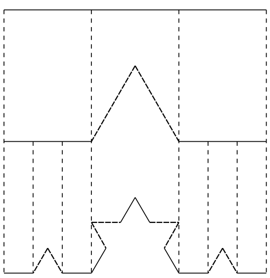

Slika 3. *Cantorov skup*

Taj će postupak trajati (teoretski) u beskonačnost. To se zove iteracija.

Dakle, iteracija je *"ponavljanje neke zadane propisane procedure mnogo, u načelu beskonačno mnogo puta"*.

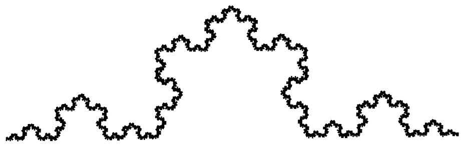
Iteracijom od jedne dužine, preko Cantorova skupa, dobivamo krajnji rezultat: niz od beskonačno mnogo nepovezanih točaka, što se naziva ***Cantorovom prašinom***.

Nešto složenija od Cantorovog skupa jest Kochova krivulja snježne pahuljice. Radi se o tome da je švedski matematičar **Helge von Koch** razvio još jedan prikaz fraktala, oblika poput snježne pahulje. To je napravio tako što je na pravcu (skup točaka koji se proteže u beskonačnost) izdvojio jedan dio (određene duljine) te ga zamijenio dvama istima koji se spajaju u jednoj točki – kao jednakostranični trokut. Zatim je svakoj od tih dviju dužina srednju trećinu zamijenio dvjema takvima. Taj je postupak ponovio za svaku novonastalu dužinu te je njegova "krajnja" slika izgledala ovako:

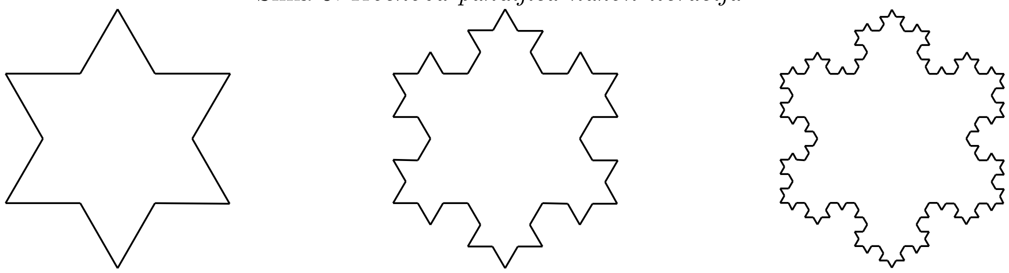


Slika 4. *Kochova pahuljica*

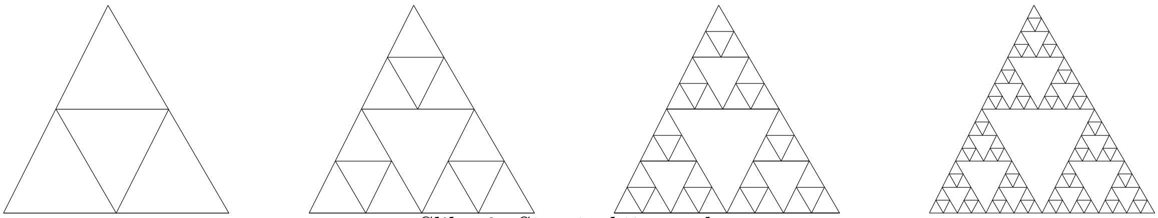
Dosad su fraktali imali jednostavan, zanimljiv oblik. Dolazimo do malo složenijih…



Slika 5. *Kochova pahuljica nakon iteracija*

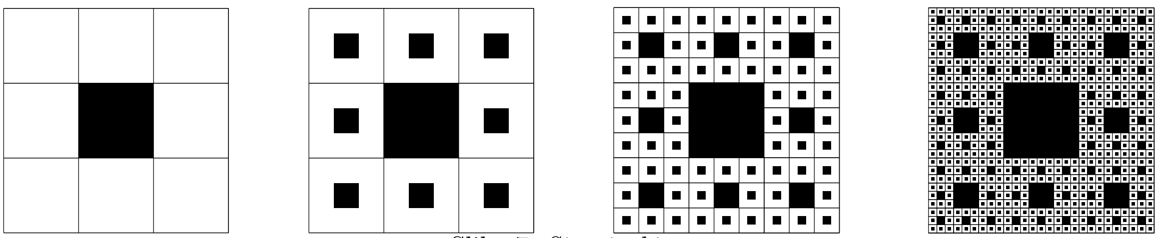


Među njima su i ***Sierpinskijev trokut*** te ***Sierpinskijev sag***. Konstruirao ih je poljski matematičar **W. Sierpinski**. Počnimo od trokuta sa stranicama jednake duljine (jednakostranični trokut). Sierpinski je, spojivši polovišta triju stranica u takvom trokutu, podijelio početni trokut na četiri sukladna jednakostranična trokuta, te izbacio srednji (onog čiji su vrhovi polovišta stranica). U ostalim trima trokutima primijenio je isti postupak − dakle, spojio je polovišta stranica, čime je dobio u svakom trokutu četiri manja, sukladna, jednakostranična i opet izbacio srednji. To je sve ponovio u svakom preostalom trokutu. Tako je dobio ono što se po njemu naziva Sierpinskijevim trokutom. Također se takva iteracija može primijeniti na pravokutni trokut.



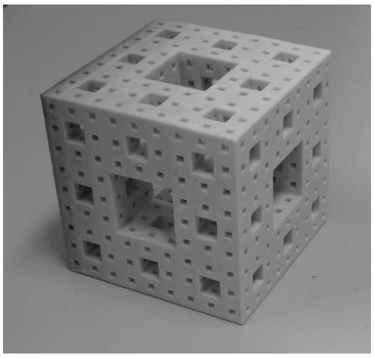
Slika 6. *Sierpinskijev trokut*

Osim trokuta, Sierpinski je isto interpretirao i za kvadrat. Početni se kvadrat podijeli na devet identičnih kvadrata (polja), i izbaci se srednji (peti kvadrat). Svaki od preostalih kvadrata ponovno se podijeli na devet jednakih dijelova i izbaci se srednji kvadrat; pa se opet iz svih ostalih kvadrata podjelom na devet izbaci srednji, itd. Tako se dobiva Sierpinskijev sag:

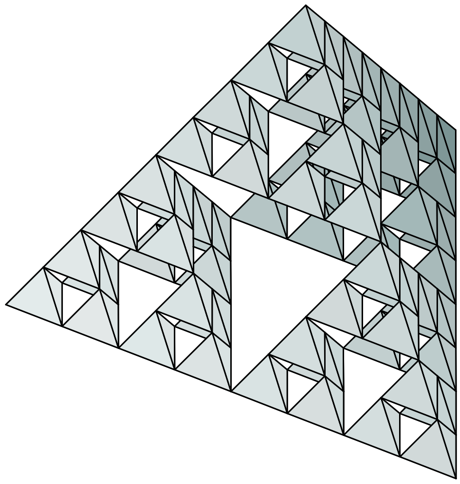


Slika 7. *Sierpinski sag*

Nešto vrlo slično Sierpinskijevom sagu upotrijebio je i matematičar **Menger** u svojem trodimenzionalnom prikazu. On je koristio geometrijsko tijelo - kocku. Podijelio ju je na dvadeset i sedam jednakih manjih kocaka te iz svake trećine izvadio srednju. Sve ostale kocke također je podijelio na daljnjih dvadeset i sedam dijelova pa je i iz njih izvadio od svake trećine srednju i tako je ponavljao taj postupak dok na kraju nije dobio jednu vrlo krhku i gotovo potpuno šuplju konstrukciju, koja se danas naziva Mengerovom spužvom.



Slika 8. *Mengerova spužva*



Slika 9. *Sierpinskijev tetraedar*

Fraktali su prepoznatljivi u mnogim oblicima što ih susrećemo svakog dana u našim običnim životima (kao što su npr. oblik božićnog drvca – jele, zatim brokule pa i paprati; ali i razni simetrični uzorci na sagovima).

Slika 10. *Paprat*

Najkompleksniju skupinu fraktala predstavljaju **Julijin skup** i zapanjujuće očaravajući **Mandelbrotov skup**. No, o njima ćemo neki drugi put.