

# BUILDING A THEORETICAL FRAMEWORK FOR EVALUATING THE PREDICTIVE CAPABILITY OF VARIABLES IN THE GRAVITY MODEL

## IZRADA TEORIJSKOG OKVIRA ZA OCJENU PREDIKTIVNIH SPOSOBNOSTI VARIJABLI U GRAVITACIJSKOM MODELU VANJSKE TRGOVINE

JOSIC, Hrvoje

**Abstract:** This paper presents a theoretical framework for evaluating the predictive capability of variables in the gravity model of trade. Variables incorporated in the standard gravity model of trade are gross domestic product of trade partner countries (GDP) and bilateral distance between them. Previous investigations on the gravity model of trade have been limited on econometrical modeling and evaluation of regression coefficients and its significance in the regression models only. In the paper innovative approach for evaluating the predictive capability of variables in the gravity model of trade by using sign and rank tests is presented.

**Key words:** gravity model, predictive capability, sign and rank tests

**Sažetak:** Ovaj rad predstavlja teorijski okvir za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine. Varijable uključene u standardni gravitacijski model vanjske trgovine su bruto domaći proizvod zemalja vanjskotrgovinskih partnera (BDP) i bilateralna udaljenost između njih. Dosadašnja istraživanja gravitacijskog modela vanjske trgovine bila su ograničena na ekonometrijsko modeliranje i procjenu regresijskih koeficijenata i njihovu signifikantnost u regresijskim modelima. U radu se koristi inovativan pristup za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine korištenjem testova predznaka i rangova.

**Ključne riječi:** gravitacijski model, prediktivna sposobnost, test predznaka i rangova



**Author's data:** Hrvoje, **Jošić**, doc. dr. sc., Ekonomski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Trg J. F. Kennedyja 6, 10 000 Zagreb, hjosic@efzg.hr

## 1. Uvod

Gravitacijski model vanjske trgovine na međunarodnu trgovinsku razmjenu gleda poput Newtonovog zakona gravitacije. Temeljne varijable u gravitacijskom modelu vanjske trgovine su bruto domaći proizvod zemalja vanjskotrgovinskih partnera i udaljenost između njih. Mogućnost bilateralne razmjene između zemalja će biti veća što je veća ekonomска snaga zemalja, mjereno bruto nacionalnim ili bruto domaćim proizvodom, i manja što je veća udaljenost između njih. Udaljenost između zemalja se u empirijskim istraživanjima najčešće aproksimira sa zračnom udaljenošću između glavnih gradova zemalja. Gravitacijski model vanjske trgovine se prvi put počeo koristiti na polju međunarodne trgovine 1962. godine u radu poznatog nizozemskog ekonomista Jana Tinbergena [13]. Dosadašnja empirijska istraživanja gravitacijskog modela vanjske trgovine su bila većinom ograničena na ekonometrijsko modeliranje i procjenu regresijskih koeficijenata i njihovu signifikantnost u regresijskim modelima. Međutim, do sada nije napravljena sveobuhvatna analiza prediktivnih sposobnosti tih varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine. To znači da se sama sposobnost predviđanja trgovinskih tokova navedenih varijabli do sada nije mjerila i kvantificirala. Prediktivna sposobnost varijabli u gravitacijskom modelu je vrlo značajna kako bi se korektno predvidjeli trgovinski tokovi između zemalja.

U ovom radu se koristi inovativan pristup za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine korištenjem testova predznaka i ranga što je i sam cilj rada. To je nova ideja koja se temelji na već poznatom konceptu korištenja testova predznaka i ranga prilikom testiranja Heckscher-Ohlinove teorije vanjske trgovine [11], odnosno Heckscher-Ohlin-Vanekovog teorema [16]. Do sada je korišten velik broj različitih testova predznaka i ranga prilikom empirijskih istraživanja H-O-V teorema [9]. Test predznaka se računa usporedbom aktualnih vrijednosti i prosječne vrijednosti pojedinih varijabli, BDP ili Udaljenost, sa aktualnim i prosječnom vrijednosti ostvarenih bilateralnih trgovinskih tokova. Test predznaka pokazuje postotak slučajeva u kojima pojedina varijabla može korektno predvidjeti volumen bilateralnih trgovinskih tokova. S druge strane test rangova uspoređuje kvalitativne vrijednosti rangova prediktivnih varijabli s rangovima ostvarenih bilateralnih trgovinskih tokova. U postupku mjerjenja točnosti prediktivnih sposobnosti varijabli u testu rangova se koriste srednja absolutna postotna pogreška i i korijen srednje kvadratne pogreške. U postupku testiranja očekuje se da će obje varijable, BDP i Udaljenost, imati vrlo visok postotak ostvarenih točnih predviđanja na testu predznaka i testu rangova. Rad se sastoji od pet cjelina. Nakon uvoda, u drugom poglavlju su objašnjene teorijske i empirijske značajke gravitacijskog modela vanjske trgovine. Teorijski okvir za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu trgovine je prikazan i objašnjen u trećem poglavlju rada. U četvrtom poglavlju su izloženi najznačajniji zaključci rada, ograničenja istraživanja i dane smjernice za buduća istraživanja na ovom području dok je popis izvora naveden u petom poglavlju.

## 2. Gravitacijski model vanjske trgovine

U ovom poglavlju su prikazani i objašnjeni teorijski i empirijski aspekti gravitacijskog modela vanjske trgovine. Gravitacijski model vanjske trgovine se može prikazati u obliku jednadžbe:

$$T_{ij} = G \frac{BDP_i^\alpha BDP_j^\beta}{Udaljenost_{ij}^\gamma} \quad (1)$$

pri čemu su  $T_{ij}$  bilateralni trgovinski tokovi koji predstavljaju izvoz, uvoz i ukupnu bilateralnu razmjenu,  $G$  je gravitacijska konstanta,  $BDP_i$  je bruto domaći proizvod domicilne zemlje  $i$  dok je  $BDP_j$  bruto domaći proizvod zemlje  $j$ , vanjskotrgovinskog partnera. Udaljenost između zemalja je iskazana varijabлом  $Udaljenost_{ij}$ , koja pokazuje zračnu udaljenost između glavnih gradova zemalja  $i$  i  $j$ , dok su  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  regresijski koeficijenti. Za potrebe ekonometrijske regresijske analize, jednadžba 1 se često transformira u linearni oblik korištenjem logaritamske transformacije:

$$\log T_{ij} = \log G + \alpha \log BDP_i + \beta \log BDP_j + \gamma \log Udaljenost_{ij} + \delta \log \theta_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

U jednadžbi 2,  $\theta_{ij}$  predstavlja sve ostale determinante koje utječu na bilateralne trgovinske tokove. To su zajednička granica i jezik, kolonijalne veze, članstvo u regionalnim i međunarodnim ekonomskim integracijama i organizacijama, itd.

Iako nema čvrsto teorijsko uporište, gravitacijski model vanjske trgovine se pokazao vrlo uspješnim u empirijskim istraživanjima bilateralnih trgovinskih tokova i dugo vremena se smatra jednim od najstabilnijih i najkorištenijih empirijskih modela u ekonomiji. Gravitacijski model vanjske trgovine se također koristio prilikom dokazivanja i testiranja različitih teorija vanjske trgovine. Anderson [1] je prvi pokušao dati teorijski okvir gravitacijskom modelu vanjske trgovine. U njegovom modelu dobra su diferencirana prema zemlji porijekla pri čemu je nacionalni dohodak suma domaće i inozemne potražnje za pojedinim dobrom koje zemlja proizvede. Prema Bergstrandu [3] gravitacijski model je direktna implikacija modela utemeljenog na monopolističkoj konkurenciji razvijenog od strane P. Krugmana [10], Deardorff [5] je pokazao da se gravitacijski model može izvesti iz tradicionalnog modela faktorskih proporcija [17] dok su Eaton i Kortum [6] dokazali poveznicu Ricardove teorije komparativnih prednosti i gravitacijskog modela vanjske trgovine. Povrh toga, Helpman i dr. [8] izveli su gravitacijski model iz teorijskog modela vanjske trgovine s diferenciranim dobrima i heterogenošću firmi. Dok teorijsko opravdanje gravitacijskog modela više nije predmet rasprava, u posljednje vrijeme postavljaju se pitanja oko ispravne ekonometrijske procjene gravitacijskog modela. Anderson i Van Wincoop [2] su pokazali da izostavljanje takozvanog multilateralnog trgovinskog otpora (eng. multilateral trade-resistance) može dovesti do pogrešaka pristranosti u procijenjenom regresijskom modelu. Korektna procjena regresijskog

modela podrazumijeva ispravno postupanje s problema nula u trgovinskim podacima (prilikom logaritamske transformacije), izbor optimalnog procjenitelja i dinamike u gravitacijskim modelima, De Benedictis i Taglioni [4]. U slučaju kada nema razmjene (nula u trgovinskim podacima) logaritamski model se ne može konstruirati budući da logaritam od nula nije definiran. Najpoznatije metode koje su se bavile ovim problemom su Tobinova metoda (tzv. Tobit model) [14], Heckmanova procedura, Heckman [7] i Pseudo-Poisson Maximum Likelihood (PPML) model, Santos Silva i Tenreyro [12].

### 3. Teorijski okvir za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine

U ovom poglavlju je prezentiran i objašnjen teorijski okvir za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine. Ideja ovog pristupa je korištenjem testa predznaka i ranga procijeniti prediktivnu sposobnost varijabli Bruto Domaći Proizvod i Udaljenost u gravitacijskom modelu vanjske trgovine. S obzirom da je gravitacijski model vanjske trgovine uspješno implementiran u brojnim empirijskim istraživanjima, očekuje se da će obje prediktivne varijable imati visok postotak uspješnosti predviđanja na testu predznaka i testu rangova. Kao što je već prije rečeno, ideja korištenja testa predznaka i testa rangova je "posuđena" iz testiranja Heckscher-Ohlin-Vanekova teorema, posebnog slučaja više zemalja, više dobara i više proizvodnih faktora u sklopu Heckscher-Ohlinove teorije. Međutim, postotak točnih predviđanja prilikom testiranja H-O-V modela često nije prelazio 50% odnosno vjerojatnost dobivenu prilikom nasumičnog bacanja novčića, Trefler [15]. U jednadžbi 3 je prikazan test predznaka za varijablu BDP:

$$\text{Predznak}\left(BDP_j - \frac{\sum_{j=1}^n BDP_j}{n}\right) = \text{Predznak}(T_j - \frac{\sum_{j=1}^n T_j}{n}) \quad (3)$$

Prema testu predznaka za varijablu BDP, predznak razlike između bruto domaćeg proizvoda zemlje  $j$ , vanjskotrgovinskog partnera zemlje  $i$ ,  $BDP_j$ , i aritmetičke sredine (prosječne) vrijednosti BDP-a svih zemalja vanjskotrgovinskih partnera zemlje  $i$ ,  $\frac{\sum_{j=1}^n BDP_j}{n}$ , bi trebao biti jednak predznaku razlike između aktualnih trgovinskih tokova,  $T_j$  i aritmetičke sredine vrijednosti svih trgovinskih tokova  $\frac{\sum_{j=1}^n T_j}{n}$ . To znači, ako je bruto domaći proizvod zemlje trgovinskog partnera  $j$  veći od prosječne vrijednosti, trgovinski tokovi sa tom zemljom bi trebali biti veći u odnosu na prosječne trgovinske tokove. U tom slučaju bi se ostvario pozitivan predznak na testu predznaka. Na taj način test predznaka predviđa volumen razmjene koji se potom uspoređuje sa ostvarenom vrijednosti razmjene. Umjesto varijable trgovinski tokovi u analizi se mogu koristiti i vrijednosti uvoza ili izvoza zemalja. U jednadžbi 4 je prikazan test predznaka za varijablu Udaljenost.

$$\text{Predznak} \left( \text{Udaljenost}_{ij} - \frac{\sum_{j=1}^n \text{Udaljenost}_{ij}}{n} \right) = \text{Predznak} (T_j - \frac{\sum_{j=1}^n T_j}{n}) \quad (4)$$

Slična metodologija se može primijeniti i za varijablu Udaljenost; ako je zemlja vanjskotrgovinski partner  $j$  udaljenja od prosječne udaljenosti, razmjena s tom zemljom bi trebala biti manja od prosječne vrijednosti razmjene i obrnuto. Nakon što je u jednadžbama 3 i 4 prikazana metodologija za provođenje testa predznaka, u jednadžbama 5 i 6 je prikazana metodologija za provođenje testa rangova. Kao što sam naziv kaže test rangova rangira vrijednosti varijabli prema veličini odnosno rangu. Kod provođenja testa rangova za varijablu BDP, u procesu rangiranja zemlja  $j$  sa najvećom vrijednosti BDP-a dobiva rang 1, druga zemlja po najvećoj vrijednosti BDP-a dobiva rang 2, treća zemlja po najvećoj vrijednosti BDP-a dobiva rang tri i tako dalje. Zemlja koja po vrijednosti BDP-a ima rang 1 bi prema testu rangova trebala imati i najveću vrijednost vanjskotrgovinske razmjene sa zemljom  $i$  i obrnuto. U jednadžbi 5 je prikazan test rangova za varijablu BDP.

$$\text{Rang}(BDP_j) \sim \text{Rang}(T_j) \quad (5)$$

S druge strane, za varijablu Udaljenost vrijedi suprotno. Zemlja  $j$  koja je najmanje udaljena od domicilne zemlje  $i$ , pri čemu se razmatra udaljenost između glavnih gradova zemalja, dobiva rang 1 odnosno zemlja koja je najudaljenija od zemlje  $i$  dobiva najveći rang. U jednadžbi 6 je prikazan test rangova za varijablu Udaljenost:

$$\text{Rang}(\min(Udaljenost_{ij})) \sim \text{Rang}(\max(T_j)) \quad (6)$$

Očekuje se da će zemlja  $i$  najviše trgovati sa zemljama susjedima ponajviše zbog smanjenih transportnih troškova. Razlike između očekivanih i aktualnih rangova se promatraju kao pogreške. U procesu računanja pogreški koriste se dvije metode: korijen srednje kvadratne pogreške, eng. root mean squared error (RMSE) i srednja apsolutna postotna pogreška, eng. mean absolute percentage error (MAPE). Korijen srednje kvadratne pogreške rangova za varijablu BDP se računa koristeći sljedeću jednadžbu 7:

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\text{TRang}_{ji} - \text{GDPRang}_{ji})^2}{n_i}}, \quad (7)$$

pri čemu je  $RMSE_i$  korijen srednje kvadratne pogreške zemlje  $i$  vezano uz varijablu BDP,  $\text{TRang}_{ji}$  je rang zemlje  $j$ , zemlje vanjskotrgovinskog partnera domicilne zemlje  $i$  prema vrijednosti trgovinske razmjene,  $\text{GDPRang}_{ji}$  je rang zemlje  $j$  prema vrijednosti bruto domaćeg proizvoda dok je  $n_i$  broj zemalja vanjskotrgovinskih partnera zemlje  $i$ . S druge strane srednja apsolutna postotna pogreška (MAPE) za varijablu BDP se računa na sljedeći način (jednadžba 8):

$$MAPE_i = \frac{\sum_{j=1}^n \left| \frac{TRang_{ji} - GDPRang_{ji}}{TRang_{ji}} \right|}{n_i} \cdot 100, \quad (8)$$

gdje je  $MAPE_i$  srednja apsolutna postotna pogreška zemlje  $i$  vezano uz varijablu BDP,  $TRang_{ji}$  je rang zemlje  $j$ , zemlje vanjskotrgovinskog partnera domicilne zemlje  $i$  prema vrijednosti trgovinske razmjene,  $GDPRang_{ji}$  je rang zemlje  $j$  prema vrijednosti bruto domaćeg proizvoda dok je  $n_i$  broj zemalja vanjskotrgovinskih partnera zemlje  $i$ . Za razliku od korijena srednje kvadratne pogreške koja je iskazana u apsolutnim mjernim jedinicama, u ovom slučaju rangovima, srednja apsolutna pogreška je dana u postocima. U jednadžbama 9 i 10 su prikazane formule za izračun korijena srednje kvadratne pogreške i apsolutne postotne pogreške zemlje  $i$  vezano uz varijablu Udaljenost.

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (TRang_{ji} - GDPRang_{ji})^2}{n_i}}, \quad (9)$$

$$MAPE_i = \frac{\sum_{j=1}^n \left| \frac{TRang_{ji} - GDPRang_{ji}}{TRang_{ji}} \right|}{n_i} \cdot 100, \quad (10)$$

Metodologija navedena u ovom radu predstavlja teorijski okvir za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine i može se primjeniti prilikom izrade empirijske analize koristeći podatke za različite zemlje i vremenska razdoblja.

#### 4. Zaključak

Značaj rada se ogleda u izradi teorijskog okvira za ocjenu prediktivnih sposobnosti varijabli u gravitacijskom modelu vanjske trgovine. To je inovativan pristup na ovom području jer se dosadašnja praksa svodila samo na ekonometrijsko testiranje i procjenu regresijskih koeficijenata u gravitacijskom modelu. S obzirom da je gravitacijski model vanjske trgovine prepoznat kao vrlo značajan ekonomski model, ovaj pristup baca novo svjetlo na ovom važnom području istraživanja. Prednost korištene metodologije se ogleda u novom načinu analize prediktivnih svojstava varijabli u odnosu na dosadašnja testiranja značajnosti regresijskog modela dok je ograničenje modela vezano uz samu raspoloživost podataka, odnosno u slučajevima kada nema razmjene između zemalja vanjskotrgovinskih partnera. Preporučuje se da se na temelju ove metodologije provede sveobuhvatno empirijsko istraživanje na uzorku različitih zemalja grupirajući ih prema dohodovnim skupinama i/ili trgovinskoj udaljenosti, za različita vremenska razdoblja koristeći različite trgovinske tokove i indikatore npr. Za varijablu Udaljenost. Također, zanimljivo bi bilo korištenje moda ili medijanske vrijednosti u analizi umjesto aritmetičke sredine kao demarkacijske vrijednosti između aktualnih i predviđenih vrijednosti varijabli.

## 5. Literatura

- [1] [Anderson, J. E. (1979). A theoretical foundation for the gravity equation, *American Economic Review*. Vol. 69, No.1, str. 106-116.
- [2] Anderson, J. E. & Van Wincoop, E. (2003). Gravity with gravitas: A solution to the border puzzle. *American Economic Review*, Vol. 93, No.1, str. 170–192.
- [3] Bergstrand, J. H. (1985). The Gravity Equation in International Trade: Some Microeconomic Foundations and Empirical Evidence. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 67, No. 3, str. 474–81.
- [4] De Benedictis, L., Taglioni, D. (2011). *The Gravity Model in International Trade*, The Trade Impact of European Union Preferential Policies. Springer. *Dostupno na:* <https://ssrn.com/abstract=2384045>. *Pristup:* 07-01-2020
- [5] Deardorff, A. V. (1998). Determinants of Bilateral Trade: Does Gravity Work in a Neoclassical World? In Frankel J.A (ed.) The Regionalization of the World Economy. Chicago: University of Chicago Press. *Dostupno na:* <https://www.nber.org/chapters/c7818.pdf>. *Pristup:* 07-01-2020
- [6] Eaton, J. & Kortum, S. (2002). Technology, Geography, and Trade. *Econometrica*, Vol.70, No.5, str. 1741–1779.
- [7] [7] Heckman, J. (1979). Sample Selection Bias as a Specification Error. *Econometrica*, Vol. 47, No. 1, str. 153-161.
- [8] Helpman, E., Melitz, M. J. & Rubinstein, Y. (2008). Estimating Trade Flows: Trading Partners and Trading Volumes. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 123, No. 2, str. 441-487.
- [9] Kohler, W. K. (1991). How Robust Are Sign and Rank Order Tests of the Heckscher-Ohlin-Vanek Theorem?, Research seminar in international economics, Seminar Discussion paper No. 212. *Dostupno na:* <https://ideas.repec.org/p/mie/wpaper/212.html>. *Pristup:* 07-01-2020
- [10] Krugman, P. (1980.) Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade. *American Economic Review*, Vol. 70, No. 5, str. 950-959.
- [11] Ohlin, B. (1933). Interregional and International Trade. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1966.
- [12] Santos Silva, J. M. C. & Tenreyro, S. (2011). Further simulation evidence on the performance of the Poisson pseudo-maximum likelihood estimator. *Economics Letters*, Vol. 112, No.2, str. 220–222. doi:10.1016/j.econlet.2011.05.008.
- [13] Tinbergen, J. (1962). Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy, New York: The Twentieth Century Funds.
- [14] Tobin, J. (1958). *Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables*. *Econometrica*, Vol. 26, No. 1, str. 24–36.
- [15] Trefler, D. (1995). The Case of the Missing Trade and Other Mysteries. *American Economic Review*, Vol. 85, No. 5, str. 1029-1046.
- [16] Vanek, J. (1968). The Factor Proportions Theory: The N-Factor Case. *Kyklos*, Vol. 21, No.4, str. 749-755.
- [17] World Trade Organization (2012). A Practical Guide to Trade Policy Analysis. *Dostupno na:* [https://www.wto.org/english/res\\_e/publications\\_e/wto\\_unctad12\\_e.pdf](https://www.wto.org/english/res_e/publications_e/wto_unctad12_e.pdf). *Pristup:* 07-01-2020



Photo 031. 4 :) / 4 :)