

# FAULT TOLERANT CONTROL OF A COAXIAL QUADROTOR UAV USING PI-D CONTROLLER

## PI-D REGULACIJA KOAKSIJALNOG KVADROTORA TOLERANTNA NA KVAR ROTORA

KOTARSKI, Denis; PILJEK, Petar; BENIC, Zoran & KRZMAR, Matija

**Abstract:** *In this paper, the control of a coaxial quadrotor UAV experiencing a rotor failure is investigated. First we derive a nonlinear mathematical model for the coaxial quadrotor which includes kinematics and dynamics of the quadrotor. The quadrotor dynamics introduces forces and torques to the model through the usage of the Newton-Euler method. Hybrid coordinate system is defined, and dynamic equations are derived with respect to it. The dynamics equations are simplified for the PI-D controller synthesis which is split into inner and outer control loop. The proposed reduction of the coaxial propulsion system performs the multirotor stabilization and safety landing.*

**Key words:** *Coaxial Quadrotor, PI-D controller, Fault tolerance*

**Sažetak:** *U ovom radu istražena je regulacija koaksijalnog kvadrotora prilikom kvara rotora. Prvo je izveden nelinearni matematički model za koaksijalni kvadrotor koji uključuje kinematiku i dinamiku koja uvodi sile i momente u model preko Newton-Eulerove metode. Hibridni koordinatni sustav definiran je te su jednadžbe dinamike izvedene u odnosu na isti. Jednadžbe dinamike pojednostavljene su i u tom obliku se koriste za sintezu PI-D regulatora koji je podijeljen na unutarnji i vanjski regulacijski krug. Predloženo reduciranje koaksijalnog pogonskog sustava omogućava stabiliziranje i sigurno slijetanje multirotora.*

**Ključne riječi:** *Koaksijalni kvadrotor, PI-D regulator, tolerancija na kvar*



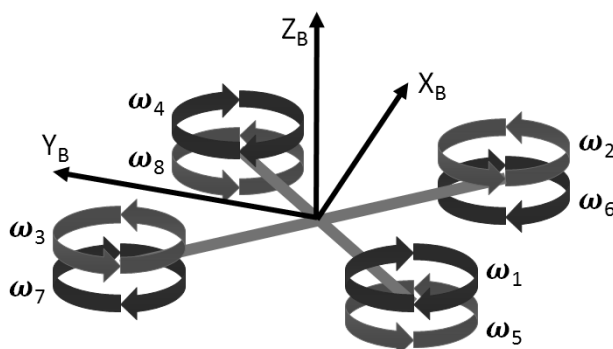
**Author's data:** Denis, **Kotarski**, Assistant, Karlovac University of Applied Sciences, denis.kotarski@triviumsci.com; Petar, **Piljek**, Assistant, University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, petar.piljek@triviumsci.com; Zoran, **Benić**, Koncar D&ST, zoran.benic@triviumsci.com; Matija, **Krznar**, Peti Brod, matija.krznar@triviumsci.com

## 1. Uvod

Posljednjih nekoliko godina multirotori, kao klasa bespilotnih letjelica, postali su vrlo zanimljivi zbog relativno male veličine, jednostavnosti konstrukcije, dobrih manevarskih sposobnosti, povećane korisne nosivosti i ostalih prednosti. Multirotori imaju mogućnost vertikalnog uzlijetanja i slijetanja te stacionarnog leta i leta umjerenom brzinom [1,2]. Ovisno o potrebama, konstruiraju se različite konfiguracije multirotora pri čemu je izbor adekvatnog sustava propulzije ključan [3]. Odabrana X8 struktura multirotora proširuje izvorni koncept kvadrotora na koaksijalni kvadrotor s osam propulzora. X8 multirotor može se koristiti za različite vrste zadataka gdje je potrebna veća nosivost ili gdje je na sustav potrebno primijeniti više senzora. Dinamika multirotora je izvedena Newton-Eulerovim pristupom te je primijenjen PI-D upravljački algoritam za stabilizaciju i obavljanje zadanih zadataka.

## 2. Matematičko modeliranje multirotora

Matematički model opisuje ponašanje multirotora s obzirom na upravljačke varijable sustava i vanjske utjecaje. Gibanje multirotora direktno ovisi o kutnim brzinama propulzora. Model razmatra gibanje multirotora koji je koaksijalne X8 konfiguracije. Sastoji se od X strukture s motorima smještenim na krajevima (slika 1).



Slika 1. Struktura X8 multirotora

### 2.1 Kinematika multirotora

Kinematika multirotora predstavljena je kao kinematika općeg krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja – 6DOF (engl. *Degrees of Freedom*). Potrebno je definirati dva koordinatna sustava: koordinatni sustav zemlje (E-frame,  $\mathcal{F}^E$ ) i koordinatni sustav letjelice (B-frame,  $\mathcal{F}^B$ ).  $\mathcal{F}^E$  je inercijski desnokretni koordinatni sustav pri kojemu Z os gleda od zemlje. U koordinatnom sustavu zemlje definirana je pozicija  $\xi$  i orijentacija  $\eta$  multirotora [4]:

$$\varepsilon = [\xi \ \eta]^T = [X \ Y \ Z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (1)$$

$\mathcal{F}^B$  je fiksiran na tijelo letjelice, a osi su usmjerene prema slici 1. Ishodište  $\mathcal{F}^B$  poklapa se sa centrom gravitacije letjelice. U  $\mathcal{F}^B$  je definirana pravocrtna brzina  $v^B$ , kutna brzina  $\omega^B$ , sile  $F^B$  i momenti  $\tau^B$ :

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}^B \ \boldsymbol{\omega}^B]^T = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T \quad (2)$$

Kinematika općeg krutog tijela sa 6DOF dana je jednažbom:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}^B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}^B \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdje je  $\dot{\mathbf{v}}^B$  vektor pravocrtnih akceleracija, a  $\dot{\boldsymbol{\omega}}^B$  vektor kutnih akceleracija multirotora s obzirom na  $\mathcal{F}^B$ .  $\mathbf{R}$  je matrica rotacije (ortogonalna) koja prebacuje vektor pravocrtne brzine iz jednog koordinatnog sustava u drugi.  $\mathbf{T}$  je matrica transformacije koja prebacuje kutne brzine iz  $\mathcal{F}^B$  u  $\mathcal{F}^E$ .  $\mathbf{v}$  je generalizirani vektor brzine u odnosu na  $\mathcal{F}^B$ .

## 2.2 Dinamika multirotora

Dinamika multirotora je modelirana preko diferencijalnih jednažbi koje su izvedene Newton-Eulerovim pristupom rješavanja jednažbi gibanja krutog tijela sa 6DOF te je opisana sljedećom jednažbom [4, 5]:

$$\mathbf{M}_B \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_B(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\lambda}, \quad (4)$$

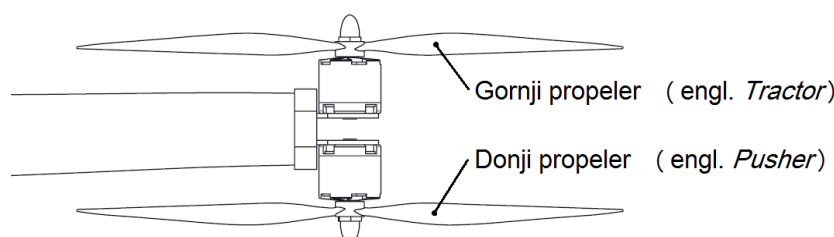
gdje je  $\mathbf{M}_B$  inercijska matrica sustava,  $\mathbf{C}_B(\mathbf{v})$  Coriolis-centripetalna matrica, a  $\boldsymbol{\lambda}$  je generalizirani vektor sila s obzirom na  $\mathcal{F}^B$ :

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{g}_B(\boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{O}_B(\mathbf{v})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{E}_B\boldsymbol{\Omega}^2, \quad (5)$$

gdje je  $\mathbf{g}_B(\boldsymbol{\varepsilon})$  gravitacijski vektor koji u model uvodi gravitacijsku silu,  $\mathbf{O}_B(\mathbf{v})$  je matrica žiroskopskog efekta koja u model uvodi istoimeni efekt. Vektor gibanja u model uvodi silu potiska motora  $U_1$  te momente oko osi sustava  $\mathcal{F}^B$ :  $U_2$ ,  $U_3$  i  $U_4$ . To je ujedno i jedini vektor na koji se može direktno utjecati preko kutnih brzina pojedinih propulzora  $\omega_i$ . Prikazuje se kao umnožak matrice gibanja  $\mathbf{E}_B$  i kvadrata kutnih brzina  $\boldsymbol{\Omega}^2$ . S obzirom da je razmotrena X8 struktura multirotora, matrica gibanja razlikuje se od uobičajenih koje su navedene u spomenutoj literaturi, a koje vrijede za klasičnu strukturu plus konfiguracije kvadrotora:

$$\mathbf{u}_B(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{E}_B\boldsymbol{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & b & b & b & b & b & b & b \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl \\ \frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl & \frac{\sqrt{2}}{2}bl & -\frac{\sqrt{2}}{2}bl \\ d & -d & -d & d & -d & d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \\ \omega_7^2 \\ \omega_8^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Koaksijalni sustav propulzije sastoji se od dva elektromotora i dva propelera (slika 2).



Slika 2. Koaksijalni propulzor

Propeleri rotiraju u suprotnim smjerovima što poništava momente zakretanja pojedinih krakova [3]. Koaksijalni kvadrotor – X8 multirotor ima osam motora, konfiguraciju kvadrotora i simetričnu geometriju. Letjelica stvara više potiska od običnog kvadrotora, a koaksijalna struktura daje veću stabilnost letjelici [6].

Jednadžba (4) zapisana u konačnom obliku zapravo je 2. Newtonov zakon. Nakon preuređivanja dobije se izraz za izračun akceleracija u  $\mathcal{F}^B$ :

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{M}_B^{-1}[-\mathbf{C}_B(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}_B(\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{O}_B(\mathbf{v})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{E}_B\boldsymbol{\Omega}^2] \quad (7)$$

Jednadžba dinamike multirotora (7) napisana je s obzirom na  $\mathcal{F}^B$ . Za daljnje korištenje dinamike prilikom sinteze regulatora, korisno je definirati hibridni koordinatni sustav -  $\mathcal{F}^H$ . U njemu su jednadžbe pravocrtne akceleracije napisane s obzirom na  $\mathcal{F}^E$ , a jednadžbe kutnih akceleracija s obzirom na  $\mathcal{F}^B$ . Generalizirani vektor brzine u hibridnom koordinatnom sustavu:

$$\boldsymbol{\zeta} = [\dot{\boldsymbol{\xi}} \quad \boldsymbol{\omega}^B]^T = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad p \quad q \quad r]^T \quad (8)$$

Dinamika kvadrotora u hibridnom koordinatnom sustavu u matričnoj formi glasi:

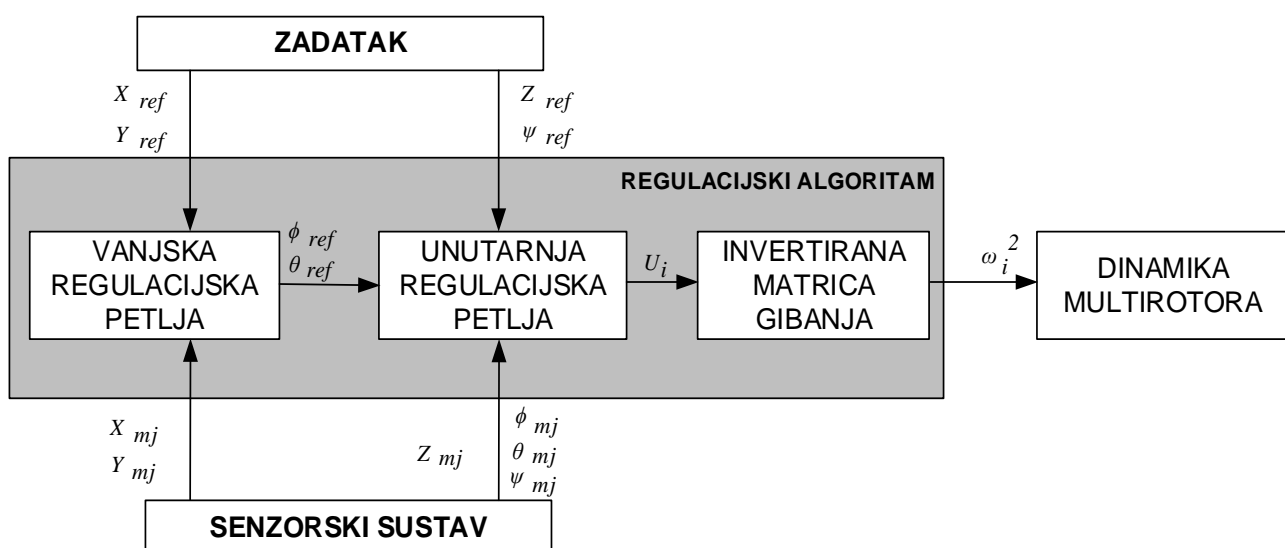
$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \mathbf{M}_H^{-1}[-\mathbf{C}_H(\boldsymbol{\zeta})\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{g}_H + \mathbf{O}_H(\boldsymbol{\zeta})\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{E}_H\boldsymbol{\Omega}^2] \quad (9)$$

### 3. Regulirani sustav multirotora

Cilj stabilizacije multirotora jest pronaći one vrijednosti kutnih brzina motora za koje multirotor održava željeni položaj i orijentaciju.

#### 3.1 Sinteza regulatora

Upravljački algoritam na svojim ulazima prima podatke sa senzora (ili matematičkog modela) i iz zadanog zadatka. Izlaz upravljačkog algoritma su kutne brzine osam motora.



Slika 3. Upravljački dijagram regulacije multirotora [7]

Invertirana matrica gibanja je blok koji se koristi za izračunavanje kvadrata kutnih brzina propelera iz četiri upravljačke varijable koje predstavljaju signale osnovnih gibanja multirotora.

Unutarnja regulacijska petlja predstavlja jezgru upravljačkog algoritma. Obraduje podatke sa senzora i vanjske regulacijske petlje zajedno s podacima koji predstavljaju zadatak koji multirotor treba obaviti. Pri tome se koristi PI-D struktura regulatora u kojoj se radnja derivacijskog člana izračunava samo iz izlaza procesa:

$$U_i = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt - K_D \dot{\zeta}_{i,mj}, \quad (10)$$

gdje su  $K_P$ ,  $K_I$  i  $K_D$  parametri PI-D regulatora,  $e(t)$  je greška za pojedina stanja, a  $\zeta_{i,mj}$  je pojedino stanje na izlazu iz sustava.

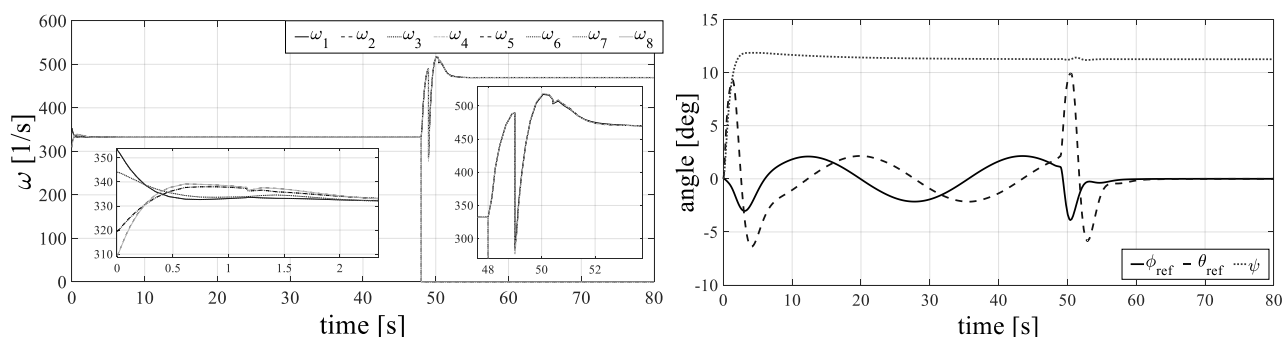
Vanjska regulacijska petlja koristi se zbog toga što je multirotor podupravljeni sustav i nije moguće direktno upravljati sa svim stupnjevima slobode. Obraduje podatke sa senzora i zadanog zadatka. Izlazi iz vanjske regulacijske petlje željeni su kutovi preko kojih se u unutarnjoj regulacijskoj petlji reguliraju potrebne orijentacije oko osi multirotora:

$$\begin{bmatrix} \phi_{ref} \\ \theta_{ref} \end{bmatrix} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} \sin\psi & -\cos\psi \\ \cos\psi & \sin\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

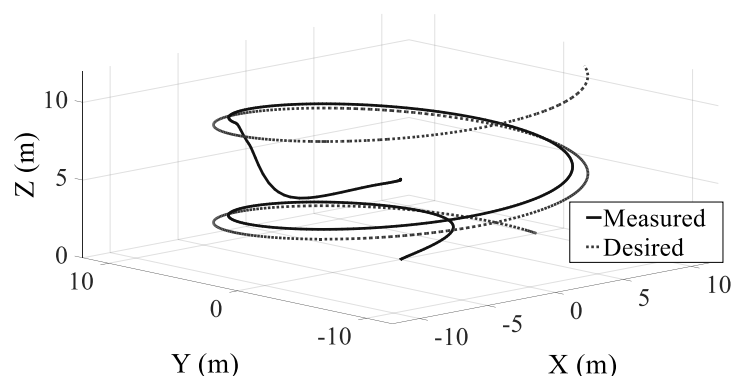
Simulacijama je prikazano ponašanje multirotora prilikom slijeđenja trajektorije u obliku zavojnice. Za generiranje zavojnice potrebno je definirati polumjer i nagib.

### 3.2 Tolerancija na kvar rotora propulzora

Koaksijalna izvedba propulzije uvodi redundantne propulzore sustava pa je iz tog razloga zanimljiva kod primjene na specijalne bespilotne letjelice koje trebaju ispuniti određene kriterije. Istražena je tolerancija na kvar pojedinog rotora propulzora. Prilikom kvara, sustav mijenja strukturu X8 multirotora u kvadrotor. Nakon kvara, upravljački algoritam treba stabilizirati letjelicu kako bi se izbjeglo padanje ili kolizija letjelice. Na slikama 4 i 5 je prikazano slijeđenje referentne trajektorije te kvar rotora (u 48-toj sekundi simulacije) gdje se multirotor uspije stabilizirati.



Slika 4. Kutne brzine propulzora i orijentacija multirotora



Slika 5. 3D prikaz praćenja referentne trajektorije

#### 4. Primjene bespilotnih letjelica

Primjena bespilotnih letjelica može se ugrubo podijeliti na civilne i vojne operacije. Civilne operacije vezane su uz nadzor područja zahvaćenih požarom, operacije traganja i spašavanja, preciznu poljoprivredu, inspekciju objekata i kritičnih područja, 3D mapiranje, termografiju (slika 6a) i mnoge druge. Postoji primjena i u zabavnoj industriji u kojoj se letjelice sve više koriste za snimanja (slika 6b). U posljednje vrijeme počele su se održavati utrke bespilotnim letjelicama (slika 6c) pa je i u tome dijelu postignut veliki napredak.



Slika 6. Primjena multirotora: a) termografija solarne elektrane [8], b) snimanje [9], c) letjelica za utrke [10]

Vojne operacije svode se na nadzor granica, nadzor događanja gdje je prisutno puno ljudi te općenito za nadzor iz zraka. Bespilotne letjelice mogu zamijeniti ljude tijekom aktivnosti koje bi mogle biti opasne za zdravlje ili čak opasne po život.

##### 4.1 Primjena bespilotnih letjelica u preciznoj poljoprivredi

Multirotor može služiti za automatsko skeniranje polja određene kulture. Dobivene snimke omogućuju precizno određivanje zrelosti usjeva i najbolje vrijeme žetve, detektiranje bolesti kultura, reguliranje korištenja pesticida, optimiziranje navodnjavanja i mnoge druge pogodnosti.



Slika 7. Primjena multirotora u preciznoj poljoprivredi [8]

Uz navedene primjene koje su vezane uz snimanje i obradu podataka, letjelice mogu služiti za prikupljanje podataka kao što su ph vrijednosti tla, mjerenje vlažnosti tla, mjerenje razine peludi u zraku. Bepilotne letjelice bi mogle poslužiti kao nadzorna ili čak upravljačka platforma za poljoprivrednu mehanizaciju na tlu. Primjena bespilotnih letjelica će u budućnosti uštedjeti vrijeme, zaštititi tlo na terenu i optimizirati potrošnju resursa.

## 5. Zaključak

U radu je prikazano matematičko modeliranje i sinteza regulatora za koaksijalni kvadrotor pri čemu navedena struktura pokazuje zadovoljavajuće ponašanje prilikom kvara rotora propulzora. Opisano rješenje ima povećanu korisnu nosivost uz zadržavanje razumnog volumena letjelice. Simulacijama je prikazana stabilnost i robusnost PI-D regulatora. Greška praćenja je u dozvoljenim granicama. Sa stanovišta redundantnosti, odnosno otpornosti na kvar u sustavu, sustav s koaksijalnom propulzijom pokazuje se kao dobro rješenje. Nedostatak takve konfiguracije sustava jest smanjenje učinkovitosti. Iz tog razloga bitno je optimirati elemente propulzora pravilnim odabirom i konstrukcijom. Daljnji rad bazirat će se na primjeni estimacije stanja i naprednijim algoritmima upravljanja prilikom kvara rotora kako bi letjelica zadržala funkcionalnost nakon pojave kvara.

## 6. Literatura

- [1] Kasac, J.; Stevanovic, S.; Zilic, T. & Stepanic, J. (2013). Robust output tracking control of a quadrotor in the presence of external disturbances. *Transactions of Famena*, XXXVII, 4, 29-42, ISSN 1333-1124
- [2] Bresciano, T. (2008). *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*, MSc thesis, Department of Automatic Control, Lund University, Oct. 2008
- [3] Bondyra, A.; Gardecki, S.; Gasiar, P. & Giernacki, W. (2016). Performance of Coaxial Propulsion in Design of Multi-rotor UAVs, In: *Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques*, R. Szewczyk et al. (eds.), 523-532, Springer International Publishing, Switzerland 2016
- [4] Benic, Z.; Piljek, P. & Kotarski, D. (2016). Mathematical modelling of unmanned aerial vehicles with four rotors. *Interdisciplinary Description of Complex Systems*, 14, 1, 88-100, DOI:10.7906/indecs.14.1.9
- [5] Harrison, H.R. & Nettleton, T. (1997) *Advanced Engineering Dynamics*, Arnold, London
- [6] Raharja, G.B.; Beom, K.G. & Kwangjoon, Y. (2011). Design and Implementation of Coaxial Quadrotor for an Autonomous Outdoor Flight, *8th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)*, Incheon, Korea, November, 2011
- [7] Kotarski, D.; Benic, Z. & Krznar, M. (2016). Control design for unmanned aerial vehicles with four rotors. *Interdisciplinary Description of Complex Systems*, 14, 2, 236-245, DOI:10.7906/indecs.14.2.12
- [8] Multirotor. [Online]. Dostupno na: <https://www.service-drone.com> [04.04.2016]
- [9] Flying glass. [Online]. Dostupno na: <http://flying-glass.com> [31.03.2016]
- [10] OscarLiang. [Online]. Dostupno na: <http://blog.oscarliang.net> [07.04.2016]



Photo 026. Rural Eno Gastro - Lisbon / Rural Eno Gastro - Lisbon