

Geologija

Matematika

"Matematičke  
metode i  
nazivlje u  
geologiji"

**ZBORNİK  
RADOVA**

Nazivlje

29. X. 2016.



# Matematičke metode i nazivlje u geologiji

I. hrvatski znanstveni skup iz geomatematike i nazivlja u  
geologiji  
održan na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu Sveučilišta u  
Zagrebu

29. listopada 2016. godine



Sveučilište u Zagrebu



RGNF

Rudarsko-geološko-naftni fakultet

Mathematical methods and terminology in geology

1<sup>st</sup> Croatian scientific congress from geomathematics and  
terminology in geology

held on Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering,  
University of Zagreb

29<sup>th</sup> October 2016



University of Zagreb



RGNF

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

Matematičke metode i nazivlje u geologiji 2016

**ZBORNİK RECENZIRANIH RADOVA  
I SAŽETAKA**



Sveučilište u Zagrebu



**RGNF**

Rudarsko-geološko-naftni fakultet

Zagreb, 2016.

Mathematical methods and terminology in geology 2016

**PROCEEDINGS OF REVIEWED  
PAPERS AND ABSTRACTS**



University of Zagreb



**RGNF**

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

Zagreb, 2016

*Nakladnik*

Rudarsko-geološko-naftni fakultet

*Za nakladnika*

dr. sc. Zoran Nakić, red. prof. (dekan RGNF-a)

*Urednici*

dr. sc. Tomislav Malvić, izv. prof.

dr. sc. Josipa Velić, prof. emer.

*Znanstveni odbor*

dr. sc. Željko Andreić, red. prof. Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta, dipl. ing. fiz.

dr. sc. Tomislav Malvić, izv. prof. Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta, dipl. ing. geol.

dr. sc. Rajna Rajić, red. prof. Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta, dipl. ing. mat.

dr. sc. Jasenka Sremac, izv. prof. Prirodoslovno-matematičkoga fakulteta, dipl. ing. geol.

dr. sc. Josipa Velić, prof. emer. Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta, dipl. ing. geol.

*Naklada*

u obliku e-knjige

ISBN 978-953-6923-36-6

*Zbornik će biti indeksiran u bazama Petroleum Abstracts (Sveučilište u Tulsi), te u Google Scholar (preko Hrvatske znanstvene bibliografije). Bit će predložen i za indeksaciju u bazama Conference Proceedings Citation Index (Thomson Reuters) i Engineering Information (Elsevier). Autori su odgovorni za jezični sadržaj i lekturu priloga.*

*Publisher*

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

*For publisher*

Dr. Zoran Nakić, Full Prof. (Dean)

*Editors*

Dr. Tomislav Malvić, Assoc. Prof.

Dr. Josipa Velić, Prof. Emer.

*Scientific Committee*

Dr. Željko Andreić, Full Prof., Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Grad. in Physics

Dr. Tomislav Malvić, Assoc. Prof., Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Grad. in Geol.

Dr. Rajna Rajić, Full Prof., Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Grad. in Math.

Dr. Jasenka Sremac, Assoc. Prof., Faculty of Natural Sciences, Grad. in Geol.

Dr. Josipa Velić, Prof. Emer., Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Grad. in Geol.

*Copies*

as e-book

ISBN 978-953-6923-36-6

*The proceedings will be indexed in Petroleum Abstracts (Universit of Tulsa) and Google Scholar (via Croatian scientific bibliography). It will be also porposed for indexation in Conference Proceedings Citation Index (Thomson Reuters) and Engineering Information (Elsevier). Authors are solely responsible for contents and Croatian/English proofreading.*



# SADRŽAJ

<b>PREDGOVOR</b>	III
<b>NAZIVLJE</b>	
Mesić Kiš: Hrvatski rječnik odabranih geomatematičkih i geostatističkih pojmova	1-11
Malvić, Velić: Hrvatski rječnik odabranih geomatematičkih pojmova iz ekonomske geologije i geološke vjerojatnosti	13-19
<b>PRIMJENA MATEMATIČKE GEOLOGIJE (EKONOMSKA GEOLOGIJA)</b>	
Šapina: Primjena umjetnih neuronskih mreža u kartiranju ležišta ugljikovodika, primjer EK markera Rs5 u Bjelovarskoj subdepresiji	21-27
Režić: Opći model za izračun geološke vjerojatnosti novih otkrića plina u Sjevernom Jadranu uz primjer plinskog polja Ika	29-39
Vekić: Izračun 1D variograma, primjer pješčenjačkih ležišta i njihove krovine polja Šandrovac	41-56
<b>PRIMJENA MATEMATIČKE GEOLOGIJE (PRIRODOSLOVLJE I INŽENJERSTVO)</b>	
Bošnjak, Sremac, Vrsaljko: Biostatistika u određivanju vrsta fosilnih planktonskih puževa	57-68
Ivšinović: Statistička obrada troškova odvajanja pridobivene slojne vode iz pješčenjačkih ležišta Savske depresije	69-74
Posavec, Škudar: Korelacijsko, regresijsko i kros-korelacijsko modeliranje vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji	75-90
<b>ASTRONOMIJA, PLANETARNA GEOLOGIJA, METEOROLOGIJA</b>	
Andreić: Netočnosti u proračunu tamnog leta meteorita	91-98
Jurlina: Analiza radarskih procjena oborine u središnjoj Hrvatskoj	99-103
<b>SAŽETCI</b>	
Korlević: Višnjanski program astrometrije malih tijela Sunčeva sustava, tehnološki preokret i napuštanje Väisälä paradigme	105-106
Šegon: Astrometrijske metode HMM	107-108
Vrbaški: Homogenizacija nemješivog nestlačivog dvofaznog toka u poroznoj sredini s dvostrukom šupljikavošću	109-110

# CONTENT

<b>FOREWORD</b>	II
<b>TERMINOLOGY</b>	
Mesić Kiš: <b>Croatian dictionary of selected geomathematical and geostatistical terms</b>	1-11
Malvić, Velić: <b>Croatian dictionary of selected terms from economical geology and geological probability</b>	13-19
<b>APPLICATION OF MATHEMATICAL GEOLOGY (ECONOMIC GEOLOGY)</b>	
Šapina: <b>Application of artificial neural networks in mapping of hydrocarbon reservoirs, an example on e-log border Rs5 in Bjelovar Subdepression</b>	21-27
Režić: <b>General model for the calculation of geological probability associated with new gas discoveries in the Northern Adriatic with an example of the Ika gas field</b>	29-39
Vekić: <b>Calculation of 1d variogram, an example of sandstone reservoirs and their top in the Šandrovac Field</b>	41-56
<b>APPLICATION OF MATHEMATICAL GEOLOGY (NATURAL SCIENCES AND ENGINEERING)</b>	
Bošnjak, Sremac, Vrsaljko: <b>Biostatistic determination of planktonic gastropods fossil species</b>	57-68
Ivšinić: <b>Statistical analysis of disposal costs of the field water recovered from the Sava Depression sandstone reservoirs</b>	69-74
Posavec, Škudar: <b>Correlation, regression and cross-correlation modelling of time series in hydrogeology</b>	75-90
<b>ASTRONOMY, PLANETARY GEOLOGY, METEOROLOGY</b>	
Andrić: <b>Inaccuracies in meteorite dark flight calculations</b>	91-98
Jurlina: <b>Analysis of radar precipitation estimation in central Croatia</b>	99-103
<b>ABSTRACTS</b>	
Korlević: <b>Višnjan's program of astrometry of the Solar system small bodies, technological Višnjan's program astrometrije malih tijela Sunčeva sustava, tehnološki switch and abandoning of Väisälä paradigm</b>	105-106
Šegon: <b>Astrometry methods HMM</b>	107-108
Vrbaški: <b>Homogenization of immiscible incompressible two-phase flow in double porosity media</b>	109-110

## PREDGOVOR

Matematička geologija i geološko nazivlje imali su ponešto drugačije razvojne putove u Hrvatskoj, koji su se u zadnjih pet godina često ispreplitali. te konačno susreli na ovome skupu. Hrvatsko geološko nazivlje započelo je svoj razvoj još prije više od stotinu godina kada su u standardni hrvatski jezik ušli nazivi kronostratigrafskih/geokronoloških jedinica te mnogi drugi osnovni pojmovi, uglavnom iz opće i stratigrafske geologije te paleotologije. Kako se znanost, pogotovo prirodoslovlje, neprekidno razvija, to za posljedicu ima uvođenje stalno novih pojmova kojima se taj razvoj opisuje. U zadnjih 30 godina možda je najpropulzivniji razvoj unutar geologije imala upravo matematička geologija, do prije 50 godina potpuno nepostojeća grana unutar toga znanstvenoga polja. Danas gotovo nema geološke discipline u kojoj se matematika ne primjenjuje barem na razini statističke analize, a često i šire. Tako je u zadnjih desetak godina, potpuno u skladu s takvim smjericama u cijelome svijetu, matematička geologija na velika vrata ušla u uporabu unutar hrvatske geologije, preko statističkih analiza, linearnih jednadžbi, raznih vrsta korelacija i matičnih računa, analiza prostorne zavisnosti, kartiranja i drugih primjena. Stoga ne čudi kako je najveća nadogradnja unutar geološkog nazivlja u XXI. stoljeću načinjena u hrvatskoj geologiji upravo u području matematičke geologije, što je prvo potvrđeno ustanovljenjem posebnoga projekta unutar izgradnje hrvatskog strukovnog nazivlja (Struna) u okviru Instituta za hrvatski jezik i jezikoslovlje, a kasnije njegovim dvostrukim proširenjem, što će se nastaviti i u budućnosti.

Sam pojam matematičke geologije danas više nije dovoljan za opisivanje primjene svih metoda koje se unutar nje prakticiraju. Razlog je vrlo prozaičan, jer je većina tih metoda našla punopravnu primjenu u gotovo svim geoznanostima, tako da se danas njihov teorijski razvoj i primjena opisuju kroz geomatematiku, posebno znanstveno polje. Ona se unutar hrvatske geologije sustavno kao polje počela razvijati upravo na Sveučilištu u Zagrebu i to ustanovljenjem kolegija iz toga područja. Tako se danas njezini dijelovi predaju na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu unutar kolegija Geostatistika i Geomatematika, ali i na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u kolegiju Geostatistika.

Uz to, broj radova iz raznih grana geomatematike, ali i razvoja geološkog nazivlja, najčešće geomatematičkog, koji je danas dostupan kroz Hrvatsku znanstvenu bibliografiju predstavlja velik opus knjiga, znanstvenih radova i kongresnih izlaganja.

Stoga smo smatrali kako je vrijeme da periodički i sustavno dio takvoga napretka (dio, jer cijeli nikada nije moguće obuhvatiti na jednom mjestu ili pregledu) prikažemo široj javnosti, upravo putem jednoga ovakvoga skupa te izdavanjem zbornika izlaganja i radova ostavimo trag za buduće istraživače, kako bi lakše mogli nastavljati svoja istraživanja na ranijim rezultatima svojih kolega. Upravo je kontinuitet jedna od temeljnih postavki uspjeha u znanosti, posebice prirodoslovlju i inženjerstvu.

Iznimna nam je čast što smo prvi takav skup, tj. 1. hrvatski geomatematički i skup o geološkom nazivlju, dobili priliku organizirati na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu, k tomu na hrvatskom jeziku. Taj fakultet, uz druga središta gdje su se različiti dijelovi geomatematike primjenjivali i predaju se (poput Prirodoslovno-matematičkoga fakulteta), mjesto je gdje su postavljeni sveučilišno-istraživački temelji toga polja kroz niz tematskih projekata, knjiga i radova. Također, kako je dio skupa posvećen i nazivlju, upravo iz potrebe očuvanja i razvoja hrvatskoga strukovnog nazivlja, logično je isti prirediti i održati na hrvatskom jeziku. Ne osporavajući važnost engleskoga jezika kao sredstva za međunarodnu znanstvenu komunikaciju, narod koji ne njeguje svoj vlastiti jezik osuđen je na marginalizaciju, što vrijedi i u znanosti. Hrvatski narod i hrvatski građani svojom su voljom osnovali hrvatska sveučilišta, a jedna od temeljnih želja bila je školovati buduće akademske građane na vlastitom standardnom, književnom jeziku. Ta ideja i želja su i dalje iznimno važne u XXI. stoljeću, posebice kada se znanje udvostručuje nekoliko puta brže negoli u doba osnivanja Sveučilišta te također imajući na umu koliko su se puta sinovi i kćeri Hrvatske u povijesti morali boriti kako bismo očuvali vlastiti, samostalni, standardni jezik i mogli ga zvati isključivo hrvatskim.

U Zagrebu, listopad 2016.

Znanstveni odbor

# Hrvatski rječnik odabranih geomatematičkih i geostatističkih pojmova

Stručni rad

Ivana Mesić Kiš<sup>1,2</sup><sup>1</sup> OŠ kralja Tomislava, Ulica Matice hrvatske 1, 31 500 Našice<sup>2</sup> Doktorand, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Geološki odsjek, Horvatovac 102 a, Zagreb, 10 000, Hrvatska

## Sažetak

Važnost geostatistike i geomatematike u suvremenoj geologiji dokazana je već brojnim stručnim radovima i istraživanjima. Navedene znanstvene grane osobito se koriste kod analize, obrade podataka i prikazu prostorne distribucije odabranih geoloških varijabli. Kako bi ispravno mogli pristupiti analizi i obradi podataka, potrebno je poznavati stručnu terminologiju. Razvoj geomatematike u Hrvatskoj tek je u zamahu pa je nužno pružiti znanstvenicima, ali i drugim entuzijastima koji se žele okušati u tom području, odgovarajuće terminološke smjernice. Objavljeno je već nekoliko rječnika i pojmovnika, ali je takve uratke potrebno stalno proširivati. U ovome rječniku je tako dan opis 24 geomatematičkih i geostatističkih pojmova uz pripadajuće napomene, jednadžbe i slike. Pojmovi su vezani uz metode procjene i interpolacije, a kao takvi su vrlo bitni u geološkom kartiranju i istraživanju.

## Ključne riječi

geomatematika, geostatistika, hrvatsko nazivlje, definicije

## 1. Uvod

Sve geoznanosti imaju korist od upotrebe matematike, pogotovo u moderno doba razvojem naprednih računalnih programa i tehnologija. Računanje vjerojatnosti i statističkih zaključaka značajno su pridonijeli rješavanju mnogih geoloških problema. Geomatematika u širem smislu uključuje primjenu matematike za rješavanje problema u istraživanjima Zemljine kore. Međutim, geolozima je potrebno mnoštvo geomatematičkih tehnika, osobito pri prikupljanju i obradi podataka, analizi podataka (prepoznavanje trenda, klastera, jednostavnih i složenih korelacija), uzorkovanju, testiranju hipoteza (računalnim simulacijskim modelima), kvantitativnim predviđanjima. Razvoj digitalnih računala doveo je do revolucije u geologiji budući da je postalo moguće obraditi veliku količinu podataka (Agterberg, 2014).

Jedan od prvih geomatematičkih udžbenika *An Introduction to Statistical Models in Geology* napisao je geolog u suradnji s matematičarem i statističarem (Krumbein i Graybill, 1965). Griffiths (1967) je bio jedan od začetnika geomatematike koji je temeljio svoj rad na naprednim statističkim tehnikama uzorkovanja. Geoznanstvenici su potaknuli statističare u novim istraživanjima. Matheron (1963) je prvi objavio detaljno obrazloženje geostatistike kao „primjene probabilističkih metoda na regionalizirane varijable koja označava bilo koju funkciju prikazanu u realnom prostoru“ i metode krigiranja. Cressie (1990) detaljno analizira razvoj geostatistike i temelje metode krigiranja.

Rječnička baza geomatematike, kao mlade znanstvene grane, stalno se nadopunjuje i korigira. U hrvatskoj literaturi postoji već nekoliko rječnika i pojmovnika geomatematičkog nazivlja. Prvi iskorak u tome području bio je *Geomatematički rječnik* (Malvić i sur., 2008) s nizom prijevoda i objašnjenja u toj geoznanstvenoj grani. Slijedi *Geomatematički pojmovnik* (Malvić i Vrbanac, 2013) u kojem je detaljno opisano 377 izraza koji predstavljaju natuknice na engleskom i hrvatskom jeziku. Nazivlje iz područja geomatematike uneseno je u Strunu 2013. godine i

Dopisni autor: Ivana Mesić Kiš

[ivy.mesic@gmail.com](mailto:ivy.mesic@gmail.com)

temelji se na grani preuzetoj iz Geomatematičkoga rječnika objavljenoga 2008. godine. Tijekom siječnja 2014. nadopunjeno je geomatematičko nazivlje u Struni u sklopu istraživanja i popularizacije geomatematike, a kao izvor za popunjavanje nazivlja upotrijebljen je *Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova* (Malvić i Novak Zelenika, 2013). Druga nadopuna geomatematičkoga nazivlja načinjena je u siječnju 2015. upotrebom hrvatsko-hrvatskoga rječnika novih pojmova, koji je priređen kao dio 2. doktorskog seminara Ivane Mesić Kiš (Mesić Kiš i Malvić, 2015). U ovome radu prošireno je geomatematičko i geostatističko nazivlje druge nadopune geomatematičkog nazivlja. Kako je ovaj rad ujedno i dio doktorske disertacije, termini su vezani za krigiranje, kao najčešću determinističku interpolacijsku metodu, ali i druge metode poput zonalne procjene.

## 2. Rječnik geomatematičkih i geostatističkih pojmova s definicijama, napomenama i natuknicama

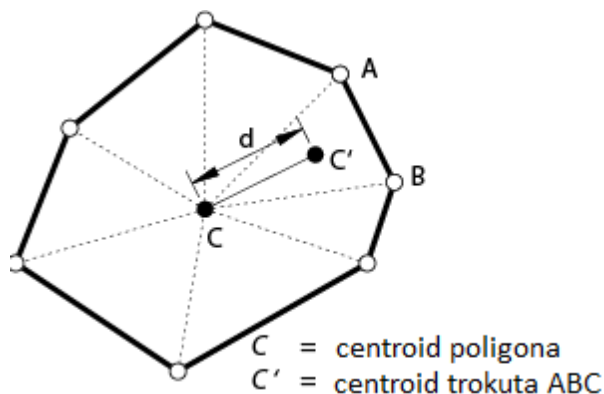
**centroid** – skup  $N$  od  $n$  točaka u ravnini, poznat i kao centar gravitacije ili mase.

Napomena: U matematici i fizici je opisan kao geometrijski centar 2D područja gdje predstavlja aritmetičku sredinu (prosjeak) položaja svih točaka unutar određenog područja. Položaj centroida zatvorenog poligona definiranog s  $n$  vrhova  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})$  je točka  $(C_x, C_y)$ :

$$C_x = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1}) (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

$$C_y = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{i+1}) (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

Primjer:



Slika 1: Položaj centroida unutar poligona.

Vidi: poligon; Thiessenov poligon

Engl. *centroid*

Njem. *schwerpunkt*

Franc. *centre de gravité*

**deklasterizacija** – geostatistička metoda koja pridodaje težinske faktore raspoloživom skupu podataka te predstavlja prvi korak pri donošenju zaključaka u prepoznavanju klastera. Klasteriziranim podatcima dodijeljeni su manji težinski faktori, a raspršeni podatci imaju veće vrijednosti.

Napomena: U primjeni geostatistike u kartiranju tradicionalno se koriste dvije deklasterizacijske metode: poligonalna metoda (engl. *polygonal method*) i metoda deklasterizacije putem ćelija (engl. *cell-declustering method*). Obje koriste težinski faktor linearne kombinacije raspoloživih vrijednosti uzorka pri iscrpnoj procjeni srednje vrijednosti (cijelog uzorkovanog prostora).

Engl. *declustering*

Njem. *Declustering*

Franc. *Declustering*

**doseg** - vrijednost na kojoj semivariogram prvi put presijeca prag, a nakon toga ne postoji prostorna ovisnost podataka.

Vidi: variogram, parametri

Engl. *range*

Njem. *Aussageweite*

Franc. *rangée*

**krigiranje** – napredna statistička metode procjene i deterministička interpolacijska metoda kojom se procjenjuju vrijednosti regionalizirane varijable u odabranim točkama mreže.

Napomena: Krigiranje prethodi određivanje prostorne zavisnosti, odnosno variogramska analiza. Krigiranje i njegove izvedenice (kokrigiranje i stohastičke simulacije) zajednički su određene kao „najbolji linearni nepristrani procjenitelji“ (engl. *best linear unbiased estimators* – BLUE). Linearnost procjene dana je izrazom koji se kasnije raspisuje u obliku matričnih jednadžbi:

$$Z_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i \times Z_i$$

Vrijednosti varijable na odabranoj lokaciji ( $Z_k$ ) procjenjuju se na temelju postojećih okolnih vrijednosti ( $Z_i$ ). Svakom podatku pridružen je i odgovarajući težinski koeficijent ( $\lambda$ ) kojim se opisuje utjecaj tog mjerenog podatka na vrijednost varijable koja se procjenjuje. Što je vrijednost  $\lambda$  veća, točka je prostorno bliža točki procjene i jače utječe na nju. Zbroj svih težinskih koeficijenata jednak je 1 (osim kod tehnike jednostavnog krigiranja). Prema obliku matričnih jednadžbi razlikujemo jednostavno, obično, univerzalno, indikatorsko i disjunktivno krigiranje.

Vidi: obično krigiranje; univerzalno krigiranje; variogram

Engl. *Kriging*

Njem. *Kriging*

Franc. *Krigeage*

**krigiranje, obično** – najčešće upotrebljavana tehnika krigiranja gdje vrijedi pretpostavka da lokalna srednja vrijednost nije jednaka ili približna srednjoj vrijednosti svih podataka.

Napomena: U tehnici OK minimiziran je iznos varijance krigiranja pomoću linearnog vanjskog parametra, nazvanog Lagrangeov faktor ( $\mu$ ). Faktor ograničenja minimizira pogrešku pa procjena postaje nepristrana. Uvjet prilikom procjene tehnikom običnog krigiranja je da je zbroj svih težinskih koeficijenata jednak 1. Matrična jednadžba tehnike OK glasi:

$$\begin{bmatrix} \gamma(Z_1 - Z_1) & \gamma(Z_1 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_1 - Z_n) & 1 \\ \gamma(Z_2 - Z_1) & \gamma(Z_2 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_2 - Z_n) & 1 \\ & & & & 1 \\ \gamma(Z_n - Z_1) & \gamma(Z_n - Z_2) & \dots & \gamma(Z_n - Z_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & \mu \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(X_1 - X) \\ \gamma(X_2 - X) \\ \dots \\ \gamma(X_n - X) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vidi: krigiranje

Engl. *Ordinary Kriging*

Njem. *Ordinary Kriging*

Franc. *Krigeage Ordinaire*

**krigiranje, univerzalno** – metoda krigiranja korištena na podacima sa značajnim prostornim trendom. Dijeli nasumičnu funkciju u linearnu kombinaciju determinističkih funkcija; nestacionarni trend, poznat kao i *drift* te nasumičnu komponentu koja predstavlja ostatak (engl. *residual*) nasumične funkcije.

Napomena: Obično i jednostavno krigiranje podrazumijevaju stacionarnost, pretpostavlja se da je sredina (engl. *mean*) nepromijenjena na cijelom području. Međutim, u stvarnosti se srednja vrijednost nekog prostornog podatka ne može smatrati konstantnom ili nepromjenjivom, ona varira budući da ovisi i o apsolutnom položaju uzorka pa se naziva nestacionarnom. Nestacionarna regionalizirana varijabla ima dvije komponente: trend (engl. *drift*; prosječna ili očekivana vrijednost regionalizirane varijable) te ostatak (razliku između stvarnih mjerenja i trenda), a često se metoda UK naziva i krigiranje s trendom.

Primjer:

Metoda UK pretpostavlja kako sredina ima funkcionalnu ovisnost o prostornom položaju te se može aproksimirati odgovarajućim modelom oblika:

$$m(x) = \sum_{l=1}^k a_l f_l(x)$$

gdje je  $a_l$  l-ti koeficijent koji će biti procijenjen iz skupa podataka,  $f_l$  je l-ta osnovna funkcija prostornih koordinata koje opisuju prostorni trend, a  $k$  je broj funkcija upotrijebljenih pri modeliranju prostornog trenda.

Vidi: krigiranje, ostatak

Engl. *universal kriging*

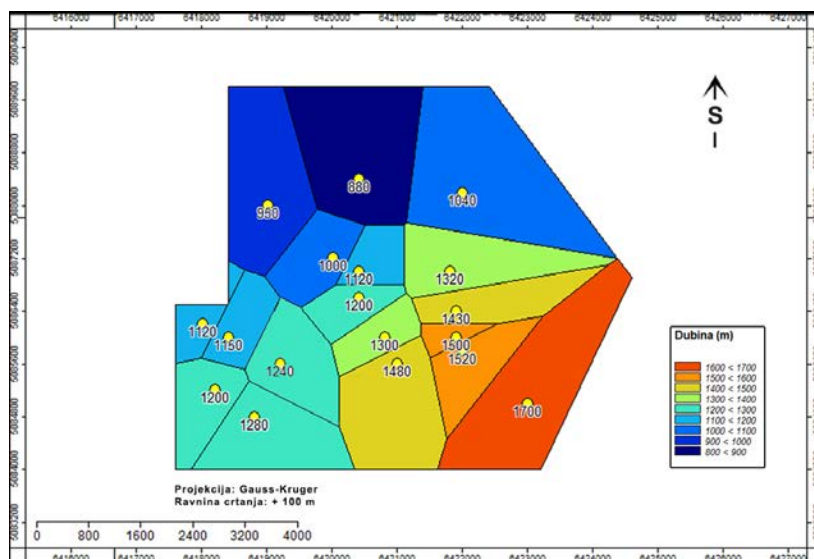
Njem. *Universelles Krigen*

Franc. *krigeage universel*

**kolorni prikaz vrijednosti** – prikaz vrijednosti određene varijable ljestvicom boja.

Napomena: Uobičajeno se koristi u metodi Thiessenovih poligona gdje svaka boja odgovara vrijednosti točke unutar poligona.

Primjer:



Slika 2: Thiessenovi poligoni prikazani bojama koje odgovaraju vrijednosti dubine u određenim točkama.

**konveksni trup** – najmanji konveksni poligon koji zatvara sve centroide. Svi centriodi na granici konveksnog trupa imaju otvorene Thiessenove poligone, a svi unutarnji centriodi imaju zatvorene poligone.

Vidi: poligon; centroid; Thiessenov poligon

Engl. *convex hull*

Njem. *konvexe Hülle*

Franc. *coque convexe*

**metoda najbližeg susjedstva** – interpolacijska metoda koja dodjeljuje vrijednost najbliže točke svakom čvoru mreže. Napomena: Poznata i kao proksimalna interpolacija ili metoda Thiessenovih poligona.

Vidi: Thiessenov poligon

Engl. *nearest neighbor*

Njem. *nächster Nachbar interpolation*

Franc. *plus proche voisin interpolation*

**odstupanje** – predstavlja slučajnu komponentu regionalizirane varijable, odnosno pojavu kada krivulja siječe os Y u nekoj pozitivnoj vrijednosti ( $C_0$ ).

Napomena: Pojava odstupanja je obilježje velikog broja eksperimentalnih semivariograma, a upućuje na razliku u vrijednostima vrlo bliskih uzoraka koji se u praksi smatraju uzorcima s jedinstvene lokacije. Može se ukloniti smanjenjem površine ili povećanjem broja uzoraka, no u praksi se ono vrlo često ne može u potpunosti eliminirati.

Vidi: variogram, parametri

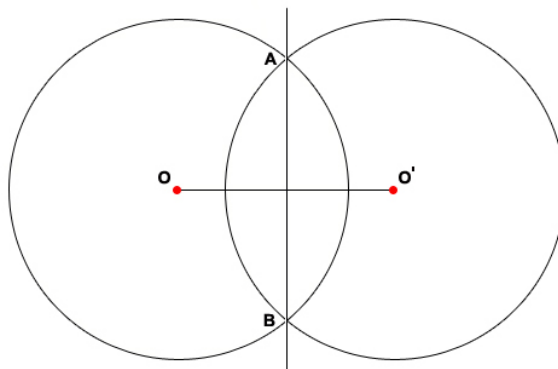


Engl. *nugget*  
Njem. *Abweichung*  
Franc. *Écart*

**okomita simetrala / simetrala kružnice** – stranica poligona u poligonalnoj metodi.

Napomena: Točke se spoje dužinom te se načine kružnice radijusa većeg od polovice njihove udaljenosti. Sjecište kružnica predstavlja okomitu simetralu.

Primjer:



**Slika 3:** Primjer izrade okomite simetrale između dvije susjedne točke.

Engl. *perpendicular bisector*  
Njem. *senkrechte*  
Franc. *médiatrice*

**ostatak** – razlika između promatrane vrijednosti zavisne varijable ( $y$ ) i predviđene vrijednosti ( $\hat{y}$ ). Svaki podatak ima jedan ostatak.

$$e = y - \hat{y}$$

Napomena: variogram ostataka radi se kod tehnike univerzalnog krigiranja. U tome slučaju ostatci predstavljaju ulaznu varijablu za kartiranje.

Vidi: univerzalno krigiranje

Engl. *residual*  
Njem. *Residuum*  
Franc. *résidu*

**prag** - razlika pojedinačnih vrijednosti i srednje vrijednosti skupova podataka, odnosno odgovara vrijednosti varijance.

Napomena: Krivulja semivariograma nakon dosezanja praga najčešće prestaje pravilno rasti te nastavlja oko njega oscilirati. Međutim, svaki semivariogramski model ne treba uvijek imati prag.

Vidi: variogram, parametri

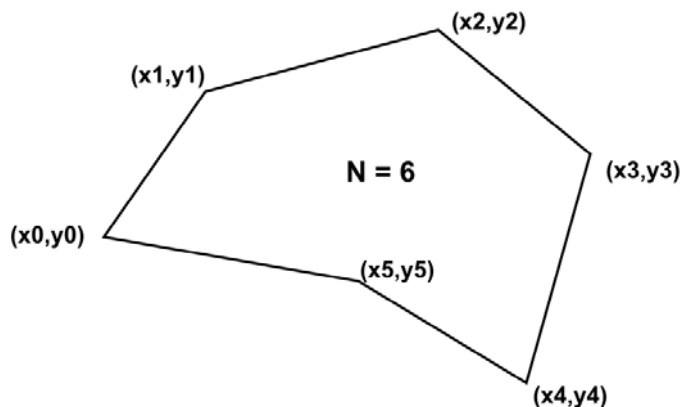
Engl. *sill*  
Njem. *Schwelle*  
Franc. *seuil*

**poligon** – geometrijski oblik ograničen konačnim nizom ravnih linijskih dijelova koji zatvaraju petlju te formiraju zatvoreni krug. Ti ravni linijski dijelovi nazivaju se rubovima, a točke gdje se rubovi spajaju nazivaju se vrhovima.

Primjer:

Poligon sastavljen od ravnih linijskih dijelova između  $N$  vrhova  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0$  do  $N-1$ . Za posljednji vrh  $(x_N, y_N)$  se uzima da je isti kao i prvi, odnosno poligon je zatvoren. Tada je površina područja poligona dana izrazom:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$



Slika 4: Primjer zatvorenog poligona sa šest vrhova.

Engl. *polygon*  
 Njem. *Vieleck*  
 Franc. *Polygone*

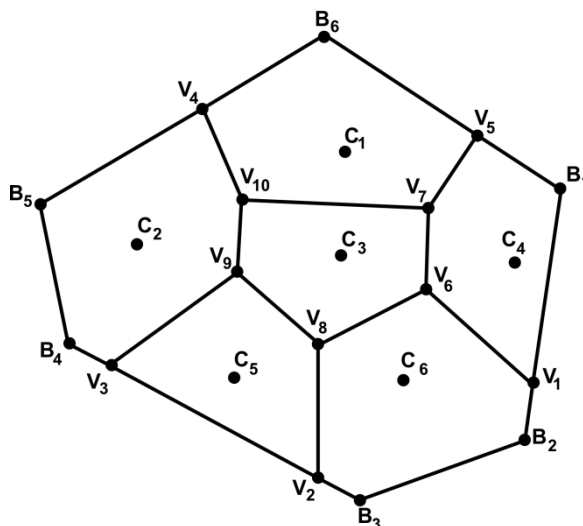
**proksimalna interpolacija** – vidi metodu najbližeg susjedstva.

Engl. *proximal interpolation*  
 Njem. *proximale Interpolation*  
 Franc. *interpolation proximale*

**Thiessenov dijagram** – mreža svih Thiessenovih poligona definiranih grupom točaka.

Napomena: poznat i kao Voronoiov dijagram, Wigner-Setzove ćelije i Dirichletovo popločenje. Voronoiovi dijagrami koji se koriste u geofizici i meteorologiji za analizu prostorno raspoređenih podataka nazivaju se Thiessenovim dijagramima po meteorologu A.G.Thiessenu. Thiessenovi dijagrami koji se koriste u matematici i računalnim znanostima nazivaju se Voronoiovi dijagrami po matematičaru Georgyju Voronoyu.

Primjer:



Slika 5: Mreža Thiessenovih poligona poznata kao Thiessenov dijagram.

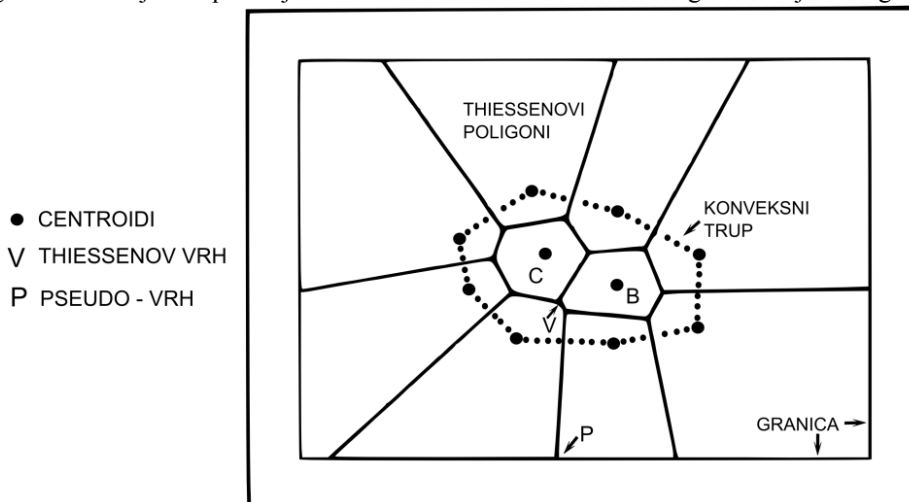
Engl. *Thiessen diagram*  
 Njem. *Thiessen Diagramm*  
 Franc. *Thiessen diagramme*

**Thiessenov poligon** – područja (geometrijski likovi) stvorena oko točkastih objekata koji čine međusobno nepreklapajuća susjedstva objekata, a cjelokupni sadržaj jednog Thiessenova poligona nalazi se najbliže upravo onoj točki na temelju koje je taj poligon nastao.

Napomena: poznat i kao Voronoiov poligon.

Primjer:

Thiessenov poligon definiran je kao položaj svih točaka bliže centroidu  $C \in N$  nego bilo kojem drugom centroidu.



**Slika 6:** Izgled Thiessenovih poligona i elemenata potrebnih za njihovo definiranje.

Vidi: Thiessenov dijagram, Thiessenov rub, Thiessenov vrh, okomita simetrala

Engl. *Thiessen polygon*

Njem. *Thiessen Polygone*

Franc. *Thiessen polygone*

**Thiessenov rub** – mjesto svih ravnomjernih točaka koje su najbliže dva centroida. Svaki dio konveksne granice koji je povezan s dva Thiessenova vrha naziva se Thiessenov rub.

Vidi: Thiessenov poligon, Thiessenov dijagram

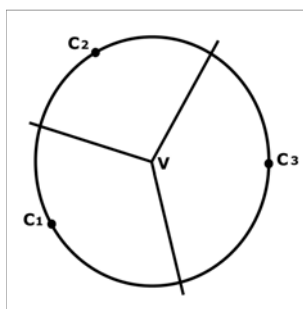
Engl. *Thiessen edge*

Njem. *Thiessen Kanten*

Franc. *Thiessen bord*

**Thiessenov vrh** – vrh Thiessenovog poligona. Predstavlja spojište duž opsega lokalnih poligona gdje proizvedeni centroidi mijenjaju vrijednost susjednih centroida.

Primjer:



**Slika 7:** Položaj Thiessenovog vrha u odnosu na centroide.

Vidi: Thiessenov poligon, Thiessenov dijagram

Engl. *Thiessen vertex*

Njem. *Thiessen Knoten*  
Franc. *Thiessen sommet*

**udaljenost** - vrijednost na kojoj se podatci (semi)variograma uspoređuju.

Napomena: Svaka vrijednost udaljenosti čini jednu klasu kojoj se često dodjeljuje određena tolerancija kako bi se povećao broj ulaznih podataka, a nazvana je odmakom. To znači da granicama klase dodajemo vrijednost odmaka te na taj način širimo klasu. Odmak predstavlja veličinu koja se slobodno određuje, a najčešće predstavlja polovicu vrijednosti koraka jer se na taj način maksimalno uvećava broj parova podataka, a time i pouzdanost prostorne analize.

Vidi: variogram, parametri

Engl. *distance*

Njem. *Entfernung*

Franc. *distance*

**variogram** - jedan od temeljnih geostatističkih alata koji služi za određivanje prostorne zavisnosti i definiranje međusobne povezanosti točkastih podataka koji se žele zajednički kartirati.

Napomena: Često se naziva i semivariogramom ( $\gamma$ ) koji ima potpuno jednaka svojstva, osim što se kod variogramске jednadžbe iz nazivnika eliminira broj 2.

Vidi: eksperimentalni variogram, teorijski modeli variograma, parametri semivariograma

Engl. *variogram*

Njem. *Variogramm*

Franc. *variogramme*

**variogram, eksperimentalni** – variogram izražen jednadžbom:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \times \sum_{n=1}^{N(h)} [z_n - z_{n+h}]^2$$

gdje je:

$2\gamma(h)$  - vrijednost variograma;

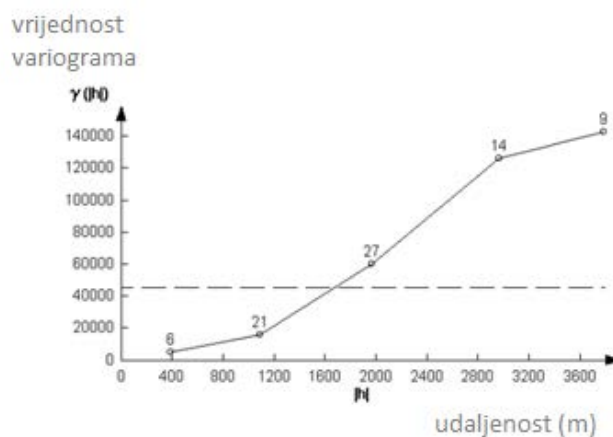
$N(h)$  - broj parova podataka uspoređenih na udaljenosti 'h';

$z_n$  - vrijednost na lokaciji 'n';

$z_{n+h}$  - vrijednost varijable na lokaciji udaljenoj za 'h' od promatrane lokacije 'n'.

Napomena: Variogramsku analizu čini izračun eksperimentalnog variograma podataka koji je aproksimiran jednim od teorijskih modela. Takav model predstavlja ulaz za metodu krigiranja.

Primjer:



**Slika 8:** Eksperimentalni variogram sa sljedećim parametrima: odstupanje 0, doseg 2280 m, prag 45000.

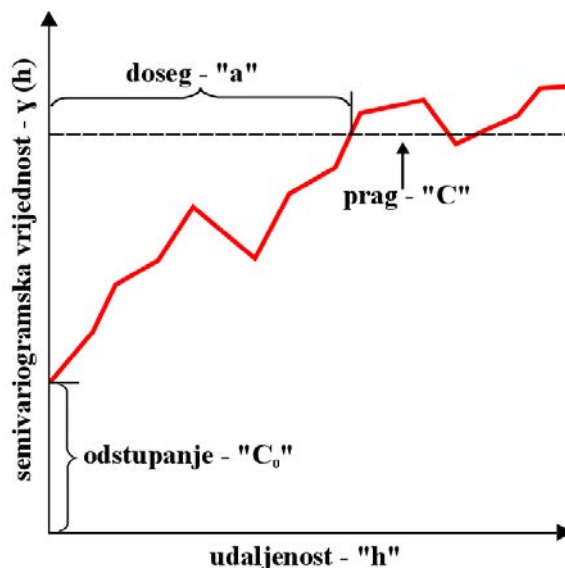
Vidi: variogram; parametri; teorijski modeli

Engl. *variogram, experimental*

Njem. *Variogramm, experimentelle*

Franc. *variogramme, expérimental*

**variogram, parametri** – vrijednosti (semi)variograma koje se mogu očitati s eksperimentalne krivulje.  
Primjer:



Slika 9: Parametri semivariograma.

Vidi: variogram; doseg; odstupanje; prag; udaljenost

Engl. *variogram, parameters*

Njem. *Variogramm, Parameter*

Franc. *variogramme, paramètres*

**variogram, teorijski model** – aproksimacija eksperimentalnog variograma koja daje ulazne podatke za metodu krigiranja.

Napomena: U interpretaciji geoloških varijabli najčešće se upotrebljavaju sferni, eksponencijalni i Gaussov model od kojih sva tri sadržavaju prag. Sljedećim jednačbama se određuje ponašanje varijable određene odabranim teorijskim modelom, odnosno oblici krivulja:

$$\gamma(h) = C \left[ \left( \frac{3h}{2a} \right) - \left( \frac{h^3}{2a^3} \right) \right] \quad h \leq a \quad \textit{sferni model}$$

$$\gamma(h) = C \quad h > a$$

$$\gamma(h) = C \left[ 1 - \exp\left(\frac{-h}{a}\right) \right] \quad \textit{eksponencijalni model}$$

$$\gamma(h) = C \left[ 1 - \exp\left(\frac{-h^2}{a^2}\right) \right] \quad \textit{Gaussov model}$$

gdje je:

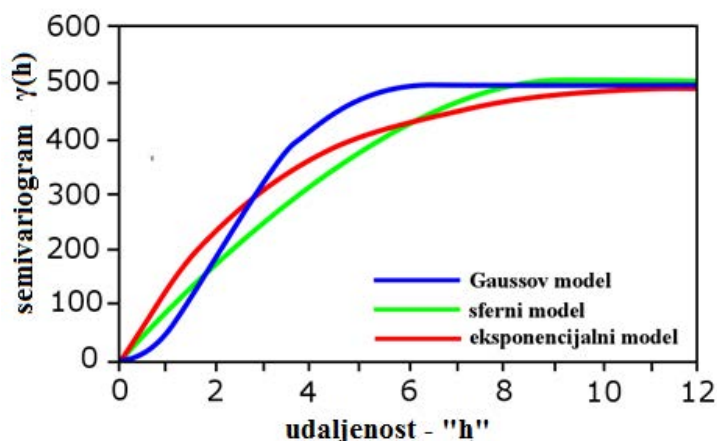
$\gamma(h)$  - vrijednost variograma na udaljenosti 'h';

C - konstanta;

h - udaljenost;

a - doseg.

Primjer:



Slika 10: Najčešći teorijski modeli korišteni u geologiji.

Vidi: variogram, eksperimentalni

Engl. *variogram, theoretical model*

Njem. *Variogramm, theoretisches Modell*

Franc. *variogramme, modèle théorique*

### 3. Zaključci

Navedena hrvatska terminologija namijenjena je znanstvenicima koji koriste inozemnu stručnu literaturu prvenstveno iz područja geomatematike. Kako su brojni geostatistički pojmovi vezani za područje geomatematike (npr. variogramaska analiza i modeli), navedeni su također objašnjeni u svrhu pojašnjenja metoda kartiranja koje se koriste za prikaz geoloških varijabli. Ukupno 24 pojma navedeno je abecednim redom s pripadajućim definicijama, napomenama, stranim nazivljem, a gdje je moguće i jednadžbama i slikama.

Geomatematika i geostatistika postale su neizostavan alat u geologiji i drugim geoznanostima. Stoga je nužno osuvremenjivati i oplemenjivati znanje iz navedenih znanstvenih grana prilikom rada u struci. U ovome radu naglasak je na pojmove koji se odnose na interpolaciju karata i što pouzdaniju procjenu ulaznih podataka.

### 4. Popis literature i drugih izvora

- Agterberg, F. (2014): *Geomathematics: Theoretical Foundations, Applications and Future Developments*. Quantitative geology and geostatistics. Vol. 18. Springer, 553 p.
- Boots, B.N. (1987): *Modifying Thiessen Polygons*. The Canadian Geographer, 31, 2, 160–169.
- Brassel K.E., Reif D. (1979): *A Procedure to Generate Thiessen Polygons*. Geographical Analysis, 11/3, 289–303.
- Cressie, N. (1990): *The Origins of Kriging*. Mathematical Geology, 22, 239–252.
- Davis, J.C. (1973): *Statistics and Data Analysis in Geology*. Wiley, New York, 550 p.
- Griffiths, J.C. (1967): *Scientific method in analysis of sediments*. McGraw Hill, New York, 508 p.
- Isaaks, E., Srivastava, R. (1989): *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press Inc., New York, 592 p.
- Krumbein, W.C., Graybill, F.A. (1965): *An Introduction to Statistical Models in Geology*. McGraw Hill Book Company, New York, 475 p.
- Kumar, V. (2007): *Optimal contour mapping of groundwater levels using universal kriging - a case study*. Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques, 52/5, 1038–1050.
- Malvić, T. (2008): *Primjena geostatistike u analizi geoloških podataka*. INA, SD Istraživanje i proizvodnja nafte i plina, Grupa za tiskarske i grafičke poslove, Zagreb, 105 p.
- Malvić, T., Cvetković, M., Balić, D. (2008): *Geomatematički rječnik*. HGD, Zagreb, 77 p.

- Malvić, T., Novak Zelenika, K. (2013): Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova. Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 26, 1–9.
- Malvić, T., Vrbanac, B. (2013): Geomatematički pojmovnik. Hrvatski matematički elektronički časopis, 23, 1–49.
- Matheron, G. (1963): Principles of Geostatistics. Economic Geology, 58, 1246–1266.
- Mesić Kiš, I., Malvić, T. (2015): Druga nadopuna baze geomatematičkoga nazivlja u terminološkoj bazi Struna Instituta za hrvatski jezik i jezikoslovlje, <http://struna.ihjj.hr>

URL: <http://stattrek.com/regression/residual-analysis.aspx?Tutorial=AP> (pristupljeno 30. kolovoza 2016.)

## Abstract in English

### Croatian dictionary of selected geomathematical and geostatistical terms

The importance of geostatistics and geomathematics in modern geology has been already demonstrated by a number of research papers and studies. These scientific branches are especially used in the data analysis and processing, as well as for display of spatial distribution of selected geological variables. In order to properly approach to analysis and data processing, it is necessary to know the professional terminology. Development of geomathematics in Croatia is still in progress, so it is necessary to provide scientists, and other enthusiasts who want to work in this area, the appropriate terminology guidelines. There are already several published dictionaries and glossaries, but they have to be constantly expanded. In this dictionary 24 descriptions of geomathematical and geostatistical terms are given with explanatory notes, equations and images. The terms are related to methods of assessment and interpolation, and thus are very important in the geological mapping and exploration.

### Key words

geomathematics, geostatistics, Croatian terminology, definitions





# Hrvatski rječnik odabranih geomatematičkih pojmova iz ekonomske geologije i geološke vjerojatnosti

Stručni rad

Tomislav Malvić<sup>1a</sup>, Josipa Velić<sup>1b</sup>,<sup>1</sup> Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Pierrotijeva 6, 10000 Zagreb; <sup>a</sup>izvanredni profesor, <sup>b</sup> profesorica emerita

## Sažetak

Svako potencijalno otkriće ugljikovodika prolazi kroz fazu procjene različitih geoloških kategorija kojima se određuje postoje li geološki uvjeti za stvaranje i očuvanje ležišta. Slična metodologija može se primijeniti na još neke vrste ležišta mineralnih sirovina (poput ugljena, geotermalne vode itsl.). Konačan rezultat je predstavljen kroz vjerojatnost postojanja pretpostavljenog ležišta (izraženom vrijednošću u intervalu 0-1). To je važna, no ne i jedina, varijabla kojom se računa isplativosti daljnjih ulaganja. Ona ovisi i o investicijskom riziku pojedinca ili tvrtke, a što je usko povezano s dostupnim budžetom, planiranim troškovima, očekivanoj vrijednosti otkrića, te očekivanoj dobiti. Postoji niz pojmova, jednadžbi i grafikona kojima se takve varijable mogu procijeniti. Opisane su u nizu inozemnih radova, ali i nekoliko koje su objavili hrvatski autori. Upravo su oni bili temelj za izdvajanje takvih pojmova i njihovo uvođenje u hrvatsko geomatematičko nazivlje po prvi puta.

## Ključne riječi

ekonomska geologija, nazivlje, geološka vjerojatnost, funkcija korisnosti, očekivana vrijednost, geomatematika

## 1. Uvod

Ulaganje u istraživanje i razradbu ležišta mineralnih sirovina obično zahtijeva značajna financijska sredstva pa se u tom cilju tijekom desetljeća razvilo niz egzaktnih metoda i tehnika procjene njihove vrijednosti. To je posebice bilo izraženo kod ležišta ugljikovodika zbog najvećega apsolutnog iznosa koji je tijekom vremena uložen u njihovo pridobivanje.

Velik broj takvih metoda primjenjuje se na potencijalna ležišta, tj. prostore u kojima je s «razumnom» vjerojatnošću pretpostavljeno postojanje ekonomski isplativih zaliha, što će nakon završetka istraživačke faze postati dokazane i barem dijelom bilančne.

Kod ležišta ugljikovodika prvi je korak određivanje geološke vjerojatnosti njihova postojanja, zatim potencijalnog volumena zasićenog njima, novčanog rizika istraživanja te moguće dobiti. Geološka vjerojatnost je razmjerno jednostavan numerički postupak umnoška vjerojatnosno nezavisnih geoloških događaja i kategorija (npr. **Malvić, 2003; Malvić & Rusan, 2009; Malvić & Velić, 2015; Malvić et al., 2007**). Određivanje volumena prostora u podzemlju može se načiniti na više načina, a jedan od češćih je geometrijskom aproksimacijom i numeričkom integracijom (npr. **Malvić et al., 2014**).

Kod određivanja iznosa ulaganja i dobiti postoji nekoliko osnovnih varijabli, čije su vrijednosti dijelom subjektivne za onoga tko ulaže. Takve veličine su, npr., istraživački proračun, politika prema stjecanju i udjelu pojedinih vrsta rezervi, stav prema riziku ulaganja te iznosu očekivane dobiti (relativne i apsolutne). Pri tomu je stav prema riziku (pozitivan, neutralan ili negativan) vjerojatno najvažnija varijabla pri takvim izračunima, o kojima ovisi kako očekivana vrijednost (dobit) tako i «korisnost» za ulagača (npr. **Sloman & Sutcliffe, 2004**). Pri tomu je funkcija korisnosti, koju je u procjeni vrijednosti ležišta ugljikovodika uveo **Cozzolino (1977)**, a kasnije primjenilo više autora (npr. **Rose, 1987; Schuyler, 2001**), jedan od osnovnih alata. Posebno je važno uvođenje funkcije i jedinica korisnosti (**Schuyler, 2001**) u

Dopisni autor: Josipa Velić  
[josipa.velic@rgn.hr](mailto:josipa.velic@rgn.hr)

opisano hrvatsko geomatematičko nazivlje, jer se radi o alatima koji se koriste i u dugim poljima primjene ekonomije. Niz tih metoda objavljeno je i u Hrvatskoj (Malvić et al., 2007), a kako će se one i dalje rabiti za izračune vrijednosti ležišta ugljikovodika, ovdje su izdvojeni najvažniji pojmovi i dani u obliku hrvatskoga rječnika takvoga nazivlja.

## 2. Rječnik pojmova iz ekonomske geologije i geološke vjerojatnosti s definicijama, napomenama i natuknicama

**geološka vjerojatnost** – vrijednost otkrića ležišta ugljikovodika ili neke druge geološke pojave koja se iskazuje brojem između 0 (nemoguć događaj) i 1 (siguran događaj).

Napomena: upućuje na vjerojatnost otkrića u nekom stratigrafskom intervalu ili izglednom području. Postupak izračuna geološke vjerojatnosti (“p”) može se, uz dorade metodologije, primijeniti za gotovo svim geološkim prostorima, a radi se po sljedećoj jednadžbi, gdje su “p(.)” vjerojatnosti odabranih geoloških kategorija (ovdje redom zamke, ležišta, migracije, matične stijene, očuvanja ugljikovodika):

$$IZGL = p(z) \times p(l) \times p(m) \times p(ms) \times p(oCH)$$

Primjer:

TRAP		RESERVOIR		SOURCE ROCKS		MIGRATION		HC PRESERVATION	
Structural		Reservoir type		Source facies		HC shows		Reservoir pressure	
1.00	Anticline and buried hill linked to basement	1.00	Sandstone, clean and laterally extended; Basement granite, geiss, gabbro; Dolomites with secondary porosity; Algae	1.00	Kerogene type I and/or II	1.00	Production of hydrocarbons	1.00	Higher than hydrostatic
0.75	Faulted anticline	0.75	Sandstones, rich in silt and clay; Basement with secondary porosity, limited extending; Algae reefs, filled with skeletal debris, mud and marine cements	0.75	Kerogene type III	0.75	Hydrocarbons in traces; New gas detected >10 %	0.75	Approximately hydrostatic
0.50	Structural nose closed by fault	0.50	Sandstone including significant portion of silt/clay particles, limited extending	0.50	Favourable palaeo-facies organic matter sedimentation	0.50	Oil determined in cores (luminescent analysis, core tests)	0.50	Lower than hydrostatic
0.25	Any "positive" faulted structure, margins are not firmly defined	0.25	Basement rocks, including low secondary porosity and limited extending	0.25	Regionally known source rock facies, but not proven at observed locality	0.25	Oil determined in traces (lumin. anal., core tests)	0.25	
0.05	Undefined structural framework	0.05	Undefined reservoir type	0.05	Undefined source rock type	0.05	Hydrocarbon are not observed	0.05	
Stratigraphic or combined		Porosity features		Maturity		Position of trap		Formation water	
1.00	Algae reef form	1.00	Primary porosity >15 %; Secondary porosity >5 %	1.00	Sediments are in catagenesis phase ("oil" or	1.00	Trap is located in proven migration distance	1.00	Still aquifer of field-waters
0.75	Sandstones, pinched out	0.75	Primary porosity 5-15 %; Secondary porosity 1-5 %	0.75	Sediments are in metagenesis phase	0.75	Trap is located between two source rocks	0.75	Active aquifer of field-waters
0.50	Sediments changed by diagenesis	0.50	Primary porosity <10 %; Permeability <1x10 <sup>-3</sup> (-3) micrometer**2	0.50	Sediments are in early catagenesis phase	0.50	Short migration pathway (<=10 km)	0.50	Infiltrated aquifer from adjacent formations
0.25	Abrupt changes of petrophysical properties (caly, different facies)	0.25	Secondary porosity <1 %	0.25	Sediments are in late diagenesis phase	0.25	Long migration pathway (>10 km)	0.25	Infiltrated aquifer from surface
0.05	Undefined stratigraphic framework	0.05	Undefined porosity values	0.05	Undefined maturity level	0.05	Undefined source rocks	0.05	
Quality of cap rock				Data sources		Timing			
1.00	Regional proven cap rock (seals, isolator)	1.00		1.00	Geochemical analysis on cores and fluids	1.00	Trap is older than matured source rocks	1.00	
0.75	Rocks without reservoir properties	0.75		0.75	Analogy with close located geochemical analyses	0.75	Trap is younger than matured source rocks	0.75	
0.50	Rocks permeable for gas (gas leakage)	0.50		0.50	Thermal modeling and calculation (e.g. Lopatin, Waples etc.)	0.50	Relation between trap and source rocks is unknown	0.50	
0.25	Permeable rocks with locally higher silt/clay	0.25		0.25	Thermal modeling at just a few locations	0.25		0.25	
0.05	Undefined cap rock	0.05		0.05	Undefined data sources	0.05		0.05	

Slika 1: Geološki događaji prikazani u pet kategorija s pripadajućim vjerojatnostima (Malvić & Rusan, 2009, izvornik je na engleskom)

Vidi: geološka kategorija, izglednost otkrića (skr. izgl)  
Engl. *geological probability, probability of success (abbr. POS)*

**geološki događaj** – najniža razina varijabli kod izračuna geološke vjerojatnosti, koja predstavlja jedan nezavisan događaj s vrijednošću 0-1.

Napomena: Više geoloških događaja određuje geološku kategoriju.

Vidi: geološka vjerojatnost  
Engl. *geological event*

**geološka kategorija** – zbirna varijabla, vrijednosti 0-1, srodnih geoloških događaja čiji deterministički umnožak svih kategorija (poput zamke, ležišta, migracije, matične stijene, očuvanja ugljikovodika) daje geološku vjerojatnost.

Napomena: deterministički umnožak vjerojatnosti nekoliko geoloških kategorija je umnožak neovisnih vjerojatnosnih događaja. Međutim iako je polazna postavka kako se radi o neovisnim događajima, oni su naravno često puta isprepleteni i uvjetuju jedan drugoga. No takva međuzavisnost je daleko prekompleksna da bi se pouzdano i zavisno opisala, čak i geomatematičkim metodama, stoga se oni promatraju kao nezavisni vjerojatnosni događaji.

Vidi: geološki događaj  
Engl. *geological category*

**granična korisnost** – promjenjiva (relativna) vrijednost koja opisuje korisnost ulaganja ili zadovoljstvo ulagača mogućom dobiti glede visine ulaganja.

Napomena: primjer je zadovoljstvo koje je obično veće ako se uz uloženi 100 kn zaradi 1 kn dodatno, nego ako je to zarada na 1000 uloženi kuna.

Engl. *marginal utility*

**odgovarajući ekvivalenti** – jedinice izražene u rizično neutralnim dolarima (RN\$) koje daju najveću prihvatljivu vrijednost ulaganja s obzirom na očekivanu vrijednost otkrića.

Napomena: računa se prema

$$CE = -r \cdot \ln\left(1 - \frac{EU}{r}\right)$$

gdje su: CE – odgovarajući ekvivalenti (RN\$), EU – očekivane jedinice korisnosti, r – koeficijent tolerancije rizika.

Primjer:

Calculated MONETARY VALUES				
Expected utility (EU)	-0.57		MM\$ - millions	
Exponential utility function	7.27	MM utils	dollars	
New costs (adjusted by risk)	3.93	MM\$	RN\$ - risk	
Expected value (EV)	0.40	MM\$	neutral	
Certainty equivalent (CE)	-0.56	MM RN\$	dollars	

The company is willing to invest -0.56 MM RN\$ in exploration of hypothetical discovery, characterised by EV=0.40 MM\$ and POS= 30.00 % using exponential function  $U(x)=r(1-\exp(-NPV/r))$

**Slika 2:** Java aplikacije za izračun odgovarajućih ekvivalenata (iz Malvić et al., 2007; osmislili i programirali za Inu Curi & Malvić, 2006)

Vidi: očekivane jedinice korisnosti, geološka vjerojatnost

Engl. *certain equivalents*

**očekivane jedinice korisnosti** – su jedinice korisnosti prilagođene za vrijednost geološke vjerojatnosti i troškova.

Napomena: računaju se prema

$$EU = U(x) \cdot POS - (NEW\_COSTS \cdot (1 - POS))$$

gdje su: EU – očekivane jedinice korisnosti; U – jedinice korisnosti; POS – geološka vjerojatnost; NEW\_COSTS – troškovi prilagođeni ulagačkim rizikom.

Vidi: funkcija korisnosti, geološka vjerojatnost

Engl. *expected utility units*

**očekivana vrijednost** – je dobit ili korisnost koju ulagač ostvaruje ulaganjem.

Napomena: u istraživanju i proizvodnji ugljikovodika dobit ili korisnost zavisi su od geoloških varijabli, tržišta i općeg stava ulagača prema riziku. Računa se prema:

$$EV = NPV \cdot POS - (COSTS \cdot (1 - POS))$$

gdje su: EV – očekivana vrijednost; NPV – sadašnja vrijednost; POS – geološka vjerojatnost; COSTS – troškovi bušenja i opremanja.

Sin. očekivana dobit, rizik

Vidi: funkcija korisnosti

Engl. *expected value*

**okomita projekcija ležišta** – površinska projekcija potencijalnih ležišta unutar stratigrafske jedinice s bočno određenim granicama.

Vidi: stratigrafska jedinica

Engl. *prospect*

**prilagođeni troškovi** – su troškovi bušenja i opremanja prilagođeni prvom derivacijom funkcije korisnosti.

Napomena: računaju se prema:

$$NEW\_COSTS = r \cdot (1 - e^{-\frac{COSTS}{r}})$$

gdje su: NEW\_COSTS – prilagođeni troškovi (u novčanim jedinicama), COSTS – ukupni troškovi (nov. jed.), r – prva aproksimacija funkcije korisnosti (koeficijent tolerancije rizika).

**prva aproksimacija funkcije korisnosti** – predstavlja vrijednost koja se godišnje može potrošiti na istraživanje i razradbu nekoga prostora.

Napomena: računa se prema jednadžbi:

$$r(\text{mil.}\$) = \frac{1}{\text{godisnje\_ulaganje}(\text{mil.}\$)}$$

gdje su: r – prva aproksimacija funkcije korisnosti (koeficijent tolerancije rizika).

Engl. *first approximation of utility function*

**rizično neutralni dolari** – jedinice izračunate uporabom eksponencijalne funkcije koja umanjuje očekivanu vrijednost tako da uzima u obzir rizik i stav prema riziku.

Napomena: računa se prema

$$U(x) = r \cdot \left( 1 - e^{-\frac{NPV}{r}} \right)$$

gdje su: U – jedinice korisnosti u rizično neutralnim dolarima (jed. RN\$); NPV – sadašnja tržišna vrijednost potencijalnih rezervi uz pravilan diskontni iznos; r – prva aproksimacija funkcije korisnosti (koeficijent tolerancije rizika), e – matematička konstanta, Eulerov broj.

Vidi: prva aproksimacija funkcije korisnosti.

Engl. *risk neutral dollars, utils*

**rizik** – vrijednost ostvarenja nekoga događaja koja se izražava vrijednošću 0-1 ili postotkom.

Napomena: u istraživanju, posebice ležišta, rizik je određen i stavom ulagača koji se razdvaja na tri vrste: (1) rizično neutralan stav gdje se ulaganje uravnotežuje s dobiti, (2) rizično naglašeni stav gdje su ulaganja načinjena iako je mogućnost gubitka veća od 50 %, (3) rizično oprezan stav u kojem se ulaganja ponekad ne rade iako je mogućnost dobiti veća od 50 %.

Engl. *risk, risk-neutral, loving or averse attitude*

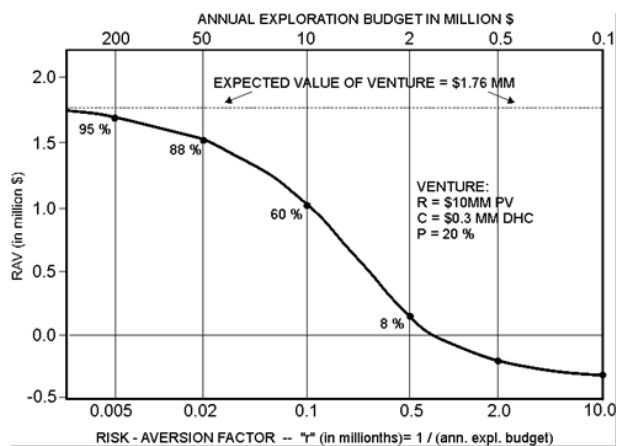
**rizikom prilagođena vrijednost** – vrijednost izvedena iz funkcije korisnosti koja ukazuje na optimalnu i konzistentnu razinu ulaganja.

Napomena: izvedena je iz veličine ulaganja, prihvatljivog rizika i očekivane dobiti ulagača (pojedince, tvrtke), a računa se prema jednadžbi:

$$RAV = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left[ p \cdot e^{-r(R-C)} + (1-p) \cdot e^{-rC} \right]$$

gdje su: R – ukupna dobit u milijunima dolara; C – trošak u milijunima dolara; p – geološka vjerojatnost; r – funkcija koja opisuje stav prema riziku; RAV – rizikom prilagođena vrijednost, e – matematička konstanta, Eulerov broj.

Primjer:



**Slika 3:** Rizikom prilagođena vrijednost za očekivanu vrijednost od 1,76 milijuna dolara te različita godišnja ulaganja (iz Rose, 1987)

Vidi: geološka vjerojatnost, rizik, funkcija korisnosti  
Engl. *risk-adjusted value* (abbr. RAV)

**stratigrafska jedinica** – jedinica u rangu kronostratigrafskog kata unutar koje se računa geološka vjerojatnost postojanja potencijalnog jednog ili više ležišta ugljikovodika.

Engl. *stratigraphic play*

### 3. Zaključci

Hrvatska geološka terminologija do sada je objavljivana rijetko, bez ikakvog enciklopedijskog djela takve vrste. Postoji nekoliko rječnika, te nazivlje do sada prikupljeno u bazi stručne terminologije Instituta za hrvatski jezik i jezikoslovlje „Struna“, koje obuhvaća geomatematičku građu. Upravo je geomatematičko nazivlje opisano u najvećem broju rječničkih djela na hrvatskom jeziku, međutim uglavnom za grane geostatistike i, manjim dijelom, neuronskih mreža te klasične statistike primijenjene na geološkim podacima. Jedna cijela grana koja se bavi u načelu ekonomskom geologijom i vjerojatnošću kod istraživanja i proizvodnje ugljikovodika, a ponekad i drugih mineralnim sirovinama, do sada je bila prikazana u nekoliko radova, uglavnom na engleskom jeziku. Kako se radi o značajnom području geomatematike i geologije, u kojem će se i u budućnosti raditi vrijedna istraživanja, smatrali smo da prvo rječničko djelo u obliku znanstvenoga rada ima svoju važnost kako danas, tako i u godinama koje dolaze. Rezultat je prikazano istraživanje. Vjerujemo kako će se ono nastaviti kroz buduće potpore i projekte te uskoro rezultirati i rječnikom u knjižnom obliku.

### 4. Popis literature i drugih izvora

- Cozzolino, J. M. (1977): Management of oil and gas exploration risk: West Berlin, New Jersey, Cozzolino Associates, 420 p.
- Malvić, T. (2003): Oil-Geological Relations and Probability of Discovering New Hydrocarbon Reserves in the Bjelovar Sag: Ph.D. Dissertation, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Zagreb, 123 p.
- Malvić, T. & Rusan, I. (2009): Investment risk assessment of potential hydrocarbon discoveries in a mature basin. Case study from the Bjelovar Sub-Basin, Croatia. Oil, gas - European Magazine, 35, 2; 67-72.

- Malvić, T. & Velić, J. (2015): Stochastically improved methodology for probability of success ('POS') calculation in hydrocarbon systems. *RMZ - Materials and geoenvironment*, 62, 3, 149-155.
- Malvić, T., Rusan, I. & Curi, M. (2007): Using of exponential function in risk assessment for investment in potential hydrocarbon discovery. *Naftaplin, special issue*, 4 (book 27), 33-42.
- Malvić, T., Rajić, R., Slavinić, P. & Novak Zelenika, K. (2014): Numerical integration in volume calculation of irregular anticlines. *Rudarsko-geološko-naftni zbornik*. 28, 2, 1-8.
- Rose, P.R. (1987): Dealing with Risk and Uncertainty in Exploration: How Can We Improve?: *AAPG Bulletin*, 71, 1, 1-16.
- Schuyler, J. (2001): *Risk and Decision Analysis in Project* (2nd Edition): Project Management Institute Inc., Northern Square (Pennsylvania), 259 p.
- Sloman, J. & M. Sutcliffe (2004): *Economics for Business*: Edinburgh, Pearson Education Ltd., 726 p.

## **Zahvala**

Istraživanje i prikupljanje građe omogućeno je i sredstvima iz dvaju izvora. Jedan je projekt MZOŠ-a «Stratigrafska i geomatematička istraživanja naftnogeoloških sustava u Hrvatskoj» (voditeljica J. Velić, projekt br. 195-1951293-0237). Drugi je potpora istraživanjima odobrena 2016. pod naslovom «Matematičke metode u geologiji» (voditelj T. Malvić) na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.

## **Abstract in English**

### **Croatian dictionary of selected terms from economical geology and geological probability**

Each potential hydrocarbon reservoir is subdued to estimation of different geological categories. The goal is determination of geological conditions necessary for reservoir creation. The similar methodology can be applied on similar types of reservoirs (like coal, potable water etc.). The final result is presented as probability of success (existence) of potential reservoir, expressed in interval 0-1. That is important, but not the only one variable taken into account for cost effectiveness for further investments. They also depend on acceptable risk (for person or company), i.e. on available budget, planned costs, expected value of discovery and expected profit (gain). There are list of terms, equations and graphs that can be used for such variable estimations. They are described in several world-known papers, but also in a few published from Croatian authors. These sources were selected as the base for creation of additional Croatian geomathematical terminology sub-databases for the first time.

### **Key words**

economic geology, terminology, geological probability, utility function, expected value, geomathematics





# Primjena umjetnih neuronskih mreža u kartiranju ležišta ugljikovodika, primjer EK markera Rs5 u Bjelovarskoj subdepresiji



Marijan Šapina<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Pavićeva 93, 31400 Đakovo, mag.ing.naft.rud.

## Sažetak

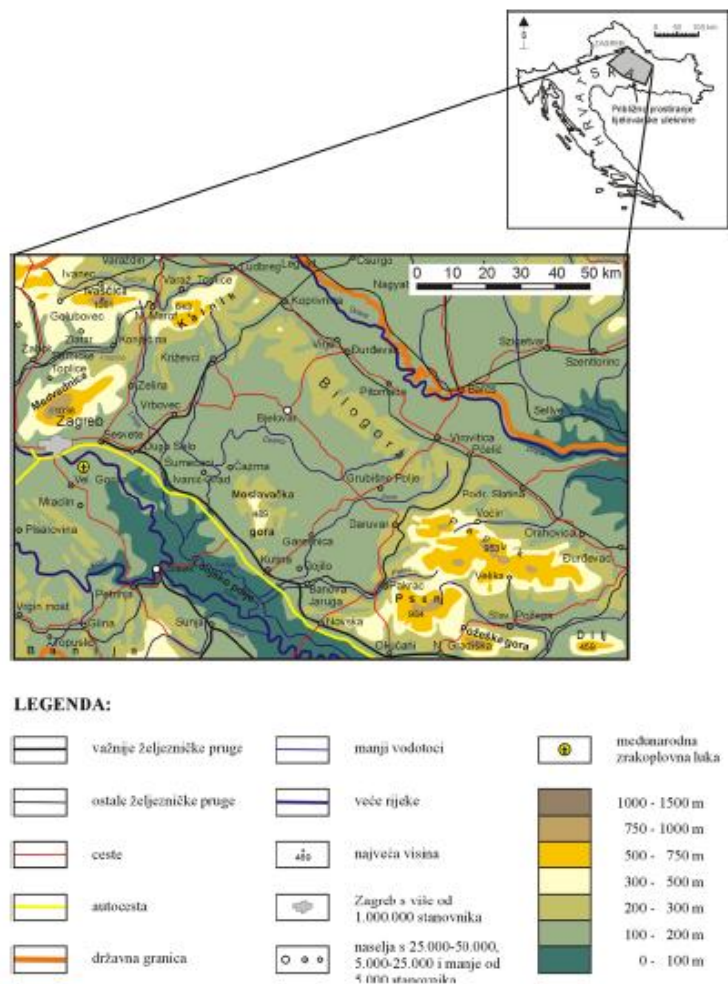
U ovomu radu su prikazani rezultati uspješno primijenjene metode umjetnih neuronskih mreža u kartiranju ležišta ugljikovodika. Kartirana, odnosno, izlazna varijabla je bila dubina, a kartirana je s obzirom na dvije ulazne varijable, koordinate  $x$  i  $y$ . Promatrano područje je EK marker Rs5 u Bjelovarskoj subdepresiji unutar Dravske depresije koja je dio hrvatskog dijela Panonskog bazenskog sustava. Algoritmom umjetne neuronske mreže izrađenim u programu za statističku obradu „R“ dobivena je arhitektura mreže koja daje „najbolje“ izlaze, tj. izlaze s najmanjom pogreškom u odnosu na ulazni skup podataka. Ta mreža se sastojala od četiri sloja, od čega dva skrivena koji su imali 10 i 6 neurona. Kao najbolji algoritam pokazao se algoritam s povratnim postupkom. Ukupna kvaliteta rezultata i načinjene karte je obrađena statističkom analizom i usporedbom s drugim često korištenim metodama kartiranja kao što je metoda običnog krigiranja. Usporedba je načinjena metodom kros-validacije.

## Ključne riječi

Bjelovarska subdepresija, geomatematika, kartiranje, kros-validacija, umjetne neuronske mreže.

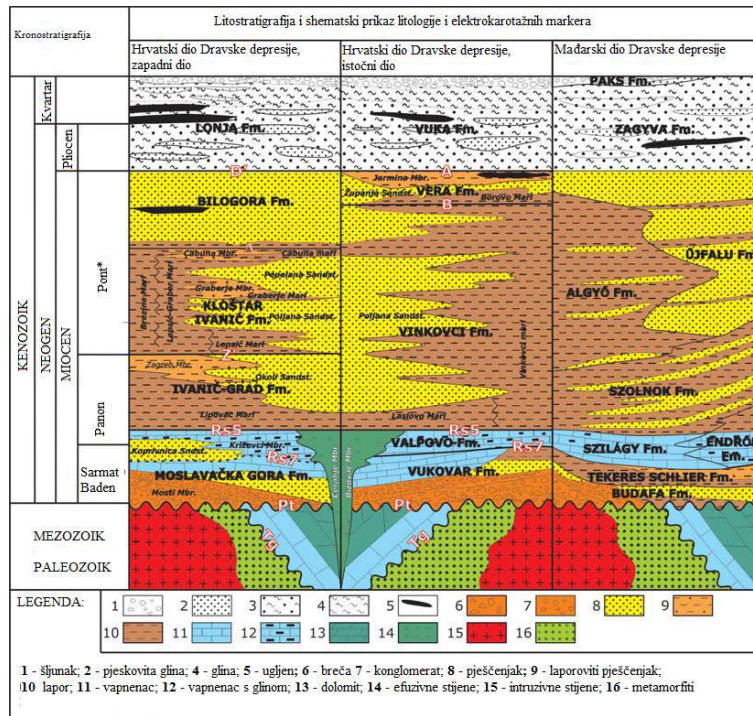
## 1. Uvod

U ovomu radu je postavljena hipoteza uspješnog kartiranja metodom umjetnih neuronskih mreža. Karakteristika metode umjetnih neuronskih mreža je da simulira postupak ljudskog učenja uvježbavanjem i optimiziranjem parametara nizom ponavljanja. Uspoređeni su rezultati kartiranja umjetnom neuronskom mrežom i geostatističkom interpolacijom, tj. metodom običnog kriginga. Metoda je primijenjena na kartiranju dubine EK markera (elektrokarotaznog markera) „Rs5“. EK marker „Rs5“ predstavlja granicu formacija Moslavačka gora (taložne stijene donjeg i srednjeg miocena) te formacije Ivanić-grad (taložne stijene gornjeg panona), a nalazi se u Bjelovarskoj subdepresiji koja je na jugozapadu Dravske depresije (slika 1). Ovaj marker je prethodno kartiran u više navrata različitim metodama (npr. Malvić, 2003; Malvić, 2011; Špelić et al., 2014).



Slika 1: Zemljopisni položaj Bjelovarske subdepresije (iz Malvić, 2003)

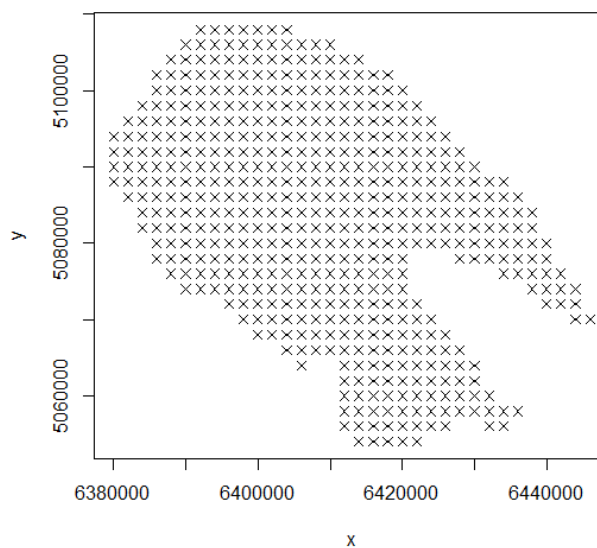
Dravsku depresiju je općenito sačinjena od neogenskih i kvartarnih stijena i naslaga (Malvić and Cvetković, 2013). Debljine naslaga premašuju 7000 m u središnjem dijelu depresije. Uz pojavu sedimentnih stijena, mjestimice se mogu naći pojave efuzivnih stijena srednjomiocenske starosti kao i fluvijalnih i jezerskih sedimenata donjeg miocena. U većini slučajeva neogensko-kvartarna slijed sastoji se od srednjomiocenskih i gornjomiocenskih, pliocenskih te pleistocenskih i holocenskih klastičnih i biogenih sedimenata. Stijene u podini neogensko-kvartarnoga slijeda su bitno drukčijeg litološkog sastava i stratigrafske pripadnosti. Radi se većinom o karbonatima (vapnencima i dolomitima), metamorfitima (amfibolitima, škriljavcima i gnajsevima) i magmatitima (granitima i gabrima) mezozojske i paleozojske starosti. Stijene u podini neogensko-kvartarnoga slijeda nisu litostratigrafski raščlanjene u Hrvatskom dijelu. Litostratigrafska raščlamba Dravske depresije prikazana je na slici 2.



Slika 2: Litostratigrafske jedinice unutar Dravske depresije (Malvić and Cvetković, 2013)

## 2. Metode

Cilj rada je kartiranje dubine EK-markera „Rs5“ metodom umjetnih neuronskih mreža. Kako postupak izradbe algoritma umjetne neuronske mreže i njegovo korištenje zahtijeva „uvježbavanje“ mreže postojećim podacima, korišteni su podaci sadržavali vrijednosti varijabli koordinata  $x$  i  $y$  te vrijednost varijable dubine. Uvježavanje ili postupak učenja je iterativni postupak predočavanja ulaznih primjera (uzoraka, iskustva) i eventualno očekivana izlaza (Dalbelo-Bašić et al., 2008). Podatci su u pravilnoj mreži, a na slici 3 prikazana je karta s prikazom položaja svih točaka kojima su pridružene vrijednosti dubina na temelju kojih je načinjena karta.



Slika 3: Karta s položajem ulaznih vrijednosti

Prvi korak uspješnog kartiranja algoritmom umjetne neuronske mreže je prikupljanje i priprema ulaznih podataka. U ovom radu su korišteni podatci o koordinatama smjesta te pripadajuća dubina. Budući da je bila nužna obradba podataka za što bolji izlaz, odnosno smanjenje pogreške, početne Gauss-Krügerove koordinate su pretvorene u *relativne* koordinate, čime se nije promijenio prostorni odnos, ali jest numerička vrijednost, dok su vrijednosti dubina logaritmiranjem po bazi 10 numerički umanjene, ali su odnosi ostali isti. Bez dodatnog uređivanja podataka, izlaz kojeg je algoritam dao je bio konstantan za sve vrijednosti ulaznih varijabli te je pogreška bila izuzetno velika.

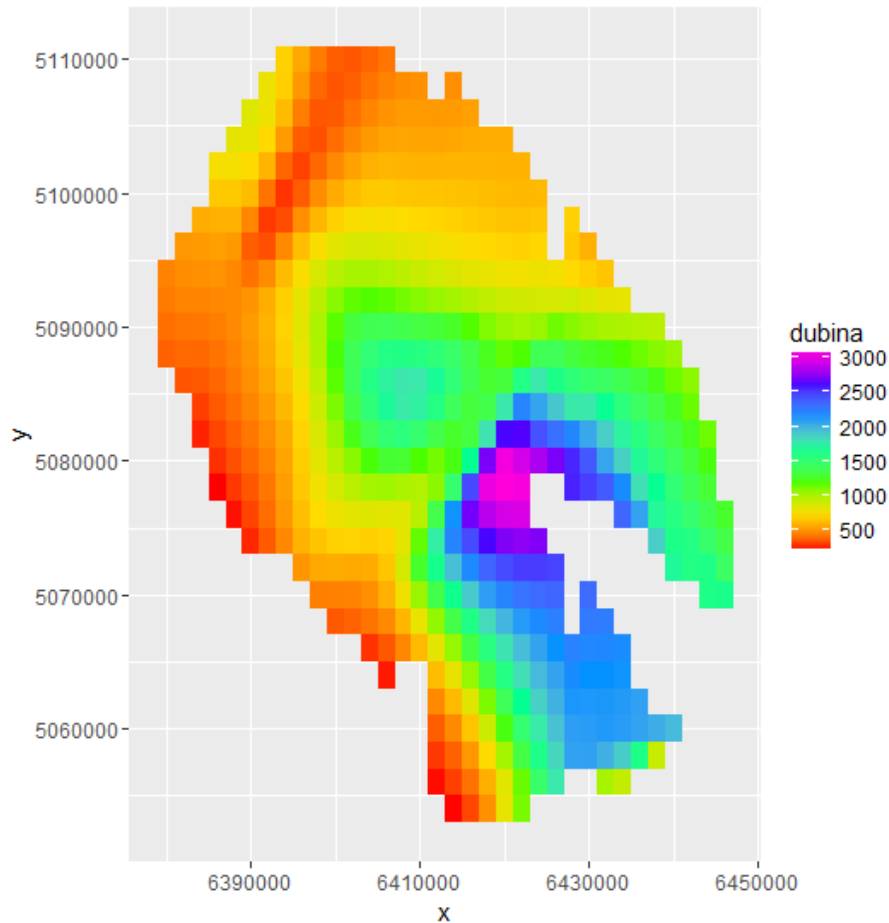
Nakon uređivanja ulaznog skupa, podijeljen je na skup za uvježbavanje i skupa za provjeru. Skup za uvježbavanje se sastoji od 75 % slučajno odabranih podataka iz ulaznog skupa. Sljedeći korak uključuje optimiziranje parametara neuronske mreže, a parametri podložni optimiranju su broj skrivenih slojeva i broja neurona u njima, vrijednost praga (zadana vrijednost 0,01), maksimalan broj koraka kod uvježbavanja nakon kojeg se zaustavlja postupak uvježbavanja (zadana vrijednost  $1 \times 10^5$ ), broj ponavljanja uvježbavanja mreže, početne vrijednosti težinskih koeficijenata (zadana je slučajna vrijednost), stopa učenja, vrsta algoritma (zadan je algoritam s povratnim postupkom učenja), funkcija pogreške (zadana je suma kvadrata pogreške), aktivacijska funkcija (**Malvić and Cvetković, 2013a**) (zadana je sigmoidalna) i još određen broj dodatnih parametara.

Zatim program ispisuje izlaz neuronske mreže i crta shemu pripadajuće mreže uz prikaz pripadajućih težinskih koeficijenata i pogreške. Ukoliko je optimiranjem parametara pogreška smanjena na minimalnu vrijednost, slijedi korištenje uvježbane mreže na novim podatcima koji će biti ukomponirani u ulazni skup. To je umjetni skup koji se sastoji od  $x$  i  $y$  koordinata iz ulaznog skupa uvećanih za 1 ( $x_i+1$ ,  $y_i+1$ ) da bi se dobio veći broj podataka na karti i bolja razlučivost. Kad su predviđene dubine za koordinate dodatnog skupa, izlaz prvog i drugog skupa se ujedinjuje i slijedi postupak kartiranja, odnosno grafičkog prikaza prostornog razmještaja.

## 2.1. Rezultati i odabir najbolje mreže

Izlaz algoritma daje ukupnu pogrešku predviđanja u iznosu od 0,238 u oko 35000 ponavljanja (iteracija). Takva pogreška je rezultat računanja s *relativnim* iznosima vrijednosti podataka, odnosno s logaritmiranim podatcima. Izlaz algoritma u postupku predviđanja dubina drugog (umjetnog) skupa daje pogrešku u iznosu 0,03178 u oko 40000 ponavljanja. Primjenjujući isti algoritam na skup podataka koji nije prethodno logaritmiran dobije se pogreška u iznosu 84854148,760 u 1616 ponavljanja, te je izlaz konstantna vrijednost za svaki par ulaznih varijabli, što onemogućava interpretaciju. Funkcija pogreške koja se koristi u algoritmu je suma kvadrata pogreške (engl. sum of squared errors). Funkcija pogreške mjeri razliku između predviđene i promatrane vrijednosti izlaza, a proces se zaustavlja kad je vrijednost svih parcijalnih derivacija funkcija pogreške po težinskim koeficijentima ( $\partial E/\partial w$ ) manja od zadanog praga (**Günther & Fritsch, 2010**). Najbolja mreža je odabrana s obzirom na najmanju pogrešku koju daje, a to je dobiveno u slučaju mreže s dva skrivena sloja gdje se u prvom sloju nalazi 10, a u drugom 6 neurona. Na **slici 4** se nalazi karta dobivena pomoću izlaznih vrijednosti algoritma neuronske mreže.

Vrijednost najpreciznijeg podatka dobivenog algoritmom neuronske mreže iznosi 2089,336 m, umjesto 900 m na lokaciji X=6431993, Y=5059986. Najpodcjenjeniji podatak je na lokaciji X=6429993, Y=5081986 sa vrijednosti 2086,28 m umjesto 3060 m.

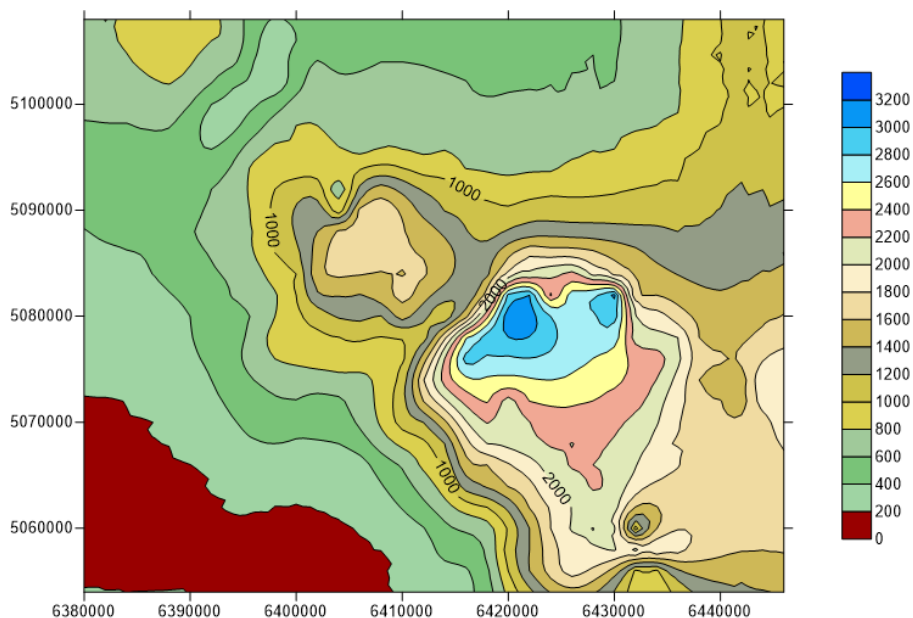


Slika 4: Karta dubina EK markera „Rs5“ dobivena algoritmom neuronskih mreža

## 2.2. Interpolacija običnim krigiranjem

Geostatistička interpolacija je izvršena običnim krigiranjem te variogramskom analizom koja je prethodila interpolaciji. Brojne interpolacije krigiranjem su obavljene u zadnjem desetljeću u Hrvatskom dijelu Panonskom bazenskom sustavu, a neke od relevantnih za Dravsku depresiju su karte šupljikavosti u polju Beničanci, u istočnom dijelu Depresije, a napravljene su kartiranjem inverznom udaljenošću te krigiranjem (Malvić, 2008; Malvić and Đureković, 2003), a u Savskoj depresiji su karte šupljikavosti izrađene u polju Ivanić (Malvić, 2008a) te polju Kloštar (Balić et al., 2008). U izradi karte su kao ulazne vrijednosti uzete koordinate EK markera Rs5 ( $x$  i  $y$ ) te podatci o dubini. Vrijednost variograma je također jedan od bitnih podataka za izradbu karte metodom krigiranja. Kao relevantna metoda izabrana je metoda običnog krigiranja. Načinjena karta je prikazana na slici 5, a metodom kros-validacije (npr. Davis, 1987) dobivene su vrijednosti kvadratne pogreške procjene te najprecijenjeniji i najpodcjenjeniji podatci. Vrijednost kvadratne pogreške procjene iznosi 14638,35. Najprecijenjeniji podatak je dubina s vrijednošću 900 m, koja je procijenjena na 2161,50 m, a nalazi se na koordinatama  $X=6431993$  te  $Y=5059986$ . Najpodcjenjeniji podatak je podatak na  $X=6429993$  i  $Y=5081986$ . Umjesto 3060 m predviđeno je 2271,39 m.

Za usporedbu, kvadratna pogreška procjene kod kartiranja metodom umjetnih neuronskih mreža iznosi 16742,5. Ova usporedba pokazuje ipak nešto točniju procjenu i točniji prikaz karte dobivene običnim krigiranjem.



Slika 5: Karta EK markera „Rs5“ dobivena metodom običnog krigiranja

#### 4. Diskusija i zaključci

U ovom radu su dani prikazi rezultata uspješnog kartiranja geoloških varijabli, u ovom slučaju dubine EK markera, metodom umjetnih neuronskih mreža. Najbolji rezultati su dobiveni mrežom takve arhitekture da sadrži četiri sloja, po jedan ulazni i izlazni te dva skrivena sloja između njih. Prvi skriveni sloj je imao 10 neurona, a drugi 6 neurona. Korišten je višeslojni perceptron sa svim neuronima međusobno povezanim, a algoritam kojim su dobiveni najbolji rezultati je bio algoritam s povratnim postupkom. Značajan rezultat ovog istraživanja je i dobivena jednačba kojom se može urediti ulazni skup podataka koji se sastoji od varijabli koje imaju preveliku vrijednost te kompliciraju rad mreže koja naposljetku daje izlaz koji značajno odstupa od željenog. To je dobiveno logaritmiranjem vrijednosti dubina, koje su imale raspon od 260 do 3140, ali i pretvaranjem vrijednosti koordinata  $x$  i  $y$  u *relativne* koordinate čime se smanjila pogreška te je dobiven bolji izlaz. Prepoznat je problem veće pogreške u odnosu na krigiranje, a to je nemogućnost prilagodbe mreže na velike razlike u vrijednostima dubina na relativno maloj horizontalnoj udaljenosti (nekoliko metara). U slučaju uporabe kod podataka obilježenih linearnom međuzavisnošću neuronske mreže mogu se i trebaju usporediti s drugim često uspješnim linearnim metodama kartiranja. Najpoznatija među njima je krigiranje. Tada u odnosu na klasične geostatističke interpolacijske metode, primjerice tehniku običnog krigiranja, metoda umjetnih neuronskih mreža daje iznimno dobre i kvalitetne rezultate.

#### 6. Popis literature

- Balić, D., Velić, J. and Malvić, T. (2008): Selection of the most appropriate interpolation method for sandstone reservoirs in the Kloštar oil and gas field. *Geologia Croatica*. 61, 1, 27-35.
- Dalbelo-Bašić, B., Čupić, M. and Šnajder, J. (2008): Umjetne neuronske mreže. Nastavni materijali za kolegij Umjetna inteligencija, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, 2008.
- Davis, B (1987): Uses and Abuses of Cross Validation in Geostatistic. *Mathematical Geology*, 19, 3, 241-248.
- Günther, F., Fritsch, S. (2010): Neuralnet: Training of neural networks. *The R Journal*. 2, 1, 30-38.
- Malvić, T. (2003): Naftnogeološki odnosi i vjerojatnost pronalaska ugljikovodika u Bjelovarskoj uleknini (Doktorska disertacija), Zagreb, 156 str.

- Malvić, T., Đureković, M. (2003). Application of methods: Inverse distance weighting, ordinary kriging and collocated cokriging in porosity evaluation, and comparison of results on the Beničanci and Stari Gradac fields in Croatia. *Nafta*. 54, 9, 331-340.
- Malvić, T. (2008). Kriging, cokriging or stohastical simulations, and the choice between deterministic or sequential approaches. *Geologia Croatica*. 61, 1, 37-47.
- Malvić, T. (2008a): Izrada karte poroznosti krigranjem u pješčenjačkim ležištima, primjer iz Savske depresije (Production of a Porosity Map by Kriging in Sandstone Reservoirs, Case study from the Sava Depression). *Kartografija i geoinformacije*, 7, 9, 12-19.
- Malvić, T. (2011): Geological maps of Neogene sediments in the Bjelovar Subdepression (northern Croatia). *Journal of Maps*, 2011, str. 304-317.
- Malvić, T., Cvetković, M. (2013): Lithostratigraphic units in the Drava Depression (Croatian and Hungarian parts) - a correlation / Korelacija litostratigrafskih jedinica u Dravskoj depresiji (hrvatski i mađarski dio). *Nafta*. 64 (1), 27-33.
- Malvić, T., Cvetković, M. (2013a): Neuronski alati u geologiji ležišta ugljikovodika, II. Izdanje (Neural tool in geology of hydrocarbon reservoirs, 2nd issue). Hrvatsko geološko društvo (Geomat. odsjek), Sveučilište u Zagrebu (RGN fakultet), sveučilišni priručnik, Zagreb.
- Špelić, M., Malvić, T., Saraf, V. and Zalović, M. (2014): Remapping of depth of e-log markers between Neogene basement and Lower/Upper Pannonian border in the Bjelovar Subdepression, *Journal of Maps*, DOI: 10.1080/17445647.2014.978909

## Abstract in English

### Application of artificial neural networks in mapping of hydrocarbon reservoirs, an example on e-log border Rs5 in Bjelovar subdepression

The results of successful application of artificial neural networks in mapping of hydrocarbon reservoirs are presented in this paper. The mapped variable was depth, and it was mapped in regard of two input variables, coordinates  $x$  and  $y$ . The mapped area was the e-log border in the Bjelovar Subdepression which is part of the Drava Depression in the croatian part of the Pannonian Basin System. The algorithm of the network is made in the statistical computing software „R“, and the network architecture which gave the best results, i.e. with the lowest error, was the one with four layers, one input layer, one output layer and two hidden layers inbetween with 10 and 6 neurons, respectively. Backpropagation algorithm was used. The final quality of the results and of the map were statistically analyzed and compared with other commonly used mapping method, such as Ordinary Kriging. The comparison was made using cross-validation.

### Key words

Artificial neural networks, Bjelovar Subdepression, cross-validation, geomathematics, mapping.







# Opći model za izračun geološke vjerojatnosti novih otkrića plina u Sjevernom Jadranu uz primjer plinskog polja Ika

Mate Režić<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Stepinčeva 16, 21000 Split, magistar geologije

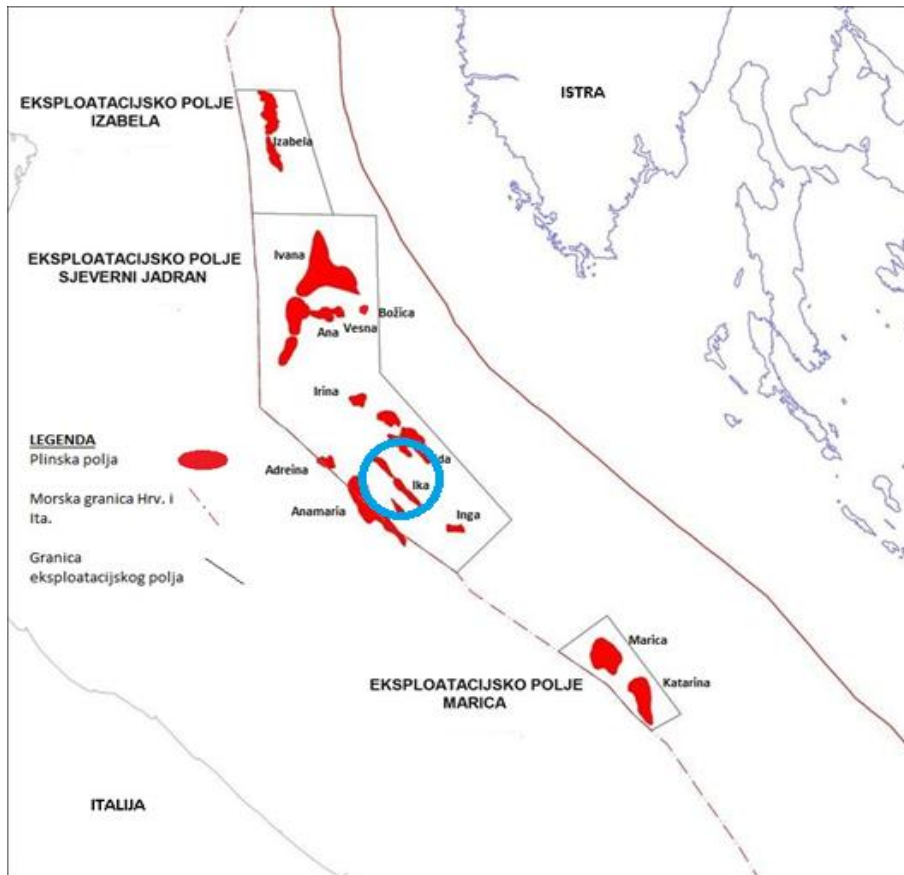
## Sažetak

Plinsko polje Ika je jedino polje u Jadranu gdje je plin nakupljen i u karbonatima. Do danas na tom području izrađene su dvije proizvodne platforme Ika A i Ika B te 5 bušotina iz kojih se pridobiva plin. Razradba plinskog polja Ika započela je 2004. godine i moguća je rentabilna eksploatacija. Polje sadrži četiri ležišta, od kojih se najdublje nalazi u karbonatima. Najdublje ležište uvjetovano je tektonsko - erozijskom diskordancijom koja se nalazi na dodiru mezozojskih stijena s pliocenskim taložinama, a plin je nakupljen ispod te diskordancije. Radi se o „burried hill“ strukturi koja je podijeljena u tri strukturalna uzvišenja. Ostala tri plića ležišta izgrađena su od pleistocenskih rahlih pijesaka. Cilj ovoga rada bila je procjena vjerojatnosti uspjeha „POS“ (engl. *Probability of Success*) pronalaska novih otkrića plina unutar rubnog područja spomenutog polja, tj. u mezozojskim karbonatima i pleistocenskim pijescima. Procjena je učinjena nadogradnjom ranije objavljenog hrvatskog modela procjene POS-a, uz pomoć Microsoftovog programa „Excel“ i programa „GeoProbe Modeling 1.1“ koji se koristi za računanje geološke vjerojatnosti pojave ugljikovodika na području HPBS-a.

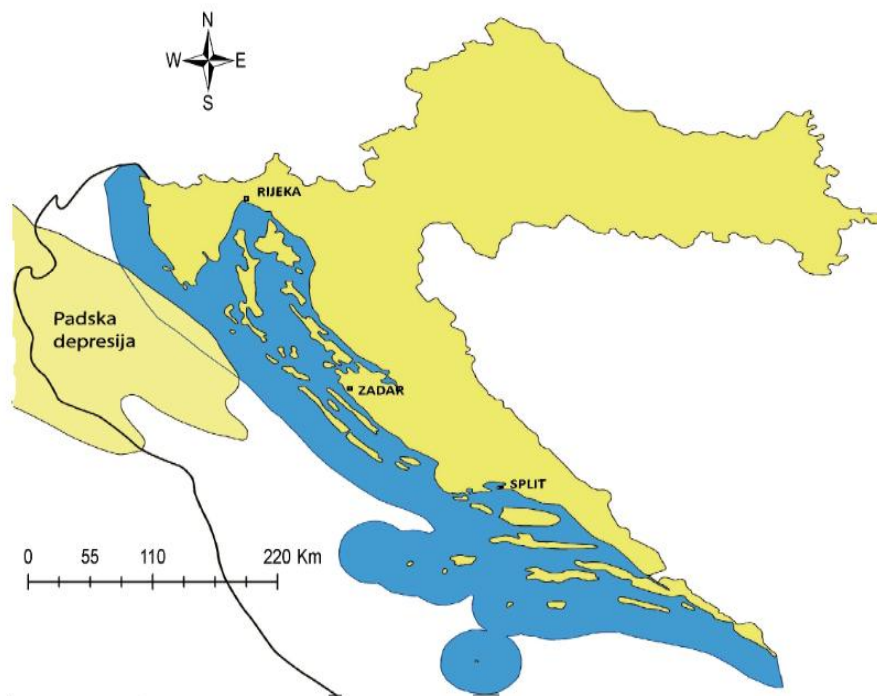
**Ključne riječi:** polje Ika, geološka vjerojatnost, mezozoik, pleistocen, geološko modeliranje

## 1. Uvod

Plinsko polje Ika smješteno je u eksploatacijskom polju Sjeverni Jadran koje je udaljeno oko 50 km jugozapadno od Pule. Ostala otkrivena plinska polja u blizini jugozapadne obale Istre (**slika 1**) dobila su nazive: Ivana, Ida, Ana, Vesna, Anamarija i Irina koja zajedno sa spomenutim plinskim poljem Ika čine plinsko eksploatacijsko polje Sjeverni Jadran. Plinsko polje Izabela čini eksploatacijsko polje Izabela, a plinska polja Marica i Katarina zajedno čine eksploatacijsko polje Marica. Eksploatacijsko polje Izabela nalazi se sjeverno od eksploatacijskog polja Sjeverni Jadran, a eksploatacijsko polje Marica južno. Značajnija polja su: Ika, Ivana, Marica, Anamarija, a manja polja su: Ida, Irina, Irma, Ksenija, Katarina, Izabela, Koraljka (**Velić, 2007**), tj. „*Plin se nalazi u rahlim pijescima metarskih dimenzija smještenima dosta plitko – od 500 do 1000 m*“ (**Velić, 2007**). Sva navedena polja nalaze se u Padskoj depresiji (**slika 2**). Za izračun geološke vjerojatnosti ili rizika (engl. skr. „POS“) otkrića ugljikovodika upotrebljava se poznati deterministički postupak. Postupak se može, uz određene promjene i dodatke, primijeniti za različite litologije ležišta u bilo kojoj naftno - plinskoj depresiji ili bazenu (**Malvić, 2009**). Cilj ovog rada je izračunati geološki rizik i tako procijeniti postojanje novih količina plina unutar litoloških intervala u podmorju plinskog polja Ika. U plinskom polju Ika radi se o pleistocenskim rahlim pješčenjacima u formaciji Ivana, koji se izmjenjuju s glinovitim laporima i pijescima koji se nalaze iznad diskordancije na dodiru mezozojskih karbonata formacija Mali Alan i pliocenskih taložina formacija Istra. Drugi litološki interval na području plinskog polja Ika su karbonati formacije Mali Alan i nalaze se ispod diskordancije.



Slika 1: Položaj promatranog plinskog polja Ika u eksploatacijskom polju Sjeverni Jadran (iz Režić, 2016; izmjenjeno prema <http://www.glasistre.hr/vijesti/hrvatska/stern-pretjerane-price-o-nafti-u-jadraniu-444781>)



Slika 2. Prostriranje Padske depresije unutar hrvatskog i talijanskog dijela Jadrana

## 2. Uloga litostratigrafije u istraživanju ugljikovodika na području Sjevernog Jadrana (formacije Mali Alan, Istra i Ivana)

Karbonatna ležišta unutar formacije Mali Alan predstavljena su različitim tipovima vapnenaca (madston, vekston, pekston, grejnston) (nazivi prema **Tišljar, 1994.**), dolomitiziranim vapnencima i kasnodijagenetskim dolomitima (**Đureković et al., 2002**). Utvrđena starost vapnenaca je gornjojurska te kredna. Vapnenci su trošeni i ispucani, a pukotine su im ispunjene glinom.

Formacija Istra obuhvaća klastične sedimente taložene na bazenskoj rampi tijekom pliocena. Pretežitom litologiju te formacije čine lapori i gline. U njima se mogu naći leće siltne gline, no nisu opažene krupnije frakcije poput pijeska. Donja granica te formacije predstavljena je transgresivnim taloženama koje mogu biti na erozijskoj diskordanciji, dok gornju granicu čini pojava sedimenta formacije Ivana. Debljina formacije varira unutar Padske depresije, a znatno je veća u talijanskom dijelu zbog blizine područja donosa detritusa, odnosno rijeke Po. U mikrofosilnom sadržaju dominiraju planktonske foraminifere, a formacija litološki vrlo homogena nije podijeljena na članove (npr. **Malvić et al., 2015**).

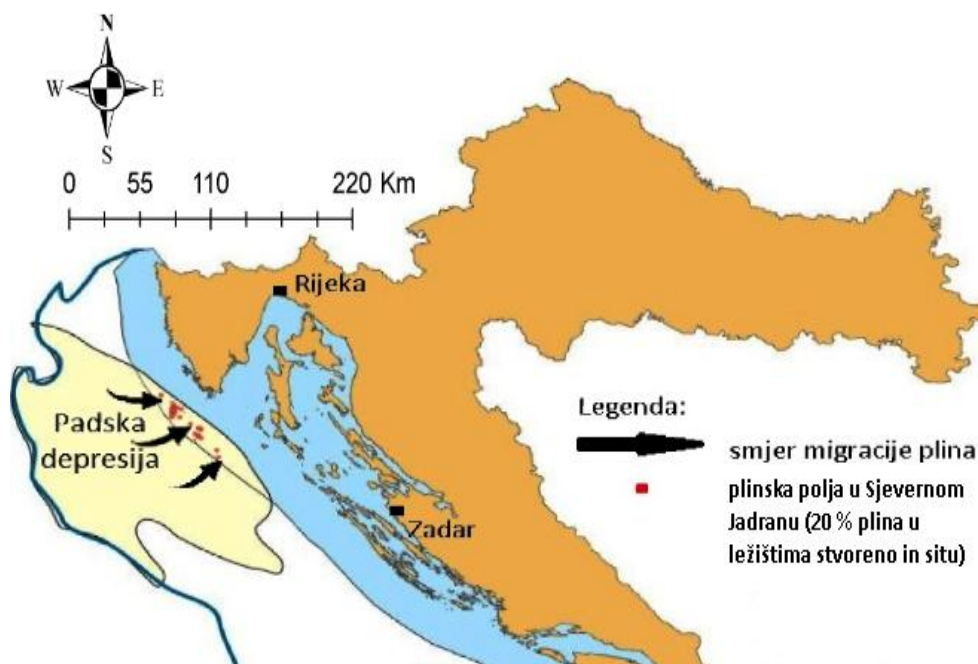
Tijekom ranog pleistocena počinju se javljati klastiti turbiditnog podrijetla taloženi preko formacije Istra, što označava početak nastanka formacije Ivana. Kontakt je transgresivan, uz pojave diskordancija na nekim mjestima (npr. **Malvić et al., 2015**). „Formacija uključuje izmjenu glina i siltnih pijesaka unutar kojih su otkrivena glavna plinska ležišta Sjevernog Jadrana. Debljina joj je 400 – 1900 metara, što ovisi o paleoreljefu na koji je taložena, te tektonskoj i klimatskoj povijesti tijekom pleistocena i holocena.“ (**Malvić et al., 2015**). Upravo ta formacija je u analiziranom prostoru i cijelom Sjevernom Jadranu glavni ležišni litofacijes, negdje i jedini. Uz to obje formacije (Istra i Ivana) izvori su organske tvari iz koje se lokalno stvarao biogeni (bakterijski) plin. Iako je to zasada nemoguće kvantificirati, povezujući zemljopisno veće strukture, migracijske putove i postotak prerađene terestričke tvari, moguće je ustvrditi sljedeće:

- a) U hrvatskom dijelu plin je generiran unutar taložina formacije Ivana, u horizontima s velikim sadržajem organske tvari, zadržan je tamo gdje je pretvorba započela kada su već krovinske stijene nepropusnoga litofacijesa bila dijelom litificirane.
- b) U talijanskom dijelu generirajući horizonti biogenog plina ravnomjerno su razvijeni u ekvivalentima obje formacije, Istra i Ivana.
- c) U oba prostora stvorene su veće količine biogenog plina. Međutim, talijanski dio preteže značajno zbog znatno većih debljina pa time i količine organske tvari, blizine izvorišta pa time i manjeg mehaničkog trošenja te tvari i veće brzine tonjenja pa time i brže konsolidacije nepropusne krovina iznad ležišta s «in situ» plinom.
- d) Stoga se može pretpostaviti kako su u hrvatskim ležištima nakupljeni plinovi koji su sekundarno migrirali iz talijanskog dijela te dijelom i oni stvoreni "in situ" u hrvatskom dijelu (uz kratke putove prvotne i drugotne migracije).

Nije moguće kvantificirati količine prema izvorištu, no može se pouzdano pretpostaviti dominacija plina stvorenog u talijanskom dijelu.

### 2.1. Migracija plina

Kopneni detritus bio je mjestimice bogat organskim materijalom (korjenčići, listovi, stabljike biljaka, itd.) koji je zajedno s kršjem donošen iz Alpi pomoću rijeka Po, Piave, Adige te taložen u Jadranu. Ležišta biogenog plina u Sjevernom Jadranu posljedica su raspada toga organskog materijala pod utjecajem bakterija na malim dubinama, 500 – 1000 m. Spomenute dubine i jesu prosječne dubine naših ležišta u Sjevernom Jadranu. Radi se o ogromnoj količini organskog materijala kojega su razgrađivale bakterije. Kako su znatno veći volumeni detritusa odlagani u danas talijanskom dijelu depresije, posljedično je i generiranje takvoga plina tamo bilo znatno obilnije. Uz migracijske putove od 10 - 30 km te uzgon koji će pogoniti lakše fluide prema strukturno plićim dijelovima i to u strukture u danas hrvatskom dijelu, logično je pretpostaviti kako je dio plina u ležištima Sjevernog Jadrana tu došao sekundarnom migracijom sa zapada (**slika 3**). Dio plina je zasigurno stvoren u samim ležištima polja Sjevernog Jadrana.



Slika 3. Smjerovi sekundarne migracije plina u ležišta Sjevernog Jadrana (iz Režić, 2016)

### 3. Izračun geološke vjerojatnosti novih otkrića plina na području plinskog polja Ika

Geološka vjerojatnost je, matematički, jednostavni deterministički umnožak vjerojatnosti nekoliko geoloških kategorija, kao neovisnih vjerojatnosnih događaja, a konačan rezultat je procjena postojanja ugljikovodika (Malvić, 2009). Svaka geološka kategorija opisana je s više događaja od kojih svaki ima određenu vjerojatnost. Vrijednost vjerojatnosti kategorije je jednostavan umnožak odabranih vrijednosti vjerojatnosti događaja (Malvić & Velić, 2015). Nadalje, iako je polazna postavka kako se radi o neovisnim događajima, oni su naravno često puta isprepleteni i uvjetuju jedan drugoga. Međutim takva veza je daleko prekompleksna da bi se pouzdano i zavisno opisala, čak i geomatematičkim metodama, stoga je ovaj postupak izračuna geološke vjerojatnosti (skr. "IZGL") i danas jedan od načina takve procjene. Posljedično, slične procjene mogu biti orijentirane stohastički (umjesto deterministički), posebno one koje se odnose na ležišne događaje, no takav pristup treba odgovarati ponašanju prirodnih fenomena (ili geoloških procesa) koji se najčešće nalaze između determinizma i kaosa, tj. u području stohastike (Malvić, 2009). Izračun je najvećim dijelom subjektivan postupak, jer svaka pojedinačna kategorija može biti procijenjena od strane inženjera (geologa), iz službeno prihvaćenih tablica vjerojatnosti ili naknadnom provjerom vjerojatnosti (engl. „benchmarking“) poštujući nove bušotinske podatke. Općenito, stratigrafski zanimljivi intervali, s obzirom na ležišta ugljikovodika, analiziraju se deterministički procjenom nekoliko temeljnih neovisnih kategorija imenovanih kao:

- (1) zamka
- (2) ležište,
- (3) migracija,
- (4) matična stijena i
- (5) očuvanje ugljikovodika.

Događaji koji su karakteristični za promatrane kategorije se određuju na temelju izvješća iz bušotina, karotažnih dijagrama, seizmičkog profiliranja, analize jezgara, stratigrafije, proučavanja geoloških odnosa istraživanog područja te

iz odgovarajućih laboratorijskih analiza. Promatrani stratigrafski intervali na području plinskog polja Ika jesu pleistocenski rahli pješčenjaci koji se izmjenjuju s laporima i pijescima te mezozojski karbonati.

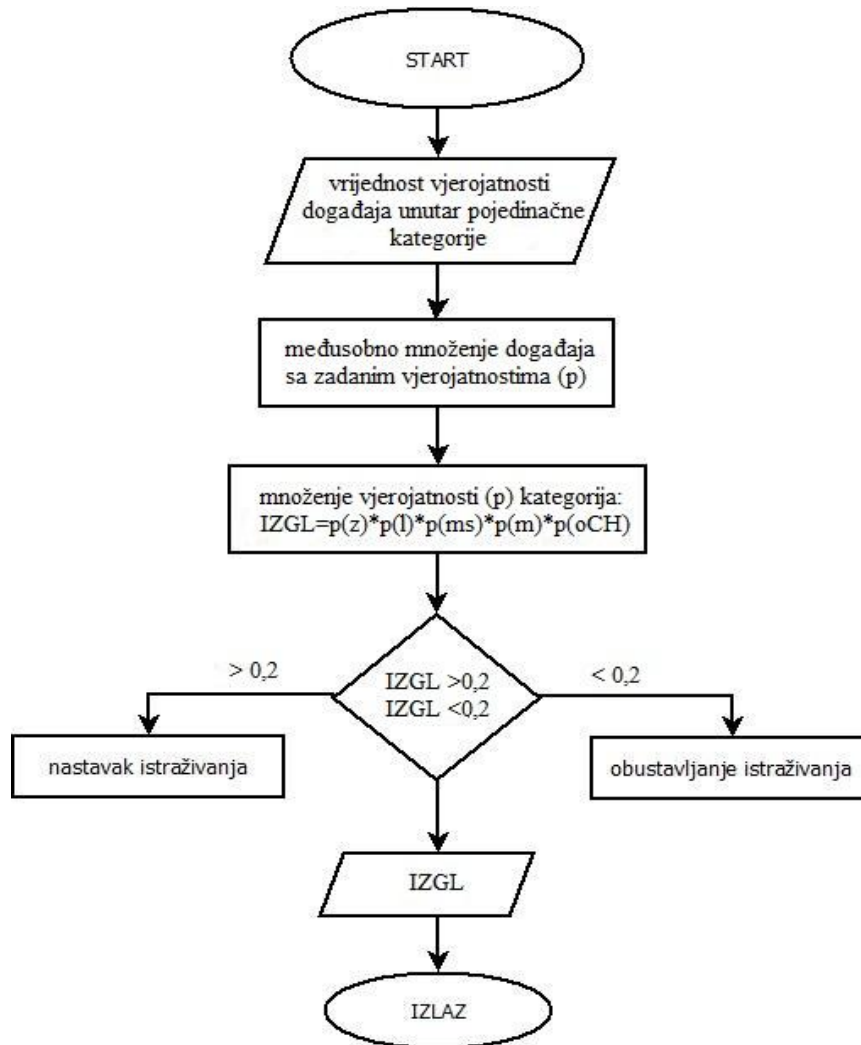
Geološki rizik ("IZGL") za svaki promatrani stratigrafski interval računa se pomoću **jednadžbe 1** (Malvić, 2009):

$$IZGL = p(z) \times p(l) \times p(m) \times p(ms) \times p(oCH) \tag{1}$$

gdje je:

- $p(z)$  – vjerojatnost s obzirom za zamku;
- $p(l)$  – vjerojatnost s obzirom za ležište;
- $p(m)$  – vjerojatnost s obzirom na migraciju;
- $p(ms)$  – vjerojatnost s obzirom na matičnu stijenu;
- $p(oCH)$  – vjerojatnost s obzirom na očuvanje ugljikovodika.

Vrijednosti ovih vjerojatnosti su odabrane deterministički kao vjerojatnosti iz intervala 0-1. Algoritam za računanje "IZGL" prikazan je na **slici 4**. Broj 0,2 je granična vrijednost na temelju koje se odlučuje hoće li biti daljnjih istraživanja ili neće, ovisno je li dobivena vrijednost vjerojatnosti veća ili manja od 0,2.



Slika 4. Algoritam za računanje vjerojatnosti

### 3.1. Izračun geološkog rizika pomoću programa "GEOPROBE Modeling 1.1" prilagođen za područje plinskog polja Ika (eksploatacijsko polje Sjeverni Jadran)

Korišten je program „GeoProbe Modeling 1.1“ (skr. GPM 1.1) (pripremili **Malvić & Rusan**, programirao **Brkić, 2006**) pomoću kojeg je izračunata "IZGL" na području polja Ika na temelju kategorija, potkategorija i vjerojatnosti njima pridruženih događaja za hrvatski dio Panonskog bazenskog sustava (skr. HPBS). Program „GeoProbe modeling 1.1“ (GPM 1.1) je na engleskom jeziku. Svaka od kategorija opisuje se određenim geološkim događajima, pri čemu se svakom događaju pridružuje vjerojatnost u intervalu od 0,0 – 1,0. Minimalna vrijednost vjerojatnosti je 0,0 dok 1,0 označava vjerojatnost za sigurne geološke događaje. Geološki događaji korišteni u GPM 1.1 podijeljeni su u pet grupa s vjerojatnostima:  $p = 1$  za sigurne,  $p = 0,75$  za vrlo vjerojatne,  $p = 0,5$  za vjerojatne,  $p = 0,25$  za malo vjerojatne i  $p = 0,05$  za vrlo malo vjerojatne događaje. Prilikom računanja geološke vjerojatnosti za polje Ika u GPM 1.1, radi što uvjerljivijeg i boljeg simuliranja uvjeta na području Sjevernog Jadrana, prilagođene su geološkim uvjetima (kategorijama i događajima) tog prostora.

Kategorija "Zamka" je podijeljena u potkategorije "Strukturna", "Stratigrafska ili kombinirana" i "Kvaliteta krovinske stijene". Kategorija "Ležište" opisana je potkategorijama "Vrsta ležišne stijene" i "Značajke šupljikavosti". Kategorija "Matična stijena" je podijeljena u potkategorije "Izvorišni facijes", "Zrelost" i "Izvor podataka". Kategorija "Migracija" sadrži potkategorije "Pojave ugljikovodika", "Položaj zamke" i "Vrijeme". Kategorija "Očuvanje ugljikovodika" opisana je potkategorijama: "Ležišni tlak" i "Formacijske vode". Svaka potkategorija se dalje dijeli na događaje s pridruženim vjerojatnostima. Međutim, glavno svojstvo ovog programa je isključivo primjenjivost u klastičnim sredinama HPBS -a.

Ako se takav model, bez modifikacija, primijeni na testiranje u klastičnim i karbonatnim okolišima Sjevernog Jadrana, rezultati su sljedeći. Vrijednost vjerojatnosti kategorije "Zamka" je  $p(z)=1$ , jer postoje strukturne zamke s dokazanim krovinskim stijenama. Kategoriji "Ležište" najbolje odgovaraju događaji "Dolomiti sa sekundarnom poroznošću" i "Sekundarna poroznost 1-5%", koji opisuju potkategorije "Vrsta ležišne stijene" i "Značajke šupljikavosti". Vjerojatnost kategorije „Ležište“ je  $p(l)=0,75$ . Potkategorije s odgovarajućim događajima koji opisuju kategoriju "Matične stijene" su: "Izvorišni facijes" ("Kerogen tip III"), "Zrelost" ("Sedimenti su u metagenetskoj fazi") i "Izvor podataka" ("Geokemijska analiza na jezgrama i fluidima"), a vjerojatnost kategorije "Matična stijena" je  $p(ms)=0,5265$ . Kategorija "Migracija" opisana je s događajima (u zagradi) unutar potkategorija: "Pojava ugljikovodika" ("Proizvodnja ugljikovodika"), "Položaj zamke" ("Dugi migracijski put > 10 km") i "Vrijeme" ("Zamka je mlađa od zrelih matičnih stijena"). Vjerojatnost kategorije "Migracija" izračunava se množenjem vjerojatnosti nezavisnih događaja i ima vrijednost  $p(ms)=0,1875$ . Kategorija "Očuvanje ugljikovodika" s potkategorijama i događajima (u zagradi) "Ležišni tlak" ("Veći od hidrostatskog") i "Formacijske vode" ("Mirni vodonosnik") daje vjerojatnost  $p(oCH)=1$ . Izračun završava kada se međusobno pomnože ukupne vjerojatnosti svake od pet kategorija, što je dano **jednadžbom 2**:

$$\begin{aligned} \text{IZGL} &= p(z) \times p(l) \times p(m) \times p(ms) \times p(oCH) & (2) \\ &= 1 \times 0,75 \times 0,5265 \times 0,1875 \times 1 \\ &= 0,0791 \\ &= 7,91\% \end{aligned}$$

gdje su:

$p(z)$  – vjerojatnost kategorije "Zamka";

$p(l)$  – vjerojatnost kategorije "Ležište";

$p(m)$  – vjerojatnost kategorije "Migracija";

$p(ms)$  – vjerojatnost kategorije "Matična stijena";

$p(oCH)$  – vjerojatnost kategorije "Očuvanje HC".

Prema odabranim karbonatnim ležišnim stijenama u ovom modelu, geološka vjerojatnost za pronalazak dodatnih otkrića plina u navedenim stijenama unutar šire zone plinskog polja Ika je 7,91%. Međutim, takav pristup ima očigledan nedostatak, jer neki geološki događaji odgovaraju isključivo klastičnim okolišima unutar HPBS -a, koji ne odgovaraju taložnoj povijesti Sjevernog Jadrana, posebno za karbonatne naslage. Zato originalnu metodologiju treba prilagoditi geološkim uvjetima Sjevernog Jadrana.

### 3.2. Primjena prilagođene IZGL za nova moguća karbonatna ležišta na širem području plinskog polja Ika

Program GPM 1.1 je zatim u potpunosti prilagođen za analizirane geološke sredine u Sjevernom Jadranu, osobito za litologije formacija Mali Alan i Ivana. Vrijednosti vjerojatnosti za događaje u rasponu od 0 do 1 određene su deterministički. Njihova procjena vrijednosti temelji se na učestalosti pojavljivanja određene vrste zamki, ležišta, matičnih stijena i migracije na području hrvatskog dijela Padske depresije. Za izračun geološke vjerojatnosti pojave plina u karbonatima, unutar kategorije "Zamka" korišteni su sljedeći događaji koji opisuju potkategoriju "Strukturalna": "Antiklinala ili burried hill", "Rasjednuta antiklinala ili razlomljena stijena" i "Neodređena strukturalna zamka". Unutar potkategorije "Stratigrafska ili kombinirana" događaji su: "Stijene ispod diskordancije", jer se radi o ležištu ispod diskordancije i "Neodređena stratigrafska zamka". Kod potkategorije "Kvaliteta krovinske stijene" prvi put je korištena podjela vjerojatnosti 1; 0,66; i 0,33, a podjela je temeljena tako da jedan od tri događaja ("Glinoviti siltovi i gline s manjim udjelom pijeska i silta", "Glinoviti siltovi i gline s većim udjelom pijeska i silta" i "Nepropusna stijena") ima vjerojatnost 1, a ostala dva događaja vjerojatnosti 0,66 i 0,33 radi što preciznijeg izračuna. Ako se radi o četiri događaja, podjela vrijednosti vjerojatnosti bi bila: 1; 0,75; 0,5; i 0,25. Kategorija "Ležište" opisana je potkategorijama "Vrsta ležišne stijene" i "Poroznost". Potkategorija "Vrsta ležišne stijene" opisana je događajima koji opisuju o kakvoj se vrsti karbonata radi, a unutar potkategorije "Šupljikavost" odabiru se događaji ovisno o tome radi li se o prvotnoj ili drugotnoj šupljikavosti. Kategorija "Matična stijena" sadrži potkategoriju "Izvorišni facijes" s događajem "Taloženje pretežito kopnene organske tvari naknadno razgrađene djelovanjem bakterija" koji je prilagođen radi već spomenute migracije plina na područje hrvatskog dijela Sjevernog Jadrana iz talijanskog dijela Padske depresije. U potkategoriji "Izvor podataka" izabiru se događaji ovisno o tome jesu li podatci dobiveni geokemijskim analizama ili toplinskim modeliranjem. Kategorija "Migracija" sadrži potkategorije "Pojava CH", "Položaj zamke" i "Vrijeme". Potkategorija "Pojava CH" opisana je dvama događajima ovisno o tome postoje li ili ne postoje ugljikovodici. Potkategorija "Položaj zamke" opisana je događajima ovisno o tome o kakvoj je migracijskoj udaljenosti riječ. Potkategorija "Vrijeme" opisana je događajima "Zamka je mlađa od matičnih stijena" i "Zamka je starija od zrelih matičnih stijena". Kategorija "Očuvanje CH" je za razliku kod GPM 1.1 ostavljena s potkategorijom "Ležišni tlak". Potkategorija "Formacijske vode" opisana je događajima "Aktivni vodonosnik" i "Mirni vodonosnik". "Ležišni tlak" se odabire ovisno je li veći, jednak ili manji od hidrostatskog.

Broj geoloških događaja unutar potkategorija je smanjen, a vrijednosti vjerojatnosti su većim dijelom pridružene na sljedeći način:  $p = 1$  za sigurne,  $p = 0,66$  za pouzdane i  $p = 0,33$  za nepouzdanu događaje ili s vrijednostima  $p = 1$  za sigurne i  $p = 0,5$  za srednje pouzdane događaje. Kod „Excela“ konačni izračun „POS“-a se razlikuje ovisno o tome računamo li vjerojatnost pojavljivanja plina u pijescima ili karbonatima, a samo računanje je jednako onom u programu GPM 1.1, odnosno vrijednosti vjerojatnosti za određenu kategoriju se dobiju množenjem vrijednosti vjerojatnosti odabranih događaja unutar potkategorija, a zatim se geološki rizik izračunava množenjem vjerojatnosti dobivenih za sve kategorije.

Promjene u „Excel IZGL“ tablicama su uzrokovane drugačijim uvjetima u podmorju Sjevernog Jadrana. Zamke su uglavnom rasjednute antiklinale, raspucane stijene te pješćane leće i blage antiklinale. Potkategorija koja opisuje krovinske stijene također je izmijenjena, jer u Sjevernom Jadranu krovinu čine pijesci s povećanim udjelom silta ili gline koji su bočno rasprostranjeni i recentni sedimenti. Kategorija "Ležište" je opisana istim događajima kao kod GPM 1.1, ali došlo je do promjena u vrstama ležišnih stijena te promjena šupljikavosti koja je smanjena u odnosu na GPM 1.1. U opisu kategorije "Matična stijena" nema potkategorije "Zrelost" s događajima ("late diagenesis", "early catagenesis" "catagenesis phase", "metagenesis phase") jer se radi o biogenom plinu, najvećim dijelom stvorenom u talijanskom dijelu depresije. Dodan je novi geološki događaj "Taloženje pretežito kopnene organske tvari naknadno razgrađene djelovanjem bakterija" kako bi se uzelo u obzir velike količine kopnene organske tvari koju su rijeke prikupljale u svome porječju koje počinje u Alpama i taložile u Sjevernom Jadranu tijekom pleistocena. Kategorija "Migracija" ostala je približno ista te su zadržane potkategorije kao kod GPM 1.1. Događaji koji opisuju kategoriju "Migracija" su izmijenjeni naspram GPM 1.1. Potkategorija "Pojava CH" opisana je događajima "Proizvodnja CH" i "Nema CH". Potkategorija "Položaj zamke" opisana je događajima "Zamka se nalazi u dokazanoj migracijskoj udaljenosti", "Kratki migracijski put  $< / = 10$  km", "Dugi migracijski put  $> 10$  km" i „Neodređena migracijska udaljenost“. Kategorija "Očuvanje CH" opisana je potkategorijama "Ležišni tlak" i "Formacijske vode" s pridruženim vjerojatnosnim događajima. Vrijednosti korištene za izračun geološke vjerojatnosti pojave ugljikovodika se nalaze u **tablici 1**.

Dobivena vjerojatnost množenjem vjerojatnosti događaja "Antiklinala ili burried hill", i "Pijesci sa smanjenim udjelom silta ili gline" unutar kategorije "Zamka" je  $p(z)=1$ . Unutar kategorije "Ležište" uzeti su događaji "Raspucani i/ili otopljeni karbonati" i "Drugotna šupljikavost 1 - 5 %". Vjerojatnost kategorije "Ležište" iznosi  $p(l)= 0,75$ . Unutar kategorije "Matične stijene" odabran je događaj "Taloženje pretežito organske tvari naknadno izmijenjene djelovanjem bakterija". Množenjem vjerojatnosti tog događaja s vjerojatnošću događaja "Geokem. analize na jezgrama" dobije se vjerojatnost za kategoriju "Matične stijene"  $p(ms)= 1$ . Kategorija "Migracija" s događajima "Proizvodnja ugljikovodika", "Dugi migracijski put > 10 km" i "Zamka je mlađa od zrelih matičnih stijena" daje vjerojatnost  $p(m)= 0,33$ . Unutar kategorije "Ležišni tlak" uzima se jedan od ponuđenih događaja ovisno o tome je li ležišni tlak veći, jednak ili manji od hidrostatskog. Ovdje je uzeto da je ležišni tlak veći od hidrostatskog što daje vjerojatnost  $p = 1$ . Množenjem vjerojatnosti tog događaja s vjerojatnošću događaja "Mirni vodonosnik" dobivena je vrijednost vjerojatnosti kategorije "Očuvanje ugljikovodika"  $p(oCH)= 1$  te je račun prikazan **jednadžbom 3**:

$$\begin{aligned} IZGL &= p(z) \times p(l) \times p(ms) \times p(m) \times p(oCH) \\ &= 1 \times 0,75 \times 1 \times 0,33 \times 1 \\ &= 0,2475 \\ &= 24,75 \% \end{aligned} \quad (3)$$

gdje su:

$p(z)$  – vjerojatnost kategorije "Zamka";

$p(l)$  – vjerojatnost kategorije "Ležište";

$p(ms)$  – vjerojatnost kategorije "Matična stijena";

$p(m)$  – vjerojatnost kategorije "Migracija";

$p(oCH)$  – vjerojatnost kategorije "Očuvanje CH".

Vrijednost geološke vjerojatnosti pojave plina za karbonate polja Ika iznosi 24,75%, a prikaz vjerojatnosti kategorija, potkategorija i odgovarajućih događaja učinjen je u **tablici 1**.

**Tablica 1:** Prikaz kategorija, potkategorija i događaja u Excelu korištenih za područje plinskog polja Ika, kao model izračuna geološkog rizika u karbonatima Sjevernog Jadrana

ZAMKA	p	LEŽIŠTE	p	MATIČNA STIJENA	p	MIGRACIJA	p	OČUVANJE UGLJIKOVODIKA	p
Postavi zamku		Vrsta Ležišne stijene		Izvorišni facjes		Pojave ugljikovodika		Ležišni tlak	
Sedimentna	1	Raspucani i/ili otopljeni karbonati	1	Taloženje pretežito kopnene organske tvari naknadno razgrađene djelovanjem bakterija	1	Proizvodnja ugljikovodika	1	Veći nego hidrostatski	1
Stratigrafska ili kombinirana	1	Zbijene karbonatne stijene	0,66			Nema ugljikovodika	0,05	Prilžno kao hidrostatski	0,66
		Bioherme ili biostrome	0,33	Izvor podataka				Manji od hidrostatskog	0,33
Strukturalna		Neodređena ležišna stijena	0,05	Geokemijske analize na jezgrama	1	Položaj zamke		Neodređeni hidrostatski tlak	0,05
Antiklinala ili "burried hill" strukturalna	1			Na temelju okolnih geokem. analiza	0,75	Zamka se nalazi u dokazanoj migracijskoj udaljenosti	1		
Rasjednata antiklinala ili razdijeljena stijena	1	Šupljikavost		Toplinsko modeliranje i računanje	0,5	Kratki migracijski put <=10 km	0,66	Formacijske vode	
Neodređena strukturalna zamka	0,05	Prvotna šupljikavost >10 %	1	Toplinsko modeliranje na nekoliko lokacija	0,25	Dugi migracijski put >10 km	0,33	Mirni vodonosnik	1
		Drugotna šupljikavost >5 %	1	Neodređeni izvor podataka	0,05	Neodređena migracijska udaljenost	0,05	Aktivne vodonosnik	0,5
Stratigrafska ili kombinirana		Prvotna šupljikavost 5 - 10 %	0,75						
Stijene ispod diskordancije	1	Drugotna šupljikavost 1 % - 5 %	0,75			Vrijeme			
Neodređena stratigrafska zamka	0,05	Prvotna šupljikavost < 5 %	0,5			Zamka je mlađa od zrelih matičnih stijena	1		
		Drugotna šupljikavost < 1 %	0,5			Zamka je starija od zrelih matičnih stijena	0,05		
Kvaliteta krovinske stijene		Propusnost <1*10**(-3)µm**(2)	0,25						
Činoviti siltovi i gline sa manjim udjelom pijeska i silta	1	Neodređena vrijednost poroznosti	0,05						
Činoviti siltovi i gline sa većim udjelom pijeska i silta	0,66								
Nepropusne stijene	0,33								
Neodređena krovinska stijena	0,05								

### 3.3. Primjena prilagođene IZGL za nova moguća pješčenjačka ležišta na širem području plinskog polja Ika

Unutar Excel tablice koja je slična prethodnoj **tablici 1**, ali prilagođena za pješčenjačka ležišta, za izračun geološke vjerojatnosti korištene su iste kategorije s potkategorijama i odgovarajućim događajima. Unutar kategorije "Zamka"



korišteni su događaj "Antiklinala ili brahiantiklinala" i događaj "Recentni sedimenti" unutar potkategorije "Kvaliteta krovinske stijene". Dobivena vjerojatnost kategorije "Zamka" iznosi  $p(z) = 1$ . Unutar kategorije "Ležište" korišten je događaj "Pijesci s manjim udjelom gline ili silta" i događaj "Primarna šupljikavost > 25 %" unutar potkategorije "Šupljikavost". Dobivena vrijednost vjerojatnosti je  $p(l) = 1$ . Ostale kategorije s odgovarajućim događajima i njihovim vjerojatnostima iste su kao kod karbonata, a izračun geološke vjerojatnosti je prikazan **jednadžbom 4**:

$$\begin{aligned}
 IZGL &= p(z) \times p(l) \times p(ms) \times p(m) \times p(oCH) & (4) \\
 &= 1 \times 1 \times 1 \times 0,33 \times 1 \\
 &= 0,33 \\
 &= 33 \%
 \end{aligned}$$

gdje su:

- $p(z)$  – vjerojatnost kategorije "Zamka";
- $p(l)$  – vjerojatnost kategorije "Ležište";
- $p(ms)$  – vjerojatnost kategorije "Matična stijena";
- $p(m)$  – vjerojatnost kategorije "Migracija";
- $p(oCH)$  – vjerojatnost kategorije "Očuvanje CH".

Vrijednost geološke vjerojatnosti pojave ugljikovodika za pješčana ležišta polja Ika iznosi 33 %. Vrijednosti korištene za izračun geološke vjerojatnosti unutar pijesaka nalaze se u **tablici 2**.

**Tablica 2:** Prikaz kategorija, potkategorija i događaja u Excelu korištenih za područje plinskog polja Ika kao model izračuna geološkog rizika u pijescima Sjevernog Jadrana

ZAMKA	p	LEŽIŠTE	p	MATIČNA STIJENA	p	MIGRACIJA	p	OČUVANJE UGLJIKOVODIKA	p
<b>Postavi zamku</b>		<b>Vrsta ležišne stijene</b>		<b>Izvorišni focije</b>		<b>Pojavljivanje ugljikovodika</b>		<b>Ležišni tlak</b>	
Struktura	1	Pijesci s manjim udjelom glinovite ili silne komponente	1	Taloženje pretežito organske tvari, naknadno razgrađena bakterijama	1	Proizvodnja ugljikovodika	1	Veći nego hidrostatski	1
Stratigrafska ili kombinirana	1	Pijesci s većim udjelom glinovite ili silne komponente	0,5			Nema ugljikovodika	0,05	Približno kao hidrostatski	0,66
		Neodređena ležišna stijena	0,05					Manji od hidrostatskog	0,33
				<b>Izvor podataka</b>				Neodređeni hidrostatski tlak	0,05
Struktura		<b>Šupljikavost</b>		Geološke analize na jezgrama	1	<b>Položaj zamke</b>			
Antiklinala ili brahiantiklinala	1	Prvotna šupljikavost >25%	1	Na temelju okolnih geoloških analiza	0,75	Zamka se nalazi u dokazanoj migracijskoj udaljenosti	1		
Pasjednuta antiklinala	1	Drugotna šupljikavost >10%	1	Topliško modeliranje i računanje	0,5	Kratak migracijski put <=10 km	0,66	<b>Formacijske vode</b>	
Neodređena strukturalna zamka	0,05	Prvotna šupljikavost 10%-25%	0,75	Topliško modeliranje na nekoliko lokacija	0,25	Dugi migracijski put >10 km	0,33	Miri vodnosusak	1
		Drugotna šupljikavost 5%-10%	0,75	Neodređeni izvor podataka	0,05	Neodređena migracijska udaljenost	0,05	Aktivni vodnosusak	0,5
<b>Stratigrafska ili kombinirana</b>		Prvotna šupljikavost <10%	0,5						
Lecaste zamke okružene nepropusnim stijenama	1	Drugotna šupljikavost <5%	0,5			<b>Vrijeme</b>			
Ishinjavanje pijesaka u smjeru uzgona	0,66	Propusnost <1 · 10 <sup>-14</sup> · (3) · km <sup>2</sup> · (2)	0,25			Zamka je mlađa od zrelih matičnih stijena	1		
Ishinjavanje i rasjednuta zamka u smjeru uzgona	0,33	Neodređena vrijednost šupljikavosti	0,05			Zamka je starija od zrelih matičnih stijena	0,05		
Neodređena stratigrafska zamka	0,05								
<b>Kvaliteta krovinske stijene</b>									
Recentni sedimenti	1								
Glinoviti lapori	0,5								
Neodređena krovinska stijena	0,05								

#### 4. Diskusija

Cilj ovog rada bila je procjena vjerojatnosti pronalaska novih rezervi ugljikovodika u pleistocenskim rahlim pijescima i karbonatnim stijenama na području Sjevernog Jadrana. Plinsko polje Ika je ogledno polje kako bi se ispitala i razvila metodologija. Kao podloga proračunu korišteni su program „GeoProbe Modeling 1.1“ programiran za područje Panonskog bazena i „Excel“ u kojem je napravljena tablica po uzoru na spomenuti program i modificirana za geološke događaje na području plinskog polja Ika. Glavni problem s kojim sam se susreo bio je nepostojanje definiranih matičnih stijena u hrvatskom dijelu Sjevernog Jadrana kako je to učinjeno za Panonski bazen. Naime, oko 20 % plina stvoreno je in situ, a ostatak je migrirao (migracijski putovi od 10 – 30 km) iz talijanskog dijela Padske depresije. Zbog toga je

kategorija „Matična stijena“ svedena na potkategorije „Izvorišni facijes“ i „Izvor podataka“ s pridruženim vjerojatnosnim događajima. Važne modifikacije se odnose na potkategoriju „Strukturna“ unutar kategorije „Zamka“ te je prilagođena geološkim odnosima koji su karakteristični za Sjeverni Jadran. Unutar potkategorije „Šupljikavost“ promijenjene su vrijednosti za karbonate jer se radi o zbijenim, slabije propusnim stijenama. Vrijednosti vjerojatnosti za događaje koji opisuju potkategoriju „Šupljikavost“ za pijeske u polju Ika su povećane u odnosu na prijašnji model, jer se radi o vrijednostima šupljikavosti od oko 30 % u pješčanim ležištima. Unutar kategorije „Migracija“, najbitnije je naglasiti da je u odnosu na prijašnji model modificiran događaj „Zamka je mlađa od matične stijene“ i pridružena joj je vjerojatnost  $p = 1$ , jer u suprotnom, da je zamka starija od matične stijene, ne bi moglo doći do nakupljana plina. Kasnije je uporabom „Excel“ tablica vjerojatnosti (**tablica 1** i **tablica 2**) metodom izračuna geološke vjerojatnosti "IZGL" načinjen proračun za vjerojatnost pojave plina u pleistocenskim pijescima i mezozojskim karbonatima. U takvim proračunima na temelju klasifikacije geoloških kategorija i događaja, svakoj od zona pripisana je vrijednost dobivena umnoškom svih pojedinih vrijednosti naznačenih uz te kategorije.

Rezultati su pokazali da za šire područje plinskog polja Ika, vjerojatnost pronalaska plina u karbonatima iznosi 0,2475, odnosno 24,75 %, a u pješčanim ležištima 0,33 odnosno 33 %. Što se tiče rezultata dobivenih programom GPM 1.1 koji je, kao što je rečeno programiran za HPBS, dobivena je vrijednost 0,791 odnosno 7,91 %.

## 5. Zaključak

Na temelju procjene geoloških kategorija, proračuna geološkog rizika te dosadašnjih otkrića dobivenih istraživanjima na području Sjevernog Jadrana može se zaključiti da postojeća ležišta u pleistocenskim pijescima i karbonatima, sa svojim ležišnim karakteristikama, predstavljaju naftni i plinski potencijal polja Ika i ostatka Sjevernog Jadrana. Dobivene vrijednosti, 24,75 % za karbonate i 33 % za pješčana ležišta, dovoljno su velike da se nastavi istraživanje i nastavi bušenje s pozitivnim ishodom odnosno pronalaskom ugljikovodika. Također, bitno je istaknuti prilagodbu kategorije „Matična stijena“ s odgovarajućim vjerojatnosnim događajem, jer se radi o migriranom plinu (migracijski put od 10 do 30 km), odnosno matične stijene se nalaze uglavnom u talijanskom dijelu Padske depresije. Podatci u tablicama geološke vjerojatnosti ukazuju da je mjerenja smisljeno napraviti i pomoću bušenja dokazati nove rezerve plina, te mogu koristiti kao početni korak pri izradbi novijih i točnijih tablica za izračun geološke vjerojatnosti za analizirana polja, ali i cijeli Sjeverni Jadran. Općenito kada se bilo gdje u svijetu istražuju ugljikovodici, ovakvi rezultati smatraju se vrlo visokim vrijednostima i svaka će tvrtka, čak i manja, preuzeti rizik, jer to znači da se u karbonatima očekuje kako će jedna od četiri, a u pješčanim ležištima jedna od tri bušotine rezultirati otkrićem. Rezultati jesu dovoljno velike brojke da bi opravdale daljnja istraživanja i bušenja u Sjevernom Jadranu. Samo treba donijeti odluku i preuzeti rizik od 60 % - 70 % za "suhe bušotine", što je uostalom sastavni dio posla kod istraživanja. Sve razine uprave jesu postavljene i zamišljene da stanu iza takvih stvari i preuzmu svoju odgovornost.

## 6. Popis literature i drugih izvora (ako ih ima)

### Primjer za rad:

Đureković, M., Jovović, S., Krpan, M., Jelić – Balta, J. (2002): Ika gas field characterization and modelling. *Nafta*, 53, (8), 273 – 282.

Malvić, T. (2009): Stohastički pristup u determinističkom izračunu geološkoga rizika – teorija primjer, *Nafta*, 60, 12, 658 – 662.

Malvić, T., Velić, J. (2015): Stochastically improved methodology for probability of success ('POS') calculation in hydrocarbon systems, *RMZ - Materials and geoenvironment*, 62, 3, 149 – 155. (na engleskom)

Malvić, T., Velić, J., Cvetković, M., Vekić, M., Šapina, M. (2015): Određivanje novih pliocenskih, pleistocenskih i holocenskih litostratigrafskih jedinica u hrvatskom dijelu Jadrana (priobalju), *Geoadria*, 20/2, 85 – 108.

Režić, M. (2016): Opći model za izračun geološke vjerojatnosti novih otkrića plina na području Sjevernog Jadrana uz primjer plinskog polja Ika, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko – geološko – naftni fakultet, Zagreb, 48 str.

### Knjiga:

Velić, J. (2007): *Geologija ležišta nafte i plina*. Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko - geološko – naftni fakultet, Zagreb, 342 str.

Tišljar, J. (1994): *Sedimentne stijene*, Školska knjiga, Zagreb, 422 str.

### Mrežni izvori:

<http://www.glasistre.hr/vijesti/hrvatska/stern-pretjerane-price-o-nafti-u-jadranu-444781>

## Abstract in English

### General model for the calculation of geological probability associated with new gas discoveries in the Northern Adriatic with an example of the Ika gas field

---

#### Abstract:

Ika Gas Field is the only field in the Adriatic with gas reservoir in carbonate rocks. Today in that gas field there are two production platforms, Ika A and Ika B, and five production wells. The development of Ika gas field started in 2004 and production is profitable. Ika Field consists of four reservoirs, the deepest of which is in carbonates. The deepest reservoir is defined with tectonic-erosional discordance which is located at the point of contact of Mesozoic rocks with Pliocene deposits and gas is located below the unconformity. The structure is one of a buried hill with three structural tops. Three other reservoirs are composed of Pleistocene loose sands. The aim of this work is to assess the ‘‘Probability Of Success’’ (abbr. POS) of finding new gas discoveries within the marginal area of the both mentioned fields, that is in Mesozoic carbonates and Pleistocene sands. The assessment is completed using the Microsoft Excel and GeoProbe Modeling 1.1 program, which is originally used to calculate the geological probability of hydrocarbon discoveries in the Croatian part of the Panonian Basin System.

---

#### Key words

Ika Field, Probability of Success, Mesozoic, Pleistocene, geological modelling



# IZRAČUN 1D VARIOGRAMA, PRIMJER PJEŠČENJAČKIH LEŽIŠTA I NJIHOVE KROVINE POLJA ŠANDROVAC



Marko Vekić<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Splitska 23/2, 20350 Metković, mag.ing.naft.rud.

## Sažetak

Polje Šandrovac smješteno je u sjevernom dijelu Bjelovarske subdepresije. Ležišta u polju su litološki heterogena te sadrže znatnu količinu CO<sub>2</sub> u otopljenom i prirodnom plinu. Geostatistički alat korišten u ovom radu zove se variogram. Variogramom se određuje koje su vrijednosti skupa podataka na određenoj udaljenosti još uvijek u međuzavisnosti. Variogrami u ovom radu su izrađeni u računalnom programu Variowin, a postupak izrade, kao i parametri variograma opisani su u poglavlju 2. U tom poglavlju dan je opis variograma, opis njegovih parametara kao i variogramski modeli koji se koriste u geostatistici. Nadalje, dane su detaljne upute izrade variograma u računalnom programu Variowin koje su popraćene slikama. U poglavlju 3 prikazani su podaci korišteni u izradi variograma, izrađeni variogrami te aproksimacija variograma matematičkim modelom. Korišteni su pravi podaci za ležište te „umjetni“ podaci za krovinu. Na temelju tih podataka načinjeni su variogrami te aproksimacija variograma teorijskim modelom. Zaključeno je da se variogrami dobiveni na temelju pravih podataka za ležište ne mogu aproksimirati niti jednim od mogućih teorijskih modela, stoga je takav slijed događaja (taloženja) prikazan grafički slikama. Variogrami dobiveni na temelju „umjetnih“ podataka za krovinu aproksimirani su eksponencijalnim modelom.

## Ključne riječi

polje Šandrovac, geostatistika, variogram, Variowin, teorijski modeli

## 1. Uvod i zemljopisni smještaj polja Šandrovac

U ovome radu izrađeni su različiti 1D variogrami na temelju podataka prikupljenih iz bušotine Ša-1 polja Šandrovac. Polje Šandrovac je smješteno na južnim obroncima središnjega dijela Bilogore (**slika 1**). Teren je izrazito brdovit, ispresjecan jarcima i vododerinama. Iz tog razloga gotovo sve bušotine izrađene na tom polju su koso usmjerene (**Feigl, 2008**). Nadmorska visina kreće se od 145 do 280 m (**Feigl, 2008**). Najveće mjesto u okolici je grad Bjelovar, na 13 km udaljenosti od polja. Polje Šandrovac zahvaća područja Koprivničko-križevačke, Bjelovarsko-bilogorske i Virovitičko-podravske županije. Klima na području polja Šandrovac je toplo umjerenog kišnog tipa, bez izrazito sušnog razdoblja (**Gregurić et al., 2005**). Srednja temperatura najhladnijeg mjeseca iznosi oko 0 °C, a srednja temperatura najtoplijeg mjeseca nije veća od 22 °C. Srednja godišnja temperatura zraka na području polja Šandrovac iznosi oko 10,8 °C (**Gregurić et al., 2005**). Ležišta polja Šandrovac sadrže znatnu količinu CO<sub>2</sub> zapadno od glavnog poprečnog rasjeda (od 50 do 80 %), dok istočno sadrže vrlo malo CO<sub>2</sub> (do 0,3 %). Temeljem podataka prikupljenih iz ležišta polja Šandrovac te prikazanih u tablicama izrađeni su različiti variogrami pomoću računalnog programa Variowin (službena web stranica za preuzimanje računalnog programa Variowin više nije aktivna). Također su prikazane kratke upute za korištenje navedenog programa, aproksimacija variograma matematičkim modelom, te usporedba dobivenih variograma.



Slika 1: Zemljopisni smještaj polja Šandrovac (modificirano prema Majstorović Bušić et al., 2015)

## 2. Metode

Geostatistička metoda korištena za izradu 1D variograma u ovome radu zove se variogramaska analiza. Variogram ( $2\gamma$ ) je jedan od osnovnih geostatističkih alata koji se koristi za određivanje ponašanja odabrane varijable u prostoru, odnosno za definiranje prostorne zavisnosti. Često se naziva i semivariogramom ( $\gamma$ ) koji ima potpuno jednaka svojstva, osim što su obje strane variogramske jednadžbe “kraćene” s vrijednošću 2 (Malvić, 2008). Matematički se variogramom mjeri razlika između dviju prostorno udaljenih točkastih vrijednosti odabrane varijable. Definiran je **formulom 1** (npr. Kupfersberger i Deutsch, 1999):

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \cdot \sum_{n=1}^{N(h)} [z(u_n) - z(u_n + h)]^2 \quad (1)$$

gdje su:

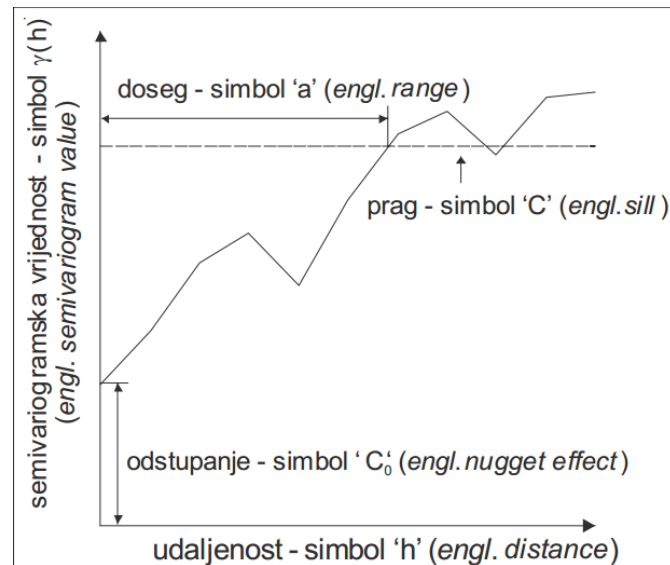
$N(h)$  - broj parova podataka uspoređenih na udaljenosti „ $h$ “,

$z(u_n)$  – vrijednost na lokaciji „ $u_n$ “,

$z(u_n+h)$  – vrijednost na lokaciji „ $u_n+h$ “.

### 2.1. Parametri variograma

Na svakoj variogramskoj krivulji može se očitati pet parametara (slika 2): odstupanje (*engl.* nugget), prag (*engl.* sill), doseg (*engl.* range), udaljenost ili korak (*engl.* distance) i eventualno odmak (*engl.* lag) (Malvić et al., 2008; Malvić, 2008).



**Slika 2:** Parametri variograma (Malvić, 2008)

Odstupanje ( $C_0$ ) predstavlja slučajnu komponentu regionalizirane varijable, odnosno pojavu kada krivulja siječe os Y u nekoj pozitivnoj vrijednosti ( $C$ ). To je obilježje gotovo svih variograma, a upućuje na razliku u vrijednostima vrlo bliskih uzoraka koji se u praksi smatraju uzorcima s jedinstvene lokacije. Uklanja se smanjenjem površine ili povećanjem broja uzoraka, no u praksi se ono vrlo često ne može eliminirati (Malvić, 2008).

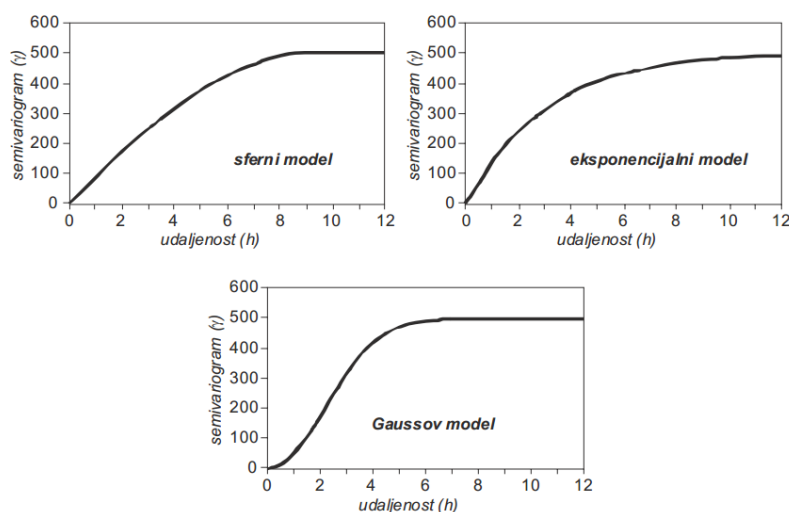
Prag ( $C$ ) je razlika pojedinačnih vrijednosti i srednje vrijednosti skupova podataka, što je ujedno definicija varijance. Nakon dosezanja praga (ako ga posjeduje) krivulja semivariograma često će prestati pravilno rasti te će nastaviti oscilirati oko njega (Malvić, 2008).

Doseg ( $a$ ) je vrijednost na kojoj semivariogram prvi put presijeca prag, a nakon toga ne postoji prostorna korelacija ili ovisnost podataka (Malvić, 2008).

Udaljenost ( $h$ ) je vrijednost na kojoj se međusobno uspoređuju podatci. Svaka udaljenost čini jednu klasu. Toj se vrijednosti može dodijeliti tolerancija nazvana odmak. To znači da granicama klase dodajemo vrijednost odmaka šireći tako klasu. Time se povećava broj parova i dobiva se bolji rezultat (Malvić, 2008). Klase su razredi po kojima se računa variogram. Variogram se računa u točkama, a točke na variogramu predstavljaju takozvane korake. Korak predstavlja razlučivost variograma, a veća razlučivost daje preciznije razlaganje sitnih detalja variograma. Što je koraka više, variogram ima veću razlučivost te je za posljedicu lakše povući teorijsku krivulju. Svaki korak ima marginu +/- pola koraka, pa je u stvarnosti korak 1 od 0,5-1, korak 2 od 1,5-2,5, itd. Uz takvu marginu od +/- 50 % svi podatci na kraju uđu u izračun variograma. Računajući variograme u koracima može se vidjeti u kojem koraku će vrijednost variograma prijeći varijancu. Variogramska analiza služi za definiranje prostorne zavisnosti varijabli, a kao rezultat dobije se eksperimentalni semivariogram koji se aproksimira teorijskim modelom.

## 2.2. Variogramski modeli

Postoji pet češćih teorijskih modela s kojima se gotovo svi eksperimentalni variogrami mogu matematički aproksimirati, a to su: sferni, eksponencijalni, Gaussov, linearni i logaritamski (Hohn, 1988). Razlikuju se prema tome sadržavaju li prag te po načinu ponašanja krivulje u blizini ishodišta (Malvić, 2008). U interpretaciji geoloških varijabli najčešće se koriste sferni, eksponencijalni i Gaussov model, dok su modeli bez praga rijetki u naftnogeološkoj praksi (slika 3).



**Slika 3:** Izgled krivulje sfernog, eksponencijalnog i Gaussovog teorijskog modela (prema Malvić, 2008)

Formule po kojima se definira ponašanje varijable određene odabranim teorijskim modelom su sljedeće (**slika 4**) (Isaaks i Srivastava, 1989):

$$\gamma(h) = C \left[ \left( \frac{3h}{2a} \right) - \left( \frac{h^3}{2a^3} \right) \right] \quad h \leq a \quad \text{Sferni model}$$

$$\gamma(h) = C \quad h > a$$

$$\gamma(h) = C \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \right] \quad \text{Eksponencijalni model}$$

$$\gamma(h) = C \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \right] \quad \text{Gaussov model}$$

**Slika 4:** Formule po kojima se definira ponašanje varijable za sferni, eksponencijalni i Gaussov teorijski model (Isaaks i Srivastava, 1989)

### 2.3. Izračun parova podataka

Za izračun variograma i njegovu aproksimaciju teorijskim modelom korišten je računalni program Variowin 2.2.1. koji se može besplatno preuzeti s interneta. Računalni program Variowin sadrži tri potprograma: potprogram „Prevar2D“, potprogram „Vario2D“ i potprogram „Model“. Rezultat jednog potprograma predstavlja ulazni podatak za drugi.

Ulazni podatci trebaju biti u „ASCII“ obliku zapisa.

Nakon pripreme podataka potprogramom „Prevar2D“ potrebno je učitati iste te odrediti broj svih mogućih parova podataka na različitim udaljenostima. Potprogram koristi ulazne podatke i sprema ih kao datoteku „.pcf“ oblika zapisa.

Sljedeći korak uključuje pokretanje potprograma Vario2D u kojem se izrađuje eksperimentalni variogram. Potrebno je učitati prethodno dobivenu datoteku „.pcf“ oblika zapisa, odabrati varijablu prozor (u ovom slučaju šupljikavost) te unijeti željene vrijednosti za „Lag spacing“ (veličina ćelija) i „Number of lags“ (broj ćelija) kako bi se dobio variogram „Directional Variogram“ (usmjereni variogram). Dobiveni variogram potrebno je sačuvati kao datoteku „.var“ oblika zapisa.

Posljednji korak uključuje pokretanje potprograma „Model“ koji služi za aproksimaciju variograma jednim od ranije spomenutih teorijskih modela (sfernim, eksponencijalnim ili Gausovim). Učitavanjem prethodno sačuvane datoteke



„var“ oblika zapisa te odabirom teorijskog modela potrebno je prilagoditi odstupanje, doseg i prag kako bi se dobila što točnija aproksimacija variograma odabranim teorijskim modelom.

### 3. Izračun variograma

Za izračun variograma korištene su dvije skupine podataka. **Tablica 1** prikazuje podatke šupljikavosti pješčenjačkog ležišta u ovisnosti o dubini (stvarni podatci prikupljen iz bušotine Ša-1). **Tablica 2** prikazuje podatke šupljikavosti pokrovnih stijena lapora u ovisnosti o dubini („umjetni“ podatci koji približno odgovaraju šupljikavosti lapora). Vrijednosti šupljikavosti označene crvenom bojom u tablici 5-2 nisu realne i kao takve ne prikazuju stvarnu šupljikavost lapora. Stoga su te vrijednosti zanemarene u proračunu variograma. Iz **tablice 1** vidljivo je da debljina ležišta iznosi 16 m.

**Tablica 1:** Vrijednosti šupljikavosti pješčenjaka (ležišta) iz bušotine Ša-1

Šupljikavost (%)	Dubina (m)	Šupljikavost (%)	Dubina (m)	Šupljikavost (%)	Dubina (m)
21,30	797,70	27,05	803,14	21,70	808,58
20,25	798,02	31,40	803,46	24,00	808,90
19,20	798,34	27,65	803,78	26,30	809,22
22,70	798,66	23,90	804,10	28,30	809,54
26,20	798,98	20,08	804,42	30,30	809,86
25,35	799,30	17,70	804,74	29,80	810,18
24,50	799,62	23,20	805,06	29,30	810,50
23,50	799,94	28,70	805,38	26,75	810,82
22,50	800,26	28,40	805,70	24,20	811,14
21,75	800,58	28,10	806,02	20,50	811,46
21,00	800,90	27,10	806,34	16,80	811,78
19,95	801,22	26,10	806,66	18,40	812,10
18,90	801,54	22,15	806,98	20,00	812,42
17,15	801,86	18,20	807,30	21,45	813,06
15,40	802,18	19,85	807,62	22,90	813,70
19,05	802,50	21,50	807,94		
22,70	802,82	21,60	808,26		

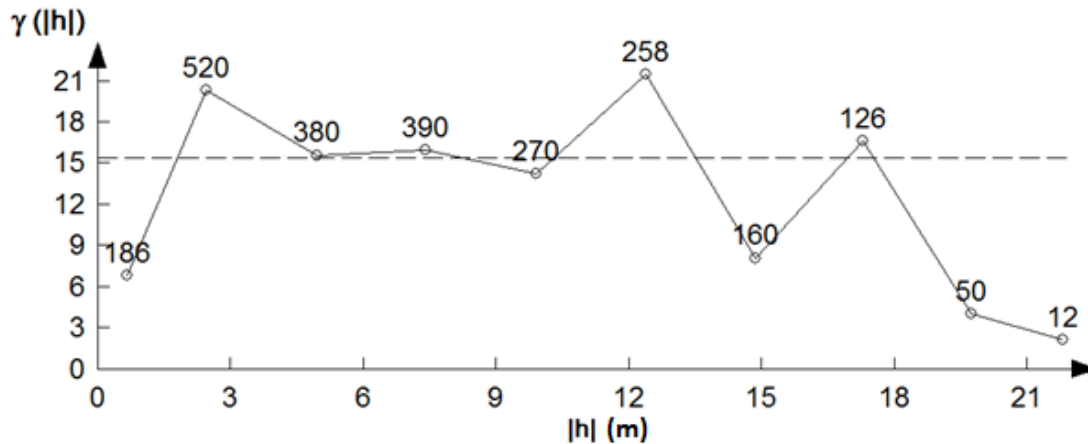
Tablica 2: Umjetne vrijednosti šupljikavosti lapora (krovine) iz bušotine Ša-1

Šupljikavost (%)	Dubina (m)	Šupljikavost (%)	Dubina (m)	Šupljikavost (%)	Dubina (m)
4,00	780,70	6,30	786,14	6,30	791,58
6,25	781,02	3,60	786,46	5,25	791,90
8,50	781,34	3,65	786,78	4,20	792,22
8,40	781,66	3,70	787,10	4,85	792,54
8,30	781,98	4,30	787,42	5,50	792,86
6,30	782,30	4,90	787,74	17,4	793,18
4,30	782,62	5,65	788,06	29,30	793,50
4,20	782,94	6,40	788,38	26,75	793,82
4,10	783,26	5,60	788,70	24,20	794,14
4,55	783,58	4,80	789,02	20,50	794,96
5,00	783,90	5,20	789,34	16,80	795,78
5,55	784,22	5,60	789,66	18,40	796,10
6,10	784,54	5,50	789,98	20,00	796,42
7,25	784,86	5,40	790,30	21,45	796,74
8,40	785,18	7,05	790,62	22,90	797,06
8,70	785,50	8,70	790,94		
9,00	785,82	7,50	791,26		

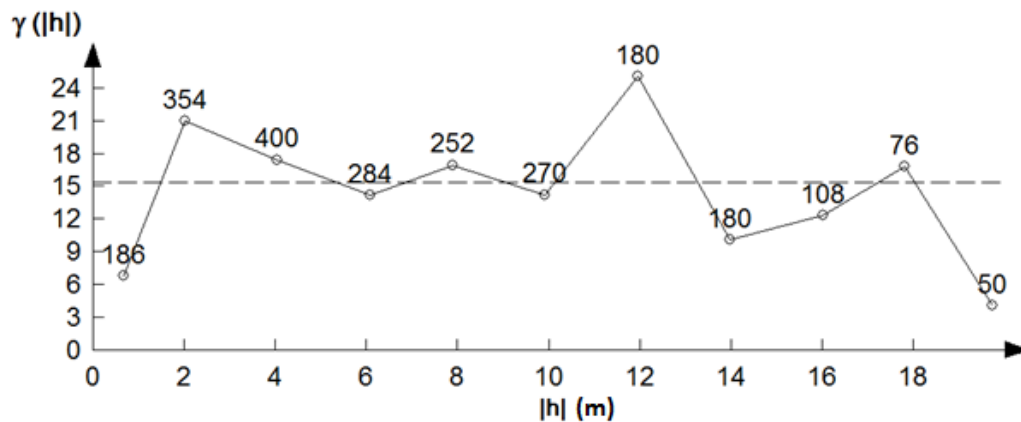
Nužno je napomenuti da je, radi nedovoljnog broja podatka, svaki drugi podatak u navedenim tablicama „umjetan“, tj. dobiven korištenjem srednje vrijednosti prethodnog i nahodnog podatka (podatci označeni žutom bojom). Takvim dobivenim skupom podataka omogućen je izračun variograma na temelju većeg broja podataka, čime raste pouzdanost variogramskog računa. Naravno, povećanje broja podataka srednjom vrijednošću između dva mjerena ima svoje očite nedostatke, jer se namjerno smanjuje broj mjerenih vrijednosti u ulaznom skupu. To iz pouzdanog skupa vrijednosti može načiniti skup čija se vjerodostojnost lako može staviti pod pitanje. Međutim, obje analizirane jedinice su relativno homogene, posebice lapor, te dovoljnih debljina da se u taložnom okolišu brakičnog regionalnog jezera razviju cjelovite taložne sekvencije pješčenjaka turbidnog te lapora hemipelagičkog podrijetla. Iz toga proizlazi da će se promjene veličine zrna u njima ponašati pravilno, odnosno postupno prelaziti iz krupnije u sitnije, zrnatije taložine. Posljedično, promjena šupljikavosti i propusnosti po okomici uglavnom će slijediti linearno spajanje dviju mjerenih točaka. Na takvoj dužini svaka matematička vrijednost vjerojatno bi se vrlo dobro podudarala s mjerenom da postoji. Nadalje, zbog promjena taložnih okoliša koje su po pružanju znatno veće negoli po okomici naslaga, ovakvo pravilo ne bi se moglo primijeniti za bočnu analizu petrofizikalnih vrijednosti, jer su promjene previše nepoznate (kaotične) da bi se mogle opisati takvim taložnim modelom iz koga bi mogle biti uzete opće jednadžbe promjene vrijednosti šupljikavosti ili propusnosti bočno u prostoru. U stvari, takve jednadžbe mogu načiniti aproksimaciju po nekoj površini i stvoriti kontinuiranu varijablu, ali kroz postupke koje nazivamo kartiranjem.

### 3.1. Izračun variograma u računalnom programu Variowin

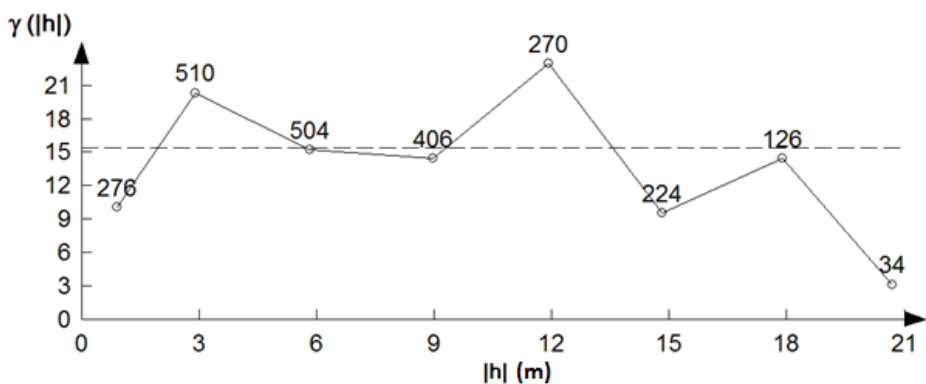
Na slikama 5, 6, 7, 8, 9 i 10 prikazani su neki od dobivenih variograma pomoću programa Variowin. Načinjeno je više variograma radi usporedbe. Variogrami se razlikuju samo po različitim vrijednostima veličine ćelija i broja ćelija. Za podatke iz **tablice 1**, tj. za vrijednosti šupljikavosti pješčenjaka (ležišta) iz bušotine Ša-1 dobiveni su sljedeći variogrami (**slika 5**, **slika 6**, **slika 7**):



Slika 5: Semivariogramska krivulja šupljikavosti pješčenjaka polja Šandrovac (1)



Slika 6: Semivariogramska krivulja šupljikavosti pješčenjaka polja Šandrovac (2)



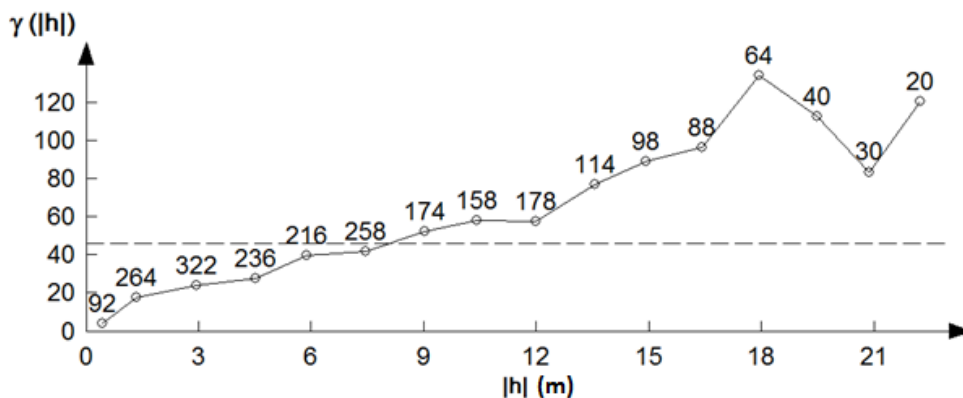
Slika 7: Semivariogramska krivulja šupljikavosti pješčenjaka polja Šandrovac (3)

Vrijednosti veličine ćelija i broja ćelija za navedene variogramе su sljedeće (**tablica 3**):

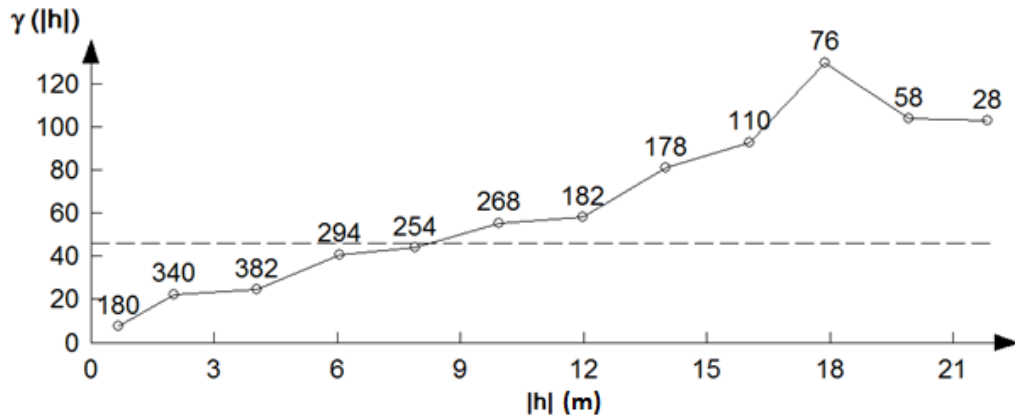
**Tablica 3:** Vrijednosti veličine ćelija i broja ćelija za variogramе sa slika 5, 6 i 7

Slika 5		Slika 6		Slika 7	
Veličina ćelija	2	Veličina ćelija	2,5	Veličina ćelija	3
Broj ćelija	10	Broj ćelija	11	Broj ćelija	8

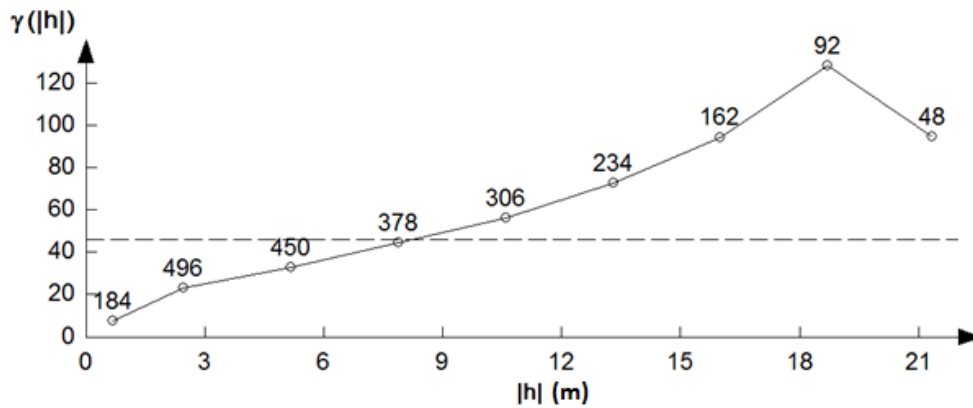
Za podatke iz **tablice 2**, tj. za “umjetne” vrijednosti šupljikavosti lapora (krovine) iz bušotine Ša-1 dobiveni su sljedeći variogrami (**slika 8**, **slika 9**, **slika 10**):



Slika 8: Semivariogramska krivulja šupljikavosti lapora polja Šandrovac (1)



Slika 9: Semivariogramska krivulja šupljikavosti lapora polja Šandrovac (2)



Slika 10: Semivariogramska krivulja šupljikavosti lapora polja Šandrovac (3)

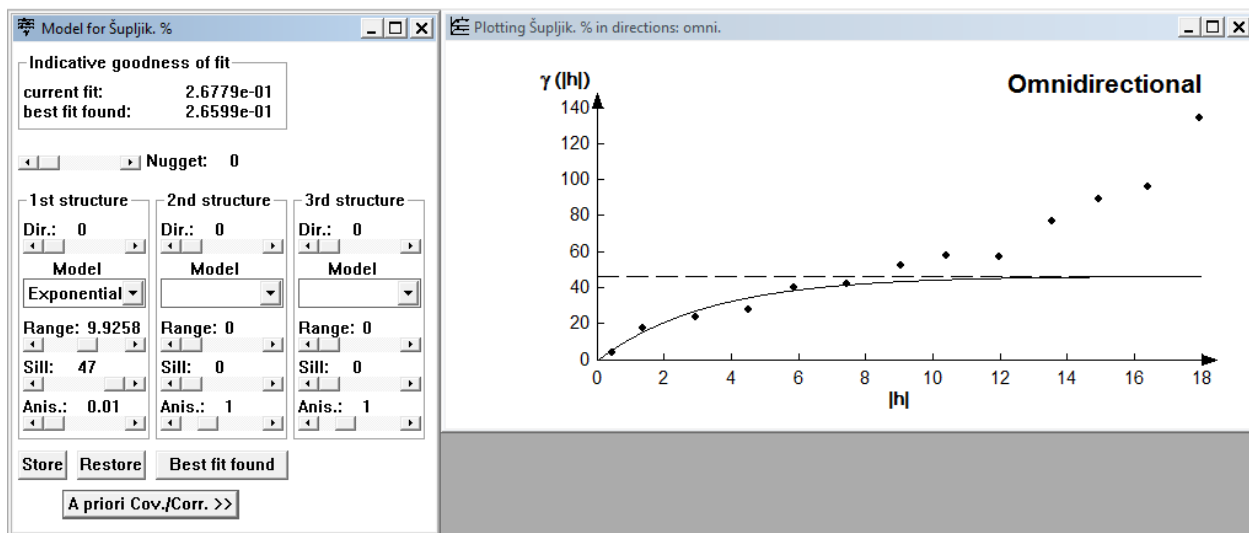
Vrijednosti veličine ćelija i broja ćelija za navedene variograme su sljedeće (**tablica 4**):

**Tablica 4:** Vrijednosti veličine ćelija i broja ćelija za variograme sa slika 8, 9 i 10

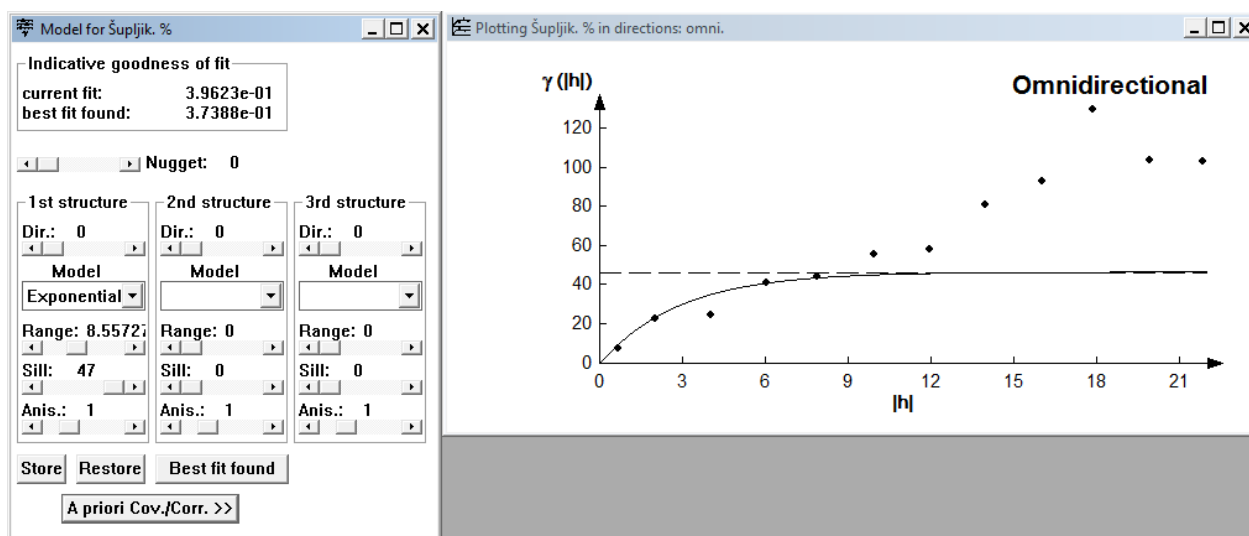
Slika 8		Slika 9		Slika 10	
Veličina ćelija	1,5	Veličina ćelija	2	Veličina ćelija	2,70
Broj ćelija	15	Broj ćelija	12	Broj ćelija	10

### 3.2. Aproksimacija variograma teorijskim modelom

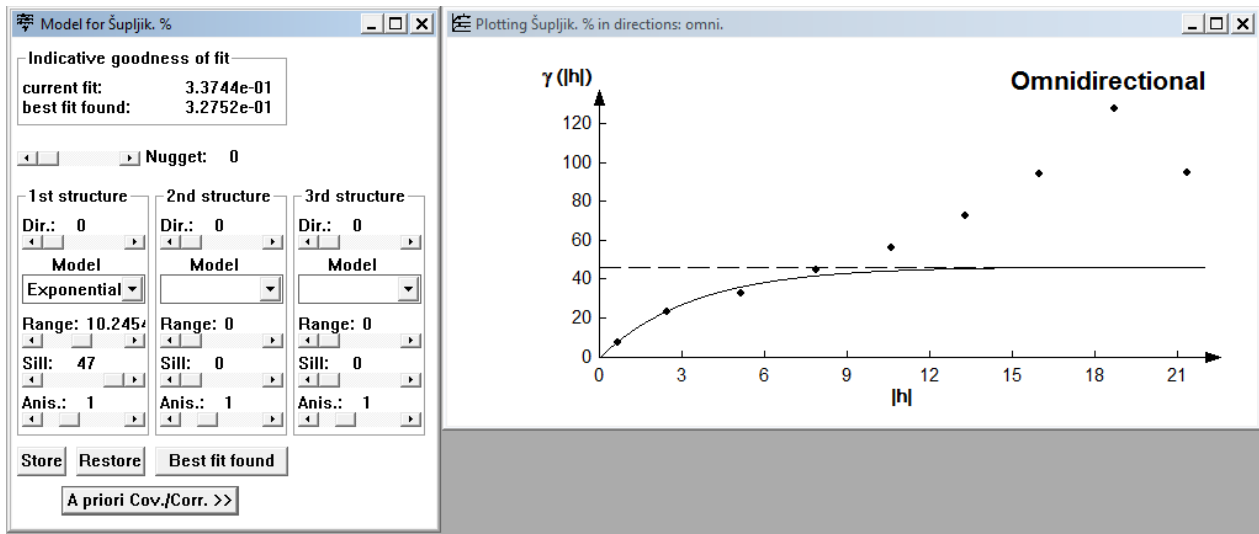
Variogrami sa slika 5, 6 i 7 (dobiveni na temelju vrijednosti šupljikavosti pješčenjačkog ležišta polja Šandrovac u ovisnosti o dubini) ne mogu aproksimirati niti jednim od mogućih teorijskih modela (sferni, eksponencijalni, Gaussov), a razlog tome je detaljnije objašnjen u daljnjem tekstu te poglavlju 4. No, variogrami sa slika 8, 9 i 10 mogu se aproksimirati i približno odgovaraju eksponencijalnom modelu. Takva aproksimacija načina je i prikazana na sljedećim slikama (**slika 11, slika 12, slika 13**):



Slika 11: Aproksimacija variograma sa slike 8 eksponencijalnim modelom



Slika 12: Aproksimacija variograma sa slike 9 eksponencijalnim modelom



Slika 13: Aproksimacija variograma sa slike 10 eksponencijalnim modelom

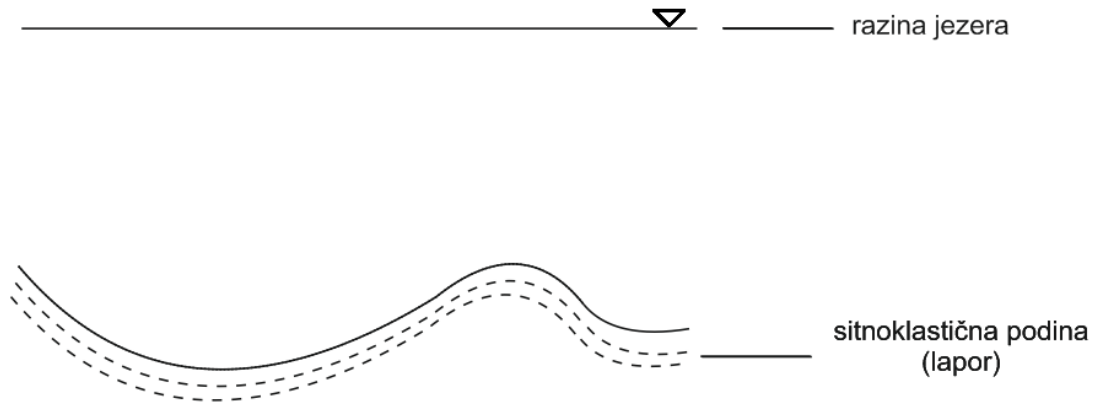
Vrijednosti parametara prikazanih aproksimacija teorijskim modelom su sljedeće (tablica 5):

Tablica 5: Vrijednosti parametara aproksimacije teorijskim modelom za variograme sa slika 11, 12 i 13

Slika 11		Slika 12		Slika 13	
Odstupanje	0	Odstupanje	0	Odstupanje	0
Doseg (m)	9,93	Doseg (m)	8,56	Doseg (m)	10,24
Prag	47	Prag	47	Prag	47

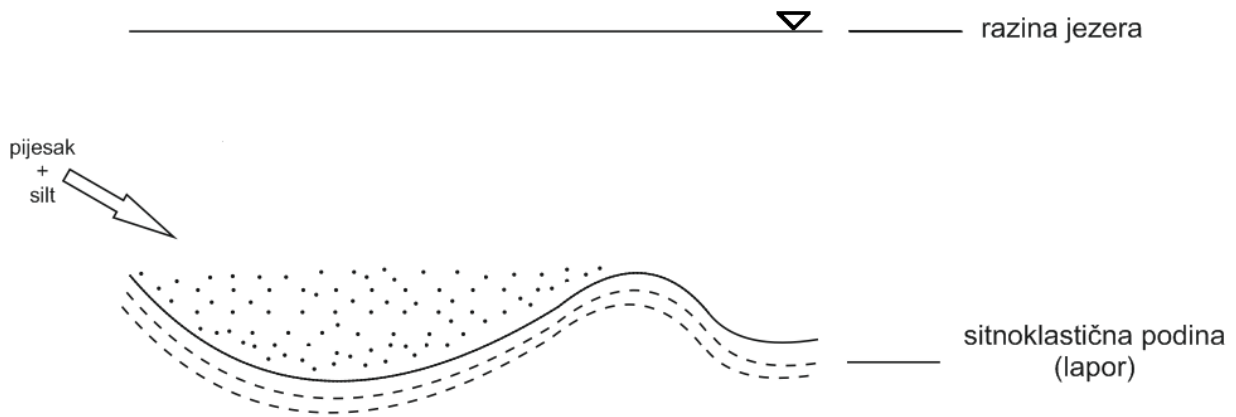
Iz prikazanih podataka vidljivo je da su vrijednosti dosega približno jednake, dok su vrijednosti odstupanja i pragova u potpunosti jednake. Već prije je naglašeno da se variogrami dobiveni na slikama 5, 6 i 7 ne mogu aproksimirati niti jednim od mogućih teorijskih modela. Stoga takva aproksimacija nije napravljena niti prikazana u ovome radu. Razlog takvog izgleda variograma je nagli završetak taložnog okolišta. Slijed događaja (taloženja) moguće je prikazati grafički, u 4 faze (slika 14, 15, 16 i 17):

## I. Stanje prije taloženja pijeska



Slika 14: Prva faza - stanje prije taloženja pijeska

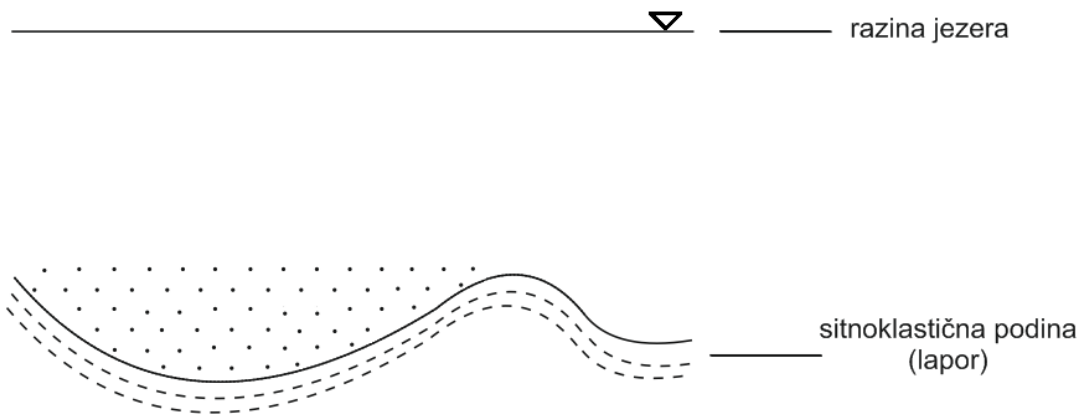
## II. Veliki donos pijeska (dominantno) i silta



Slika 15: Druga faza - veliki donos pijeska (dominantno) i silta

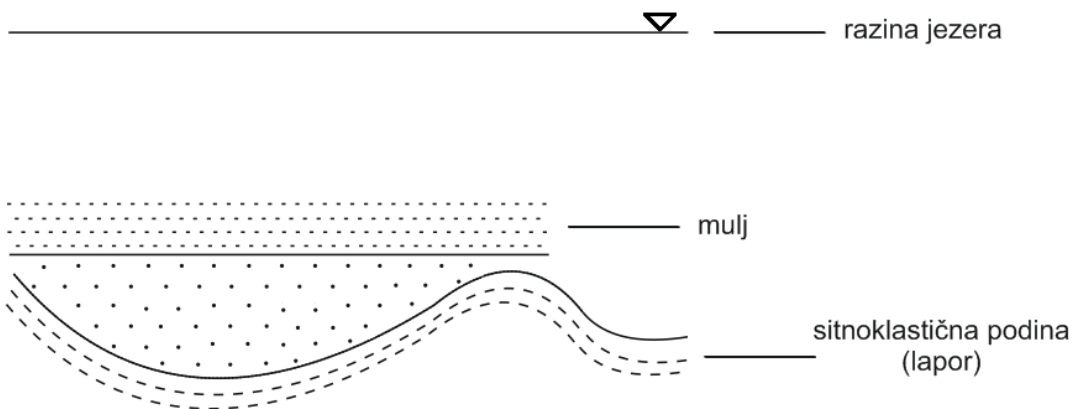


### III. Nagli prekid donosa pijeska i silta



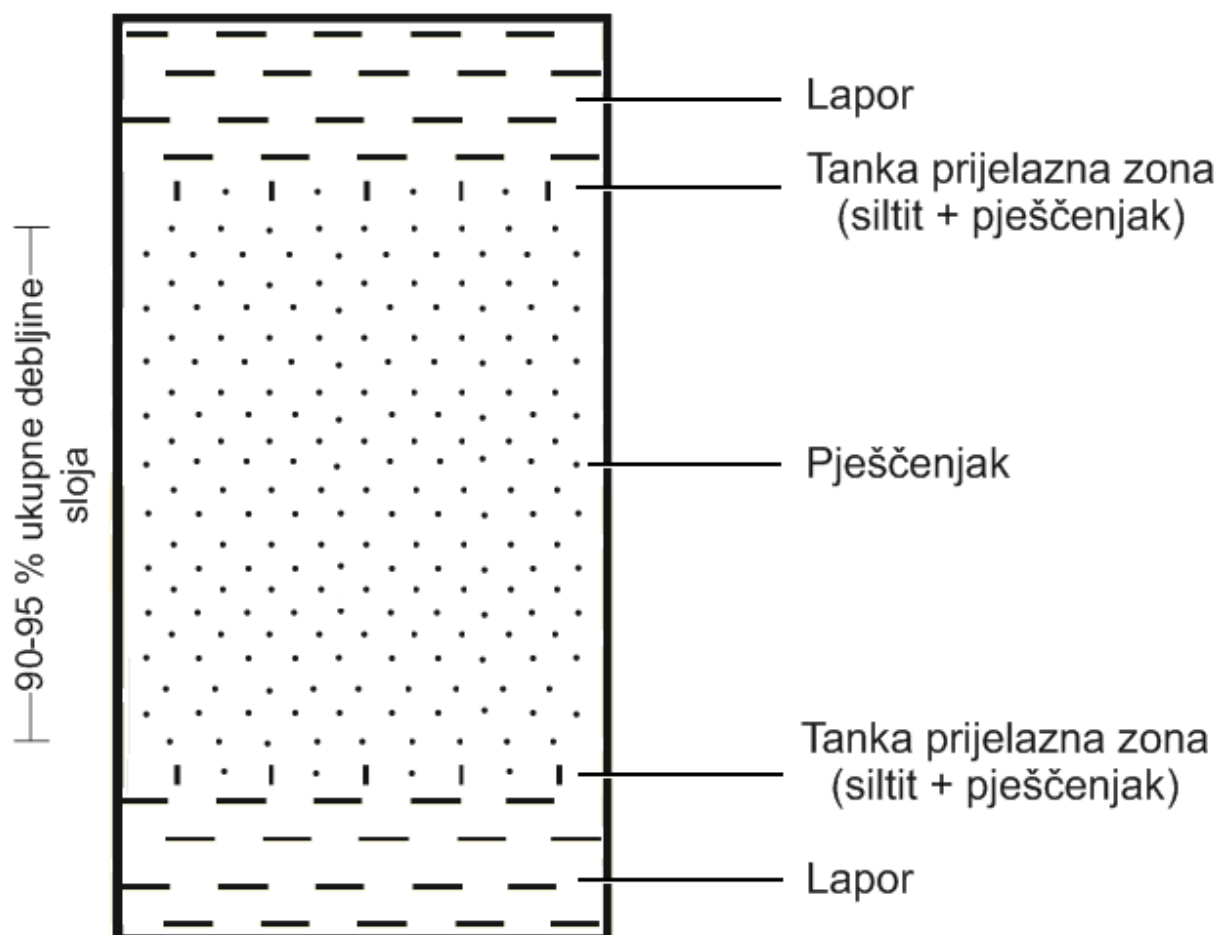
**Slika 16:** Treća faza - nagli prekid donosa pijeska i silta

### IV. Nastavak taloženja mulja bogatog karbonatima



**Slika 17:** Četvrta faza - nastavak taloženja mulja bogatog karbonatima

Rezultat ovakvog slijeda događa, tj. taloženja naslaga također se može prikazati litološkim stupom (**slika 18**):



Slika 18: Litološki stup analiziranog pješčenjačkog ležišta te neposredne krovine i podine u bušotini Ša-1 polja Šandrovac

#### 4. Diskusija i zaključci

Ležišta u polju Šandrovac su litološki heterogena. Posljedicom tektonskih pokreta struktura ležišta je ispresjecana mnogim rasjedima te je zbog toga podijeljena na 54 tektonska bloka. Također, plin u tom polju sadrži znatne količine otopljenog CO<sub>2</sub>, čije se vrijednosti kreću od 0,3 % do čak 80 % na nekim mjestima. Izračun 1D variograma temeljio se na podacima dobivenim iz bušotine Ša-1.

Kao što je već prije navedeno, podatci za ležište dobiveni su na temelju pravih vrijednosti, dok su za krovinu vrijednosti „umjetne“. Variogrami dobiveni za krovinu prikazuju postupan rast i prostornu zavisnost, a kako su dobiveni na temelju „umjetnih“ podataka, nije ih bilo potrebno daljnje razmatrati, jer u sebi već sadrže trend procjene pa su variogrami samo to oslikali.

Rezultati variograma za ležište, dobiveni na slikama 5, 6 i 7 pokazuju da nema nikakve zavisnosti između npr. vrijednosti šupljikavosti od 25,35 % na dubini od 799,30 m i vrijednosti šupljikavosti od 28,10 % na dubini od 806,02 m, tj., iz variograma je vidljivo da vrijednost šupljikavosti na dubini „a“ ne govori ništa manje o vrijednosti

šupljikavosti na dubini „b“, nego što vrijednost šupljikavosti na dubini „c“ govori o vrijednosti šupljikavosti na dubini „d“. Njihova varijacija je podjednaka bilo gdje u intervalu pješčenjaka pa variogram postaje nepotrebno složeni geomatematički alat kojeg je dopušteno zamijeniti jednostavnim izračunom aritmetičke srednje vrijednosti za bilo koju točku po okomici u kojoj nema mjerene podatke. Porast i pad variogramskih vrijednosti uglavnom ne prikazuje prijelaz od krovine prema podini. Drugim riječima, ti variogrami upućuju na to da nema postupnog rasta vrijednosti, odnosno pada prostorne zavisnosti, a granica između pješčenjaka i lapora je oštra.

To se u prirodi može dogoditi kada je prijelazni dio između dvaju litofacijesa oštar, bilo zbog nagloga prestanka taloženja ili erozije. U ovom slučaju dogodilo se da su zbog brzog taloženja u cijelome sloju svugdje prisutne jednako zrnate (negradirane) pješčenjačke čestice, tj. klasti. Takav slijed događaja grafički je opisan u četiri faze, na slikama **14**, **15**, **16** i **17** te litološkim stupom na slici **18**. Sa slika je vidljivo da je u kratkom vremenu donesena velika količina pijeska i silta, te je naglo prekinuta. Taloženje nije obuhvatilo samo jednu vrstu klastita po veličini niti se dogodila u istom kraćem razdoblju, ali svejedno to je jedna taložna sekvencija koja je uspjela stvoriti litološki prepoznatljiv, povezan niz taložina. Stoga u takvoj sredini nema smisla tražiti prostornu zavisnost jer prijelazna zona i postupna promjena gradacije i šupljikavosti ne postoji. Drugim riječima, nema nikakvog uređenog trenda, tj. „neuređenost“, je u svakom dijelu jednaka.

U suprotnom slučaju imali bi postupan raspored i postupan pad, mogli bismo pronaći trend, što znači da bi se moglo odrediti kolika bi bila očekivana promjena u šupljikavosti od dubine „a“ do dubine „b“ te procijeniti vrijednost u svakoj točki između njih. Srednja vrijednost u oba slučaja je otprilike ista, ali u drugom slučaju postoji postupan rast, stoga bi na variogramu bila vidljiva prostorna zavisnost i porast vrijednosti.

Kod pješčenjaka opisanih u ovome radu uređenosti u malome volumena nema, odnosno ona je jednakog stupnja neuređenosti kao i u cijelom uzorku. Stoga su minimalne i maksimalne vrijednosti šupljikavosti uglavnom slične u bilo kojem volumenu, odnosno izotropnost se javlja već na vrlo maloj skali. U načelu, sredina je vrlo homogena, ali tek na dovoljno velikoj skali, odnosno u dovoljno velikom uzorku kojim bismo zahvatili prosječan broj zrnaca različitog granulometrijskog sastava detritusa pijeska i ostalih klastita. Načelno, ne možemo znati kako su raspoređena zrna unutar uzorka. Priroda nije uvijek predvidljiva. Možemo samo predvidjeti u kojem smjeru zrna određenog granulometrijskog sastava ima više ili manje. Općenito, cijeli uzorak ima stohastički raspored zrna, a poznate su samo statističke veličine cijeloga uzorka. To prostorno znači da određeni granulometrijski sastav na jednom mjestu u uzorku ne govori ništa o tome da ju moramo imati i na nekom drugom, nasumično odabranom mjestu. Analogno tome, niti šupljikavost na mjestu „x“ neće ništa govoriti o šupljikavosti na mjestu „y“ ako koristimo prostornu statistiku. Stoga variogram pokazuje da nema nikakve prostorne zavisnosti. Ali, zato što je uzorak homogen, možemo sigurno odrediti minimum i maksimum šupljikavosti, aritmetičku sredinu te još neke opće statističke vrijednosti.

Paradoksalno, iz variograma koji ne prikazuje nikakvu prostornu zavisnost vidljivo je izvrsno pješčenjačko ležište. Zbog neuređenosti i rasporeda zrna zbog kojeg nema postupne gradacije takvi su pješčenjaci u principu krupnozrnati. Nema postupnog prijelaza sitnozrnatog i krupnozrnatog pijeska što je za naftu i plin izvrsno jer ne postoji niti jedan dio ležišta koji ima slabopropusna svojstva. Drugim riječima, ležište je idealno, a variogram ne prikazuje nikakvu prostornu zavisnost.

## 6. Popis literature

- Feigl, A., 2008. Procjena rasporeda propusnosti u pješčenjacima na primjeru naftnog polja Šandrovac. Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb. Magistarski rad, str. 3-4.
- Gregurić, M., Križ, S., Banović, V., Lihter, D., Pavičić, I., 2005. Prostorni plan uređenja općine Šandrovac. Županijski glasnik, 08/98, A – 57.
- Hohn, M. E., 1988. Geostatistics and Petroleum Geology. Van Nostrand Reinhold, New York, 400 str.
- Isaaks, E., Srivastava, R., 1989. An Introduction to Applied Geostatistics. Oxford University Press Inc., New York, 580 str.
- Kupfersberger, H., Deutsch, C., V., 1999. Methodology for Integrating Analog Geologic Data in 3D Variogram Modeling. AAPG Bulletin, 83/8, Tulsa, str. 1262-1278.
- Majstorović Bušić, A., Sremac, J., Velić, J., Malvić, T., 2015. Kriteriji determinacije sarmatskih naslaga u odabranim istraživačkim bušotinama Savske depresije (Criteria for determination of Sarmatian sediments in selected exploratory wells in Sava Depression). Osijek, 5. hrvatski geološki kongres.
- Malvić, T., 2008. Primjena geostatistike u analizi geoloških podataka. INA-Industrija nafte d.d., Zagreb.

## Abstract in English

### **CALCULATION OF 1D VARIOGRAM, AN EXAMPLE OF SANDSTONE RESERVOIRS AND THEIR TOP IN THE ŠANDROVAC FIELD**

The Šandrovac Field is located in the northern part of the Bjelovar Sag (subdepression). Reservoirs in the Šandrovac field are lithologically heterogeneous, containing a considerable amount of CO<sub>2</sub>, both in solution gas and natural gas. Geostatistical tool used in this thesis is called the variogram. The variogram determines which values of data series on a certain distance are still in correlation. Variograms in this thesis were made using the Variowin computer program. The creation procedure and the parameters of the variogram were described in Chapter 4. In that chapter, the description of the variogram, as well as the description of its parameters and variogram models, used in geostatistics, were given. Furthermore, detailed instructions on the making of variograms using the Variogram computer program accompanied by figures were shown. The data used in the making of variograms, the completed variograms and the approximation of variograms by mathematical models, were shown in Chapter 5. Real data for reservoir and “artificial” data for top were used. Based on that data variograms and the approximation of variograms by theoretical models were made. It was concluded that variograms calculated from real reservoir data could not be approximated by any theoretical model. Because of that, such sequence (sedimentation) was shown graphically in figures. Variograms which were made from “artificial” data for top were approximated by the exponential model.

### **Key words**

the Šandrovac Field, geostatistics, the variogram, Variowin, theoretical models

# Biostatistika u određivanju vrsta fosilnih planktonskih puževa

Izvorni znanstveni rad



Marija Bošnjak<sup>1</sup>; Jasenka Sremac<sup>2</sup>; Davor Vrsaljko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Hrvatski prirodoslovni muzej, Demetrova 1, 10000 Zagreb, kustos

<sup>2</sup> Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Geološki odsjek, Horvatovac 102 a, 10000 Zagreb, izv.prof.

## Sažetak

Biostatističke metode dragocjeno su pomagale pri preciznoj determinaciji raznih svojiti mekušaca unutar "dijagnostičkog ključa" na razini paleontološke vrste, te specifičnih morfometrijskih svojstava i korelacije s današnjim, živućim srodnicima. Puževi skupine Pteropoda prilagodili su se planktonskom načinu života u moru preobrazbom stopala u krila kojima plivaju. Pteropodi su sistematski podijeljeni u dva reda; Thecosomata ili "morski leptiri", i Gymnosomata ili "morski anđeli". Recentni pteropodi su važni ekološki indikatori, posebice neke vrste roda *Limacina*, na kojima se danas istražuju posljedice zakiseljavanja oceana. U fosilnom obliku nalaze se najčešće pripadnici reda Thecosomata, koji imaju aragonitne kućice. Obilje fosilnih pteropoda u području nekadašnjeg Paratetisa mora zabilježeno je u naslagama srednjeg miocena, podudarajući se s vremenom morskih transgresija tijekom badena. Najbrojniji taksoni u badenskim naslagama Paratetiskog mora pripadaju rodovima *Limacina*, *Vaginella* i *Clio*, koji su nađeni i u hrvatskom dijelu Panonskog bazenskog sustava (šira okolica Zagreba, Medvednica). Među navedenim rodovima neke se vrste zbog slične morfologije kućice i lošeg fosilnog očuvanja određuju na temelju biostatističkih metoda. Na primjeru nalaza badenskih pteropoda s područja Medvednice prikazana je upotreba matematičkih metoda u određivanju vrsta rodova *Vaginella*, *Clio* i *Limacina*. Vrste fosilnog roda *Vaginella* imaju stožaste kućice sličnog oblika te je razlikovanje vrsta otežano. Stoga se one određuju prema intraspecifičnim razlikama u rasponu apikalnog kuta kućice. Rodu *Clio* pripada nekoliko vrsta, među kojima se vrste *C. pedemontana* i *C. fallauxi* ističu po sličnosti strukture kućice. Važan kriterij za razlikovanje tih dviju vrsta je također apikalni kut. Uz njega se u odredbi vrste mogu primijeniti i mjerenja dodatnih geometrijskih elemenata kućice. Za razliku od rodova *Vaginella* i *Clio*, rod *Limacina* ima spiralne kućice. Unutar tog roda, ponekad je teško odrediti pronađene vrste *L. gramensis* i *L. valvatina* pa se primjenjuje umjetna granica, koju određuje omjer širine i visine kućice. Pored toga, mjere se i drugi elementi kućice te se primjenom biostatističkih metoda doprinosi razlikovanju tih vrsta i drugih vrsta roda *Limacina*. Poznavanje morfologije kućica pteropoda i primjene biostatistike u odredbi vrsta doprinosi paleoekološkim istraživanjima usporedbom fosilnih pteropoda s recentnim srodnicima. Učestalost nalaza fosilnih pteropoda u naslagama Panonskog bazenskog sustava omogućuje proširenje spoznaja o migracijskim putevima faune, a njihova povećana brojnost sugerira vremena značajnijih marinskih transgresija u badenu.

## Ključne riječi

Biostatistika, Pteropoda, baden, Paratetis, sjeverna Hrvatska.

## 1. Uvod

Među mekušcima se razvila posebna skupina morskih holoplanktonskih puževa, čije je obilježje da cijeli životni stadij žive kao plankton. Danas je poznato oko 140 vrsta holoplanktonskih puževa, koji su široko rasprostranjeni u svjetskim morima i oceanima. Tijekom dana plutaju u većim dubinama, a u sumrak migriraju prema površini mora. Planktonski način života omogućila im je preobrazba stopala u krila kojima plivaju i morfološke varijacije kućice, odnosno smanjenje njezine veličine ili njezin potpuni gubitak. Stoga se sistematski razlikuju dvije grupe holoplanktonskih puževa: Heteropoda (od jure do danas) i Pteropoda (od paleocena do danas). Naziv "Pteropoda", prema grčkoj riječi "pterón" (krilo), nije znanstveno precizan, ali se koristi za dva reda: Thecosomata ("morski leptiri"), koji imaju kućicu, i Gymnosomata ("morski anđeli"), bez kućice. Današnji Thecosomata smatraju se jako dobrim bioindikatorom

Dopisni autor: Marija Bošnjak  
 marija.bosnjak@hpm.hr

zakiseljavanja oceana zbog mineralnog sastava kućice. To se posebice odnosi na vrste roda *Limacina* koje žive i u polarnim i u tropskim morima, a na kojima se istražuje utjecaj promjene pH vrijednosti na morske zajednice (Janssen, 2003; Jennings i sur., 2010; Bednaršek i sur., 2012; Corse i sur., 2012).

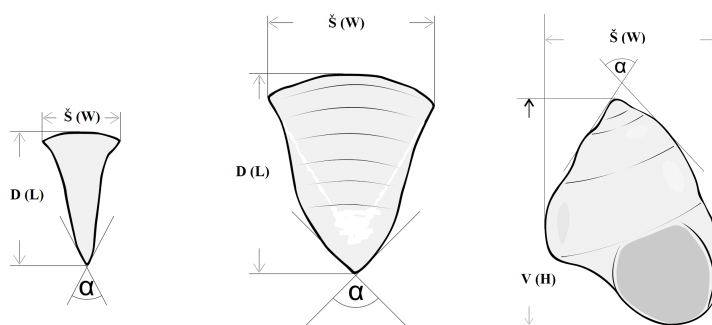
U fosilnom obliku nalaze se holoplanktonski puževi s aragonitnom kućicom. Pteropodi reda Thecosomata zabilježeni su u srednjomiocenskim naslagama Paratetis mora, odgovarajući vremenu badenskih morskih transgresija (npr. Janssen, 1984; Zorn, 1991, 1995, 1999; Bohn-Havas i Zorn, 1993, 1994; Rögl, 1998; Bohn-Havas i sur., 2004; Kováč i sur., 2007). Najbrojniji primjerci pripadaju rodovima *Limacina*, *Vaginella* i *Clio*. Neke vrste roda *Clio* nalaze se u naslagama starijeg badena, dok masovna pojava roda *Limacina* obilježava gornji baden te je po toj pojavi uveden naziv "*Limacina* horizont". U hrvatskom dijelu Panonskog bazenskog sustava u srednjomiocenskim naslagama također su zabilježeni nalazi rodova *Vaginella*, *Clio* i *Limacina* (Gorjanović-Kramberger, 1908; Kochansky, 1944; Basch, 1983; Avanić i sur., 1995). Kućice su kod nekih rodova raznolike i raspon morfologije je dosta širok, a kod drugih su poprilično slične te je teško odrediti pojedine vrste samo na temelju morfologije. Iz tog razloga i zbog najčešće lošeg fosilnog očuvanja neke vrste se određuju na temelju biostatističkih metoda. Na primjeru nalaza srednjomiocenskih pteropoda iz šire okolice Zagreba (Medvednica) u ovom je radu prikazan primjer upotrebe biostatistike u odredbi nekih vrsta.

## 2. Materijal i metode

Prilikom terenskih istraživanja provedenih tijekom 2014., 2015. i 2016. godine prikupljeni su pteropodi iz srednjomiocenskih, badenskih, lapora na području središnjeg i sjeveroistočnog dijela Medvednice u široj okolici Zagreba. Na lokalitetu Vejalnica u središnjem dijelu Medvednice pronađene su vrste rodova *Vaginella* i *Clio*, a u široj okolici Marije Bistrice u sjeveroistočnom dijelu Medvednice prikupljeni su predstavnici roda *Limacina*. Primjerci su nađeni u obliku otisaka i kamenih jezgri.

S oba lokaliteta laboratorijski je analizirano 30 dag svakog uzorka metodom muljenja. Lapori su usitnjeni i potopljeni u običnu vodu 24 sata. Potom su prosijani kroz niz sita veličina 0,5, 0,2, 0,125 i 0,63 mm te su izdvojene frakcije osušene. Pteropodi izdvojeni metodom muljenja pripadaju rodu *Limacina*. Promatrani su pod polarizirajućim mikroskopom Leica Laborlux 11 na Geološkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Uzorci s pteropodima roda *Clio* i *Vaginella* očišćeni su i snimljeni fotoaparatom Canon EOS 6D u Hrvatskome prirodoslovnom muzeju. Svi prikupljeni i u ovom radu prikazani primjerci pteropoda pohranjeni su u depou Geološko-paleontološkog odjela Hrvatskoga prirodoslovnog muzeja.

Primjenom biostatistike određeno je devetnaest otisaka i/ili kamenih jezgri roda *Vaginella*, pet otisaka roda *Clio* i četrdeset tri piritizirane kamene jezgre roda *Limacina*. Većina primjeraka nije cjelovito očuvana. Od primjeraka *Vaginella* nalazi se dio odrasle kućice puža (teleokonh), kod roda *Clio* nije na svim primjercima očuvan apikalni kut, a kod limacinida ušće. Prikupljena fosilna građa analizirana je deskriptivnom statistikom u programu PAleontological STatistics (PAST) Version 3.13 (Hammer i sur., 2001) i MS Excel. Pteropodi su numerički i grafički opisani na temelju mjerenja dužine, visine i širine kućica, odnosa dužine, visine i širine, i mjerenja apikalnog kuta kućice (slika 1).



**Slika 1:** Mjereni elementi kućice pteropoda: D – dužina, Š – širina, V – visina,  $\alpha$  – apikalni kut (prilagođeno prema Bošnjak i sur., predano u tisak, 2016)

**Figure 1:** Measured elements of pteropod shell: L – length, W – width, H – height,  $\alpha$  – apical angle (modified after Bošnjak et al., submitted 2016)

Statistička analiza uključila je minimalnu i maksimalnu vrijednost mjerenog skupa podataka, aritmetičku sredinu, frekvenciju, standardnu devijaciju, medijan skupa podataka, te korelacijsku i regresijsku analizu. Objašnjenja korištenih statističkih alata su prema npr. **Pavlič (1985)**, **Bluman (2001)**, **Hammer i sur. (2001)** i **Hammer (2016)** sljedeća:

Minimalna (Min) i maksimalna (Max) vrijednost skupa podataka pokazuje najnižu, odnosno najveću vrijednost mjerenih podataka.

Aritmetička sredina ili prosjek podataka predstavlja zbroj podataka podijeljen s ukupnim brojem podataka prema **jednadžbi 1** kako slijedi

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n \quad (1)$$

gdje su:

$x_1$  do  $x_n$  – skupovi podataka,

$n$  – ukupan broj podataka.

Frekvencija je broj pojavljivanja određenog podatka. Standardna devijacija je drugi korijen varijance uzorka, tj. prosječnog kvadratnog odstupanja od prosjeka prema **jednadžbi 2** kako slijedi

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2)$$

gdje su:

$x$  – vrijednosti varijable,

$\bar{x}$  – aritmetička sredina,

$n$  – broj primjeraka.

Medijan skupa podataka je vrijednost koja se nalazi u sredini zadanog skupa; u slučaju neparnog broja podataka to je srednja vrijednost, a u slučaju parnog broja podataka je aritmetička sredina. Za određivanje odnosa među varijablama korišteni su koeficijent korelacije i regresijska analiza. Koeficijent korelacije je stupanj statističke povezanosti određen Pearsonovim koeficijentom korelacije ( $r$ ) prema **jednadžbi 3** kako slijedi

$$r = \sigma_{xy} / \sigma_x \sigma_y \quad (3)$$

gdje su:

$\sigma_x$  i  $\sigma_y$  – standardne devijacije varijabli  $x$  i  $y$

$\sigma_{xy}$  – kovarianca, tj. aritmetička sredina umnožaka odstupanja varijabli od njihovih aritmetičkih sredina.

Regresijska analiza definira oblik povezanosti varijabli koje se istražuju, daje oblik krivulje koji najbolje opisuje određene varijable prema **jednadžbi 4** kako slijedi

$$y = ax + b \quad (4)$$

gdje su:

$a$  – nagib pravca,

$b$  – odsječak na  $y$ -osi.

Pored linearnog trenda odnos mjerenih podataka prikazan je i polinomom četvrtog stupnja.

### 3. Rezultati

#### 3.1. Primjena biostatističkih metoda na primjeru roda *Vaginella*

Fosilni rod *Vaginella* pokazuje raznolikost u veličini kućice (dužina i širina), rasponu vrijednosti apikalnog kuta, spljoštenosti kućice i drugim morfološkim karakteristikama. Prema opisu u **Zorn (1991)** kućice ovog roda su izdužena oblika, dorzoventralno spljoštene, prema aperturi se šire, a pred samom aperturom mogu biti sužene (predaperturalno suženje, **slika 1**). Kućice uglavnom nisu ornamentirane, iako neke imaju bore paralelne s osi kućice. Varijabilnost oblika vidljiva je ne samo među vrstama, već i unutar iste vrste, stoga je odredba otežana. Loše fosilno očuvanje, najčešće u obliku otisaka ili kamenih jezgri, dodatno otežava determinaciju: kućice najčešće nisu potpune, često nedostaje protokonh (larvalni dio kućice), aperturalni i apikalni dio pa mjerenje kompletne kućice u tim slučajevima nije moguće. Nekoliko vrsta roda *Vaginella* sličnog je oblika, a tijekom razvoja su poprimile sve izduženije kućice. Pored morfoloških karakteristika kućice, predloženi su i rasponi apikalnog kuta za pojedinu vrstu: *V. depressa*  $\geq 40^\circ$ , *V. austriaca* otprilike  $\geq 20^\circ$ , *V. acutissima* otprilike  $15-18^\circ$  i *V. lapugyensis* otprilike  $8-13^\circ$  (npr. **Janssen i Zorn, 1993; Cahuzac i Janssen, 2010; Janssen i Little, 2010**).

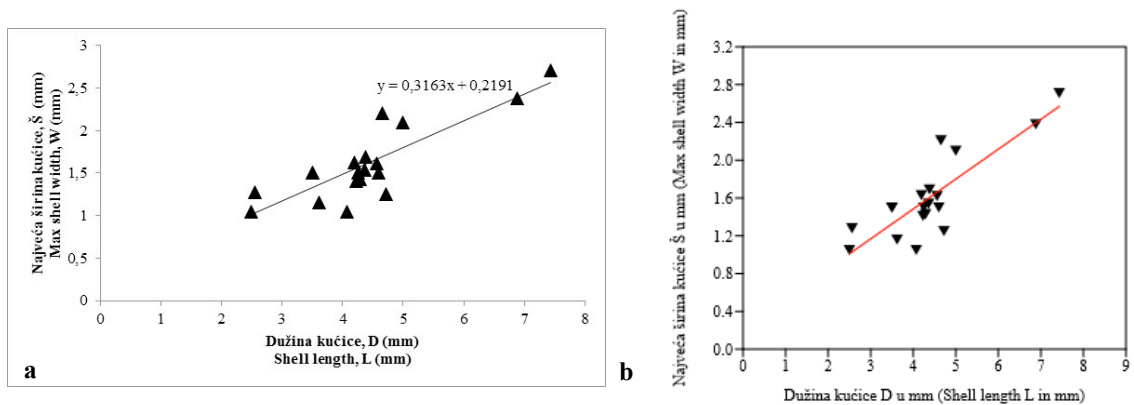
Primjerci otisaka i jezgri *Vaginella* pronađeni na lokalitetu Vejalnica određeni su kao *Vaginella austriaca* Kittl na temelju morfoloških karakteristika, podataka o dosadašnjim istraživanjima i biostatističkom usporedbom s nalazima iz susjednih područja dostupnih iz objavljenih znanstvenih radova. Kućice ove vrste imaju oblik koplja, dorzoventralno su spljoštene i najšire su u smjeru aperture. Među prikupljenim uzorcima protokonh nije očuvan, kao najčešće ni apikalni dio te su te vrijednosti projicirane. U području aperture nije vidljivo predaperturalno suženje. Podatci uzeti u obzir za biostatističke metode su sljedeći (**slika 1**): dužina kućice (D, u mm), najveća širina kućice (Š, u mm), apikalni kut ( $\alpha$ , u  $^\circ$ ), minimalna i maksimalna vrijednost raspona mjerenih podataka (D, Š i  $\alpha$ ), aritmetička sredina ( $\bar{x}$ ), standardna devijacija, medijan i koeficijent korelacije (r). Navedeni statistički elementi prikazani su u **tablici 1**, a odnos mjerenih elemenata prikazan je na **slikama 2, 3, i 4**.

	Dužina kućice D (L), mm	Širina kućice Š (W), mm	D/Š (L/W)	Apikalni kut (apical angle), $\alpha$ ( $^\circ$ )
N	19	19	19	19
Min	2,5	1,05	2	13
Max	7,43	2,71	3,88	28
$\bar{x}$	4,383684	1,605789	2,77	21,21053
$\sigma$	1,186949	0,4474287	0,4944245	4,871447
Medijan	4,29	1,5	2,81	21
r	0,8			

**Tablica 1:** Statističke vrijednosti *Vaginella austriaca* izračunate u programu PAST (N – broj primjeraka)

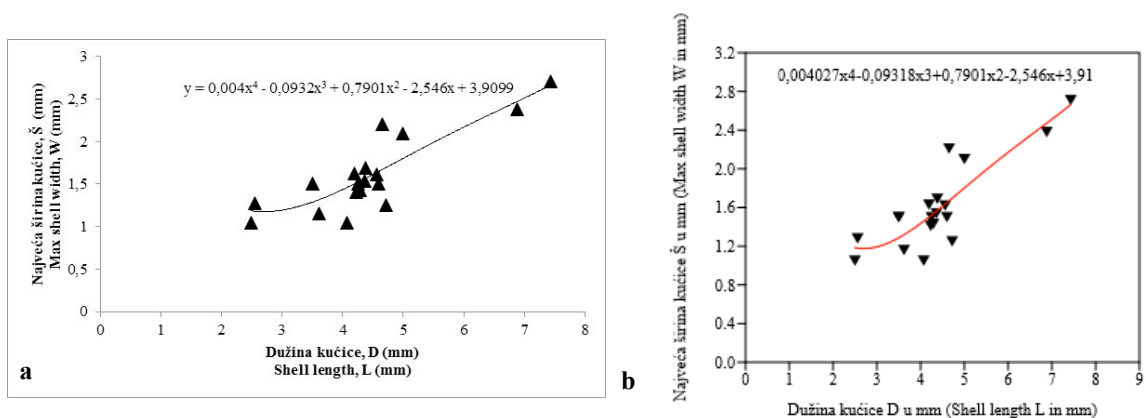
**Table 1:** Statistical values of *Vaginella austriaca* calculated in PAST program (N – number of specimens)





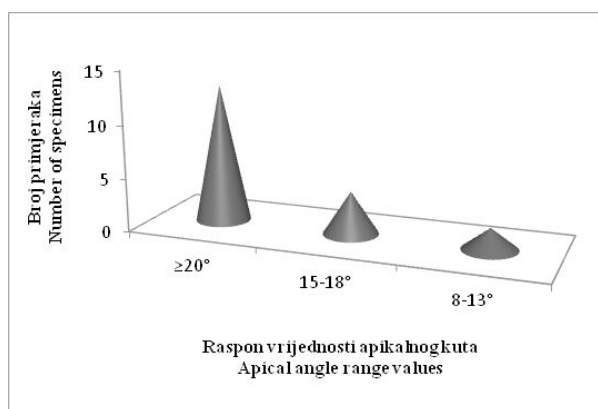
Slika 2: Odnos dužine i najveće širine kućice (D/Š) *Vaginella austriaca* s pravcem linarnog trenda rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST

Figure 2: Length-width ratio (L/W) of *Vaginella austriaca* with marked linear trendline after (a) MS Excel and (b) PAST program



Slika 3: Odnos dužine i najveće širine kućice (D/Š) *Vaginella austriaca* s krivuljom polinoma 4. stupnja rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST

Figure 3: Length-width ratio (L/W) of *Vaginella austriaca* with marked polynomial trendline after (a) MS Excel and (b) PAST program



Slika 4: Raspon vrijednosti apikalnih kutova *Vaginella austriaca*

Figure 4: Apical angle values of *Vaginella austriaca*

Primjerci vrste *Vaginella austriaca* prikupljeni na lokalitetu Vejalnica pokazuju jaku korelaciju (slika 2 i 3), što potvrđuje i vrijednost korelacijskog koeficijenta (tablica 1). Kako otisci kućica nisu očuvani čitavi, ova mjerenja ne predstavljaju vrijednost prave veličine, odnosno čitave kućice. Iako neki rasponi apikalnog kuta (slika 4) variraju i pokazuju vrijednosti koje bi odgovarale moguće drugim vrstama *Vaginella* (vrijednosti manje od 20°), i ti su primjerci određeni kao *V. austriaca* s obzirom na odgovarajuće morfološke karakteristike.

### 3.2. Primjena biostatističkih metoda na primjeru roda *Clio*

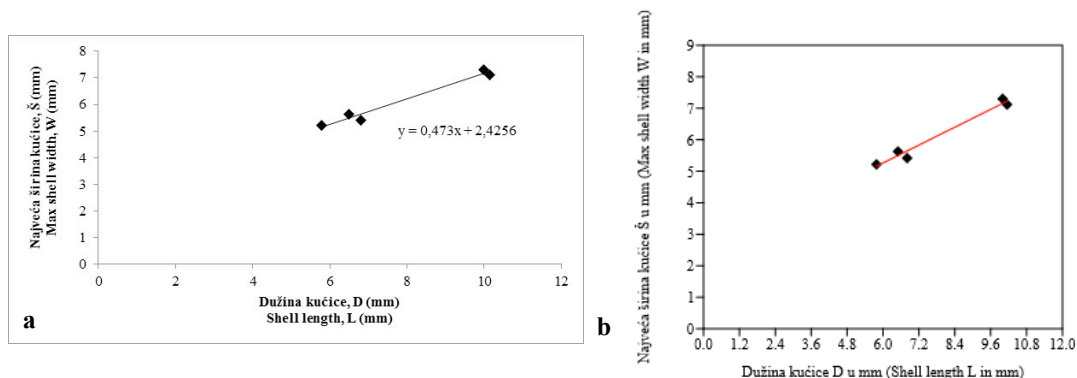
Vrste recentnog roda *Clio* imaju kućice piramidalnog oblika s oštrim bočnim bridovima i izoštrim vrhom, koji može biti ravan ili savijen. Kućica se širi prema aperturi i može biti savijena. Površina kućice je glatka ili češće ima poprečna rebra. Ovisno o vrsti, rebra mogu biti primarna i sekundarna. Početni dio kućice, tj. protoknih se rijetko fosilno očuva. S obzirom na često nepotpuno fosilno očuvanje kućice, za neke vrste su dijelovi larvalne kućice, inače bitni elementi za odredbu vrste, i dalje nepoznati (Zorn, 1991; Janssen i Little, 2010). Dvije vrste su po morfologiji slične i dolaze zajedno u badenskim naslagama, *C. pedemontana* i *C. fallauxi*. Kao kriterij razlikovanja se uz poprečna rebra kućice uzima i vrijednost apikalnog kuta, koja je veća za *C. fallauxi* (Janssen i Zorn, 1993; Zorn, 1999).

U badenskim laporima lokaliteta Vejalnica nađeni su otisci vrste *Clio fallauxi* (Kittl), pet primjeraka na kojima su izmjereni podaci prikazani su u tablici 2, osim apikalnog kuta na jednom primjerku. Protoknih nije očuvan ni na jednom uzorku. Na površini kućice vidljiva su primarna i sekundarna rebra, tipična za tu vrstu, a raspon apikalnog kuta odgovara vrsti *C. fallauxi*. Stoga su na temelju morfologije kućice i mjerenih elemenata ovi primjerci određeni kao *C. fallauxi*. Mjereni elementi i statistički alati su sljedeći (tablica 2): dužina kućice (D, u mm), najveća širina kućice (Š, u mm), D/Š odnos, apikalni kut ( $\alpha$ , u °), minimalna i maksimalna vrijednost raspona mjerenih podataka (D, Š i  $\alpha$ ), aritmetička sredina ( $\bar{x}$ ), standardna devijacija, medijan i koeficijent korelacije (r). Na slikama 5 i 6 prikazani su odnosi mjerenih elemenata.

	Dužina kućice D (L), mm	Širina kućice Š (W), mm	D/Š (L/W)	Apikalni kut (apical angle), $\alpha$ (°)
N	5	5	5	4
Min	5,78	5,22	1,11	58
Max	10,15	7,3	1,43	74
$\bar{x}$	7,848	6,138	1,264	68
$\sigma$	2,067697	0,9913223	0,1374045	7,118052
Medijan	6,81	5,63	1,26	70
r	0,78			

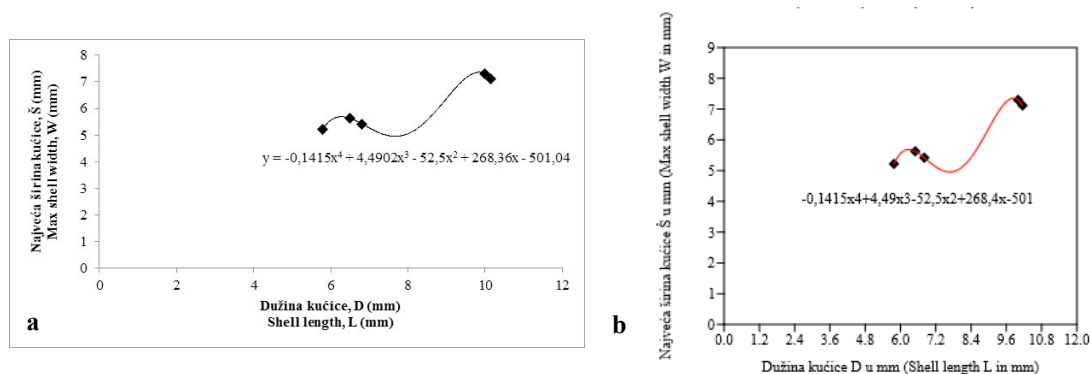
Tablica 2: Statističke vrijednosti *Clio fallauxi* izračunate u programu PAST (N – broj primjeraka)

Table 2: Statistical values of *Clio fallauxi* calculated in PAST program (N – number of specimens)



Slika 5: Odnos dužine i najveće širine kućice (D/Š) *Clio fallauxi* s pravcem linarnog trenda rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST

Figure 5: Length-width ratio (L/W) of *Clio fallauxi* with marked linear trendline after (a) MS Excel and (b) PAST program



**Slika 6:** Odnos dužine i najveće širine kućice ( $D/\bar{S}$ ) *Clio fallauxi* s krivuljom polinoma 4. stupnja rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST

**Figure 6:** Length-width ratio ( $L/W$ ) of *Clio fallauxi* with marked polynomial trendline after (a) MS Excel and (b) PAST program

Pronađeni broj primjeraka vrste *Clio fallauxi* nije dovoljan za statističku analizu, ali su autori željeli istražiti i pokazati sličnost kućica vidljive na slikama 5 i 6 i korelacijskom koeficijentu koji pokazuje dobru korelaciju (tablica 2). Odredba je načinjena prema nalazima ove vrste u badenskim naslagama susjednih dijelova Panonskog bazenskog sustava. Daljnjim terenskim istraživanjem postoji mogućnost nalaženja novih primjeraka i/ili fragmenata pteropoda ove vrste i/ili roda, čiji bi nalazi upotpunili i poboljšali biostatističke metode.

### 3.3. Primjena biostatističkih metoda na primjeru roda *Limacina*

Kućice recentnog kozmopolitkog roda *Limacina* su prema opisima (npr. Zorn, 1991; Janssen, 2003) spiralno savijene s povišenom, rjeđe plosnatom spirom (zavojnicom), a neke imaju i udubljeni (konkavni) vrh. Zavoji su loptasti. Pupak može biti raznih širina ili nije uvijek prisutan. Kućica nije ornamentirana, dok ušće može biti odebljalo ili prošireno. Primjerci *Limacina* često se nalaze kao piritizirane kamene jezgre, što je slučaj i s primjercima prikupljenima na lokalitetu Marija Bistrica. Elementi koji se inače primjenjuju u odredbi su odnos visine i širine kućice ( $V/\bar{S}$  odnos), broj zavoja i oblik zavojnica (planispiralna, trohospiralna). U badenskim naslagama Panonskog bazenskog sustava i susjednim područjima zajedno su pronađene dvije vrste, *L. gramensis* i *L. valvatina*. U slučaju da je morfologija kućice vrlo slična, za odredbu tih vrsta primjenjuje se umjetna granica prema  $V/\bar{S}$  odnosu: ako je vrijednost manja od 110 primjerci pripadaju vrsti *L. valvatina*, i obratno *L. gramensis* (npr. Janssen i Zorn, 1993). U primjeru prikazanom u ovom radu zabilježene su obje vrste u badenskim naslagama sjeveroistočnog dijela Medvednice. Elementi i alati biostatistike su sljedeći (tablica 3 i 4): visina kućice ( $V$ , u mm), najveća širina kućice ( $\bar{S}$ , u mm),  $V/\bar{S}$  odnos, apikalni kut ( $\alpha$ , u  $^\circ$ ), minimalna i maksimalna vrijednost raspona mjerenih podataka ( $V$ ,  $\bar{S}$  i  $\alpha$ ), aritmetička sredina ( $\bar{x}$ ), standardna devijacija, medijan i koeficijent korelacije ( $r$ ), a međusobni odnosi mjerenih elemenata kućice prikazani su na slikama 7, 8, 9 i 10.

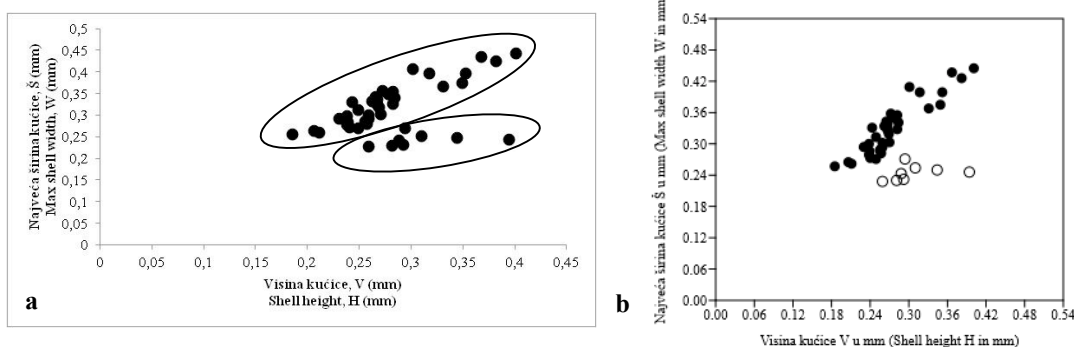
	Visina kućice $V$ (H), mm	Širina kućice $\bar{S}$ (W), mm	$V/\bar{S}$ (H/W)	Apikalni kut (apical angle), $\alpha$ ( $^\circ$ )
N	8	8	8	8
Min	0,259	0,228	1,085	44
Max	0,394	0,271	1,602	80
$\bar{x}$	0,30775	0,24425	1,2606	60,125
$\sigma$	0,04255668	0,01446918	0,1626073	121,354
Medijan	0,293	0,2445	1,221	61,5
$r$	0,3			

**Tablica 3:** Statističke vrijednosti *Limacina gramensis* izračunate u programu PAST (N – broj primjeraka)  
**Table 3:** Statistical values of *Limacina gramensis* calculated in PAST program (N – number of specimens)

	Visina kućice V (H), mm	Širina kućice Š (W), mm	V/Š (H/W)	Apikalni kut (apical angle), $\alpha$ (°)
N	35	35	35	35
Min	0,185	0,257	0,72	88
Max	0,401	0,445	0,931	158
$\bar{x}$	0,2746571	0,3296571	0,8326286	114
$\sigma$	0,04898916	0,05195923	0,05762867	1,5798
Medijan	0,265	0,326	0,836	114
r	0,9			

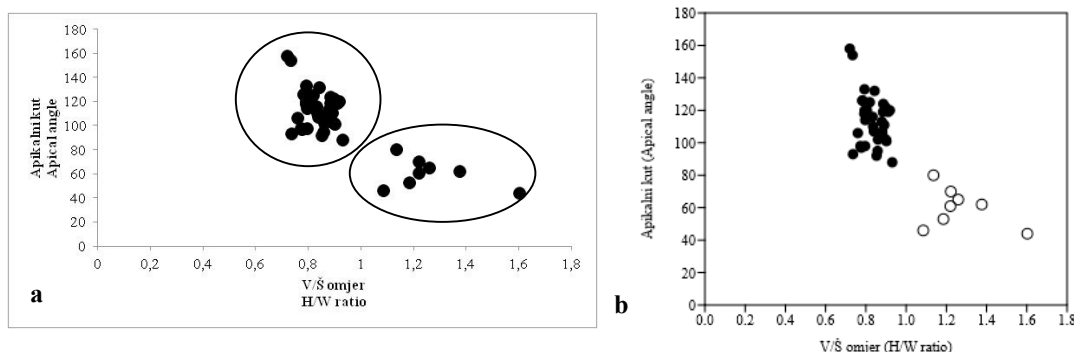
**Tablica 4:** Statističke vrijednosti *Limacina valvatina* izračunate u programu PAST (N – broj primjeraka)

**Table 4:** Statistical values of *Limacina valvatina* calculated in PAST program (N – number of specimens)



**Slika 7:** Odnos visine i širine kućice (V/Š) primjeraka *Limacina* s obilježenim odvajanjem dvije vrste rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST (crni krug: *L. valvatina*, bijeli krug: *L. gramensis*)

**Figure 7:** Height-width ratio (H/W) of *Limacina* with marked differentiation of two species after (a) MS Excel and (b) PAST program (black dot: *L. valvatina*, white dot: *L. gramensis*)

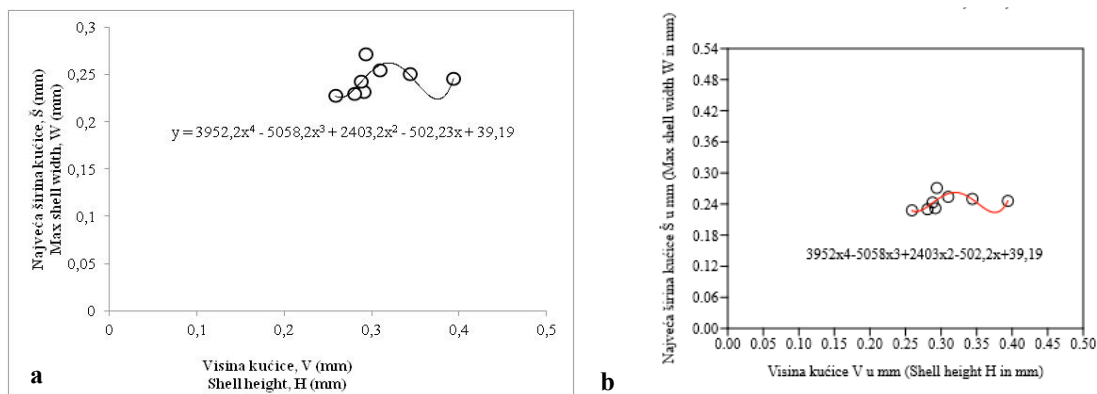


**Slika 8:** Odnos omjera V/Š i apikalnog kuta kućice primjeraka *Limacina* s obilježenim odvajanjem dvije vrste rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST (crni krug: *L. valvatina*, bijeli krug: *L. gramensis*)

**Figure 8:** H/W ratio and apical angle values of *Limacina* with marked differentiation of two species after (a) MS Excel and (b) PAST program (black dot: *L. valvatina*, white dot: *L. gramensis*)

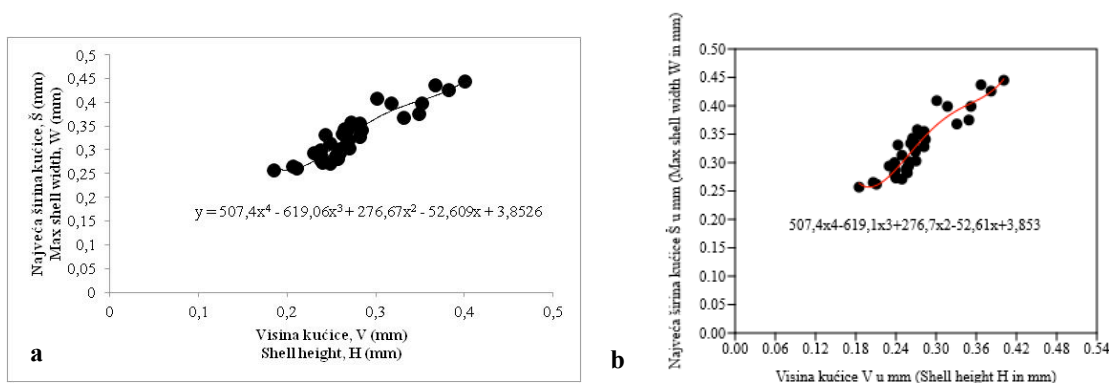
Prema razlikama u morfologiji kućice izdvojeni su primjerci dvije vrste, *L. gramensis* (Rasmussen) i *L. valvatina* (Reuss), a statističkim alatima je napravljena potvrda. Zajedno su analizirani isti mjereni elementi (slike 7 i 8) i na dobivenim grafovima vidi se izdvajanje vrsta *L. gramensis* i *L. valvatina*.

Ako se vrste analiziraju zasebno, na slici 9 se vidi izdvajanje jednog primjerka *Limacina gramensis*, dok na slici 10 kod *Limacina valvatina* nema većih odstupanja od krivulje polinoma 4. stupnja. Također, korelacijski koeficijent pokazuje jaku korelaciju *L. valvatina* primjeraka, dok je za *L. gramensis* korelacija slaba (tablice 3 i 4).



**Slika 9:** Odnos visine i širine kućice primjeraka *Limacina gramensis* s polinomom 4. stupnja rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST

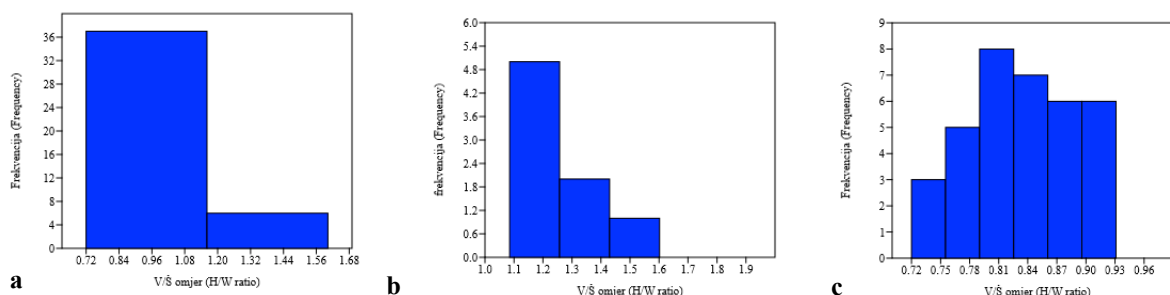
**Figure 9:** Shell height and width ratio of *Limacina gramensis* with 4th order polynom after (a) MS Excel and (b) PAST program



**Slika 10:** Odnos visine i širine kućice primjeraka *Limacina valvatina* s polinomom 4. stupnja rađeno u (a) MS Excel i (b) programu PAST

**Figure 10:** Shell height and width ratio of *Limacina valvatina* with 4th order polynom after (a) MS Excel and (b) PAST program

Na **slici 11** prikazana je frekvencija omjera visine i širine kućice ( $\dot{S}/V$  odnos) mjenjenih *Limacina*. Prema dobivenim frekvencijama vidi se također odvajanje, što je u skladu s primjenom umjetne granice  $\dot{S}/V = 110$ . Jedan primjerak ima nešto manji odnos od 110 (**slika 11b**), ali je određen kao *L. gramensis* prema morfološkim osobinama kućice.



**Slika 11:** Frekvencija  $V/\dot{S}$  odnosa među (a) mjenjenim primjercima *Limacina*, (b) *Limacina gramensis*, (c) *Limacina valvatina*

**Figure 11:** Frequency of H/W ration in (a) *Limacina* specimens, (b) *Limacina gramensis*, (c) *Limacina valvatina*

#### 4. Rasprava i zaključak

Fosilne pteropode iz srednjomiocenskih, badenskih naslaga Medvednice spominju **Gorjanović-Kramberger (1908)**, **Kochansky (1944)**, **Basch (1983)** i **Avanić i sur. (1995)**. Najrasprostranjenija vrsta je *Vaginella austriaca*, a nalazi se u tzv. "pteropodnim laporima". Iz središnjeg dijela Medvednice **Kochansky (1944)** i **Basch (1983)** navode rjeđe nalaze vrste *Clio pedemontana*. Nalazi limacinida i vrste *Clio fallauxi* nisu do sada zabilježeni u srednjomiocenskim naslagama Medvednice, a detaljnije su opisani u **Bošnjak i sur. (predano u tisak, 2016)**.

U badenskim naslagama srednjo- i istočnoeuropskih prostora Panonskog bazenskog sustava brojni su nalazi pteropoda (npr. **Janssen, 1984; Zorn, 1991, 1995, 1999; Bohn-Havas i Zorn, 1993, 1994; Bohn-Havas i sur., 2004**), uključujući i ovdje opisane vrste *V. austriaca*, *C. fallauxi*, *L. gramensis* i *L. valvatina*. Nalaz *C. fallauxi* obilježava stariji badenski pteropodni događaj i prati srednjomiocensku transgresiju u području Panonskog bazenskog sustava. U gornjem badenu poznat je "Limacina horizont", tj. pteropodni događaj koji prati gronjobadensku morsku transgresiju. Tako učestalost nalaza pteropoda pruža mogućnost proširenja spoznaja o vremenu značajnijih morskih transgresija u badenu i migracijskim putevima faune u nekadašnjem Paratetisu i šire.

Danas su holoplanktonski puževi rasprostranjeni duž svih klimatskih pojaseva, ovisno o temperaturi, salinitetu, kisiku, hrani i dr. Velika raznolikost vrsta je u tropskim područjima, a u polarnim vodama žive dvije vrste, *Limacina helicina* i *L. retroversa* (**Herman, 1998; Lischka i Riebesell, 2012; Janssen i Peijnenburg, 2014**). Recentni pteropodi smatraju se izvrsnim bioindikatorima zakiseljavanja oceana. Porastom udjela CO<sub>2</sub> mijenja se karbonatni sastav vode i dolazi do smanjenja koncentracije karbonatnih iona. Budući da su im kućice od aragonita, osjetljivi su na promjene pH vrijednosti vode, što se odražava na metabolizmu organizma, rastu kućice i u konačnici gubitku same kućice, osobito kod vrsta koje žive u polarnim morima (npr. **Lischka i Riebesell, 2012; Wall-Palmer i sur., 2012**).

Fosilni i recentni pteropodi imaju široki raspon morfoloških varijacija i izgleda kućice. Anatomija recentnih holoplanktonskih puževa nije potpuno poznata, pa postoji dosta nepoznanica, npr. o njihovoj taksonomiji, genetici, kretanju populacija i ekologiji. Taksonomija recentnih puževa uglavnom je određena na temelju morfologije kućice, a veliki doprinos ima i poznavanje fosilnih pteropoda (npr. **Burridge i sur., 2015; Wall-Palmer i sur., 2016**). Problem u primjeni biostatistike za odredbu fosilnih pteropoda predstavlja njihovo loše i nepotpuno očuvanje. Kako je ovdje navedeno, najčešće nedostaju početni dijelovi kućice, protokonh (larvalne kućice), koje su bitne za odredbu vrste. Također se često nalaze i primjerci bez očuvanog aperturalnog dijela. Stoga se mjerenjem ne dobivaju vrijednosti cjelovite kućice. Uz to, kod nepotpuno sačuvanih primjeraka, apikalni kut (npr. *Vaginella*, *Clio*) je projiciran. Biostatistika u odredbi vrste ili roda mora se voditi morfološkim karakteristikama cjelovite kućice, jer dio mjerenih vrijednosti može odražavati nepotpune ili krive podatke, te time nedovoljne za odredbu samo na temelju mjerenja. Poznavanje morfologije kućica i primjene biostatističkih metoda u odredbi vrsta doprinosi paleoekološkim istraživanjima. Modernim znantsvenim istraživanjima na recentnim pteropodima i njihovom korelacijom s fosilnim vrstama dolazi se do važnih rezultata u sistematici, biogeografiji i biostratigrafiji.

#### 5. Popis literature

- Avanić, R., Pavelić, D., Brkić, M., Miknić, M., Šimunić, A. (1995): Lapor i biokalkareniti Vejalnice. U: K. Šikić (ur.): Geološki vodič Medvednice. – Institute of Geology, Zagreb, INA-Industrija nafte, d.d., Zagreb, 159-164, 199 p.
- Basch, O. (1983): Osnovna geološka karta SFRJ 1:100000. Tumač za list Ivanić-Grad. Geološki zavod, Zagreb (1980), Savezni geološki zavod, Beograd, 66 str.
- Bednaršek, N., Tarling, G., Bakker, D., Fielding, S., Cohen, A., Kuzirian, A., McCorkle, D., Lézé, B., Montagna, R. (2012): Description and quantification of pteropod shell dissolution: a sensitive bioindicator of ocean acidification. *Global Change Biology*, 18, 2378-2388.
- Bluman, A.G. (2001): *Elementary Statistics: A step by step approach* (fourth edition). McGraw-Hill, New York, 757 str.
- Bohn-Havas, M., Zorn, I. (1993): Biostratigraphic studies on planktonic gastropods from the Tertiary of the Central Paratethys. *Scripta Geologica, Spec. Issue 2*, 57-66.
- Bohn-Havas, M., Zorn, I. (1994): Biostratigraphische Studien über planktonische Gastropoden im Mittel-Miozän von Österreich und Ungarn. *Jubiläumsschrift 20 Jahre Geologische Zusammenarbeit Österreich-Ungarn*, 2, 73-85.
- Bohn-Havas, M., Lantos, M., Selmeczi, I. (2004): Biostratigraphic studies and correlation of Tertiary planktonic gastropods (pteropods) from Hungary. *Acta Palaeontologica Romaniaae*, 4, 37-43.

- Bošnjak, M., Sremac, J., Vrsaljko, D., Aščić, Š., Bosak, L. (predano u tisak/submitted, 2016): Miocene "Pteropod event" in the SW part of the Central Paratethys (Medvednica Mt., northern Croatia).
- Burridge, A.K., Goetze, E., Raes, N., Huisman, J., Peijnenburg, K.T.C.A. (2015): Global biogeography and evolution of *Cuvierina* pteropods. *Evolutionary Biology*, 15, 39.
- Cahuzac, B., Janssen, A.W. (2010): Eocene to Miocene holoplanktonic Mollusca (Gastropoda) of the Aquitaine Basin, southwest France. *Scripta Geologica*, 141, 1-193.
- Corse, E., Rampal, J., Cuoc, C., Pech, N., Perez, Y., Gilles, A. (2013): Phylogenetic Analysis of Thecosomata Blainville, 1824 (Holoplanktonic Opisthobranchia) Using Morphological and Molecular Data. *PLoS ONE*, 8, 4, e59439.
- Gorjanović-Kramberger, D. (1908): Geologijaska prijedlogna karta Kraljevine Hrvatske-Slavonije. Tumač geologijaskoj karti Zagreb (zona 22, col. XIV) (*Geologische Übersichtskarte des Königreiches Kroatien-Slavonien. Erläuterungen zur geologischen Karte von Agram, Zone 22, Col XIV*). Nakl. Kralj. zemalj. vlade, Odjel za unut. poslove, Zagreb, 75 str.
- Hammer, Ø., Harper, D.A.T., P. D. Ryan, (2001): PAST: Paleontological Statistics Software Package for Education and Data Analysis. *Palaeontologia Electronica*, 4, 1, 9 str.
- Hammer, Ø. (2016): PAST PAleontological STatistics Reference manual. 250 p. <http://folk.uio.no/ohammer/past/past3manual.pdf>
- Herman, Y. (1998): Pteropods. U: Haq, B.U. and Boersma, A. (ur.): Introduction to marine micropaleontology. – Elsevier Science, 151-159, 376 str.
- Janssen, A.W. (1984): Type specimens of pteropod species (Mollusca, Gastropoda) described by Rolle (1861), Reuss (1867) and Kittl (1886), kept in the collection of the Naturhistorisches Museum at Vienna. *Meded. Werkgr. Tert. Kwart. Geol.*, 21, 2, 61-91.
- Janssen, A.W. (2003): Notes on the systematics, morphology and biostratigraphy of fossil holoplanktonic Mollusca, 13. Considerations on a subdivision of Thecosomata, with the emphasis on genus group classification of Limacinidae. *Cainozoic Research*, 2, 1-2 (2002), 163-170.
- Janssen, A.W., Zorn, I. (1993): Revision of Middle Miocene holoplanktonic gastropods from Poland, published by the late Wilhelm Krach. *Scripta Geologica, Special Issue 2*, 155-236.
- Janssen, A.W., Little, C.T.S. (2010): Holoplanktonic Gastropoda (Mollusca) from the Miocene of Cyprus: systematics and biostratigraphy. *Palaeontology*, 53, 5, 1111-1145.
- Janssen, A.W., Peijnenburg, K.T.C.A. (2014): Holoplanktonic Mollusca: Development in the Mediterranean Basin During the Last 30 Million Years and Their Future. U: Goffredo, S., Dubinsky, Z. (ur.): The Mediterranean Sea: Its history and present challenges. – Springer Science+Business Media, 341-362, 678 str.
- Jennings, R.M., Bucklin, A., Ossenbrügger, H., Hopcroft, R.R. (2010): Species diversity of planktonic gastropods (Pteropoda and Heteropoda) from six ocean regions based on DNA barcode analysis. *Deep-Sea Research*, II, 57, 2199-2210.
- Kochansky, V. (1944): Fauna marinskog miocena južnog pobočja Medvednice (Zagrebačke gore) (*Miozäne marine Fauna des südlichen Abhanges der Medvednica, Zagreber Gebirge*). *Geol. vjesnik Hrv. drž. geol. zav. Hrv. drž. geol. muz.*, 2/3, 171-280.
- Kováč, M., Andreyeva-Grigorovich, A., Bajraktarević, Z., Brzobohatý, R., Filipescu, S., Fodor, L., Harzhauser, M., Nagymarosy, A., Oszczytko, N., Pavelić, D., Rögl, F., Saftić, B., Sliva, L., Studencka, B. (2007): Badenian evolution of the Central Paratethys Sea: paleogeography, climate and eustatic sea-level changes. *Geologica Carpathica*, 58, 6, 579-606.
- Lischka, S., Riebesell, U. (2012): Synergistic effects of ocean acidification and warming on overwintering pteropods in the Arctic. *Global Change Biology*, 18, 3517-3528.
- Pavlič, I. (1985): Statistička teorija i primjena (3 izdanje). Tehnička knjiga, Zagreb.
- Rögl, F. (1998): Palaeogeographic Considerations for Mediterranean and Paratethys Seaways (Oligocene to Miocene). *Annalen des Naturhistorischen Museums in Wien*, 99 A, 279-310.
- Wall-Palmer, D., Hart, M.B., Smart, C.W., Sparks, R.S.J., Le Friant, A., Boudon, G., Deplus, C., Komorowski, J. C. (2012): Pteropods from the Caribbean Sea: variations in calcification as an indicator of past ocean carbonate saturation. *Biogeosciences*, 9, 309-315.
- Wall-Palmer, D., Burridge, A.K., Peijnenburg, K.T.C.A. (2016): *Atlanta ariejansseni*, a new species of shelled heteropod from the Southern Subtropical Convergence Zone (Gastropoda, Pterotracheoidea). *ZooKeys*, 604, 13-30.
- Zorn, I. (1991): A systematic account of Tertiary pteropoda (Gastropoda, Euthecosomata) from Austria. *Contr. Tert. Quatern. Geol.*, 28, 4, 95-139.
- Zorn, I. (1995): Planktonische Gastropoden (Euthecosomata und Heteropoda) in der Sammlung Mayer-Eymar im Naturhistorischen Museum in Basel. *Eclogae Geologicae Helvetiae*, 88, 3, 743-759.
- Zorn, I. (1999): Planktonic gastropods (pteropods) from the Miocene of the Carpathian Foredeep and the Ždánice Unit in Moravia (Czech Republic). *Abhandlungen der Geologischen Bundesanstalt*, 56, 2, 723-738.

## Abstract in English

### Biostatistic determination of planktonic gastropods fossil species

Application of biostatistic is often indispensable procedure in the precise determination of various molluscs taxa within the paleontological record and the "diagnostic key" of the paleontologic species, and specific morphometric

characteristics and correlation with recent, extant relatives. Group of gastropods known as Pteropoda adapted to a planktonic way of life in marine environments by transforming the foot into the wings used for swimming. Pteropods are systematically divided into two orders; Thecosomata or "sea butterflies", and Gymnosomata or "sea angels". Representatives of order Thecosomata are commonly visible in the fossil record due to their aragonitic shells. Recent pteropods represent important ecological indicator, especially some species of genus *Limacina*, which are today used in the ocean acidification studies. Numerous fossil pteropods are recorded in the Middle Miocene deposits of the Paratethys area, coinciding with the timing of the Badenian marine transgressions. Genera *Limacina*, *Vaginella* and *Clio* represent most numerous taxa found in the Badenian deposits of the Paratethys, as well in the Croatian part of the Pannonian Basin System (wider Zagreb area, Medvednica Mt.). Among the mentioned genera some species are determined by biostatistics methods, due to the shared details of the shell morphologies and poor fossil preservation. Based on the example of the Badenian pteropods found on the Medvednica Mt., authors apply mathematical methods in determining *Vaginella*, *Clio* and *Limacina* species. Fossil *Vaginella* species have conical shells of similar shape, and recognizing different species of this genus is difficult. Thus, *Vaginella* species are determined based on the intraspecific differences in apical angle range. *Vaginella* specimens collected from the central part of the Medvednica Mt. show high correlation coefficient, and are determined as *Vaginella austriaca* Kittl. Genus *Clio* includes several species, and *C. pedemontana* and *C. fallauxi* are characterized by the similar shell structure. In this case, apical angle of the shell is used as an important distinguishing criterion. Moreover, additional geometric shell measurements can be used for the species determination. So far, genus *Clio* represents rare taxon in the Middle Miocene deposits of the Medvednica Mt. Recorded casts from the central part are determined as *Clio fallauxi* (Kittl). Unlike *Vaginella* and *Clio*, *Limacina* species have spiral shells. Collected limacinid specimens from the northeastern part of the Medvednica Mt. show high correlation coefficient, and two species are distinguished: *Limacina gramensis* (Rasmussen) and *Limacina valvatina* (Reuss). They show some differences in shell morphology, and biostatistics confirmed the abovementioned determination. *Limacina gramensis* and *L. valvatina* can be sometimes difficult to determine due to the great similarity in shell morphology, and artificial boundary based on the shell height/width-ratio is applied. Besides that, other shell elements are measured, and biostatistic methods contribute in the species differentiation of abovementioned and other *Limacina* species. Pteropods are widely distributed in the Badenian deposits of the Pannonian Basin System, including here described *Vaginella austriaca*, *Clio fallauxi*, *Limacina gramensis* and *Limacina valvatina*. Record of *C. fallauxi* marks the older Badenian pteropod event, and follows the Middle Miocene marine transgression in the area of the Pannonian Basin System. Pteropod event which follows the late Badenian marine transgression is known as "*Limacina* horizon". Due to the frequency of pteropods in the Pannonian Basin System deposits, we are able to make more detailed reconstructions on the faunal migration routes, and get more insight into the timing of the significant marine transgressions during Badenian. Fossil and recent pteropods show wide variety of shell morphology. During the application of biostatistics in determining the fossil pteropod taxa, problem occurs if the fossil record is poorly preserved and incomplete. Biostatistics differentiation of the species enables paleoenvironmental studies, comparing the environment of the extant pteropod species with the fossil ones. Modern studies of recent pteropods, in correlation with the fossil representatives, contribute to the knowledge in systematics, biogeography and biostratigraphy.

### Key words

Biostatistics, Pteropoda, Badenian, Paratethys, northern Croatia.



# Statistička obrada troškova odvajanja pridobivene slojne vode iz pješčenjačkih ležišta Savske depresije

Izvorni znanstveni rad

Josip Ivšinić<sup>1</sup><sup>1</sup>INA d.d., Trg G. Szabe 1, 44310 Novska, HR;

## Sažetak

Slojna voda se pridobiva tijekom radnog vijeka ležišta ugljikovodika zajedno s naftom i/ili plinom, uglavnom predstavljajući dominantan fluid iscrpka. Određuje mnoga geološka i naftno-inženjerska svojstva u tom prostoru. U radu je obrađeno polje nazvano A u podmakloj fazi eksploatacije, a nalazi se u zapadnom dijelu Savske depresije. Troškovi odvajanja, uz utiskivanje slojne vode, predstavljaju kod naftno-plinskih polja u podmaklom razdoblju pridobivanja značajnu komponentu ukupnih troškova. To u određenom trenutku može biti presudno za izračun točke pokrića i za poslovnu odluku o nastavku eksploatacije ugljikovodika na takvim poljima. U radu su statistički obrađeni podatci prikupljeni u razdoblju od 2009. do 2015. godine za naftno-plinsko polje A. Prikupljeni podatci su statistički obrađeni te je napravljena analiza osjetljivosti troškova koji u ukupnome trošku imaju najveći udio. Rezultat proračuna ukazuje kako je takva analiza i statistička obrada troškova odvajanja slojne vode uvod u racionalizaciju i optimizaciju utisno-vodnog sustava.

## Ključne riječi

Ekonomika slojne vode, statistička obrada podataka, analiza osjetljivosti, Savska depresija

## 1. Uvod

Slojna voda se proizvodi tijekom radnog vijeka ležišta ugljikovodika zajedno s naftom i/ili plinom. Slojna voda odvaja se u procesu dehidracije, a riječ je o slobodnoj i vezanoj vodi u nafti ili kapljicama vode u struji plina. U svijetu se proizvede oko 39 500 000 m<sup>3</sup>/dan slojne vode u usporedbi s proizvodnjom nafte od oko 12 600 000 m<sup>3</sup>/dan (**Fakhrul-Razi et al., 2009**). Odnos proizvedene slojne vode i nafte je 3:1, a prosječni udio vode u kapljevinu je 70 % (**Fakhrul-Razi et al., 2009**). U ovom radu obradit će se troškovi odvajanja pridobivene slojne vode na naftno-plinskom polju A koje se nalazi u zapadnom dijelu Savske depresije, a radi se o naftno-plinskom polju u podmakloj fazi eksploatacije. Statistički će se obraditi podatci prikupljeni u razdoblju od 2009. do 2015. godine. Za troškove s najvećim udjelom u ukupnom trošku napraviti će se analiza osjetljivosti. Kvalitetna analiza troškova može pridonijeti kvalitetnijem, racionalnijem i optimalnijem upravljanju sustavom odvajanja slojne vode.

## 2. Geološke karakteristike naftno-plinskog polja A

Naftno-plinsko polje A je smješteno u Hrvatskom dijelu Panonskog bazenskog sustava, tj. u zapadnom dijelu Savske depresije, **slika 1**.

\*Corresponding author: Josip Ivšinić  
Josip.Ivsinovic@ina.hr

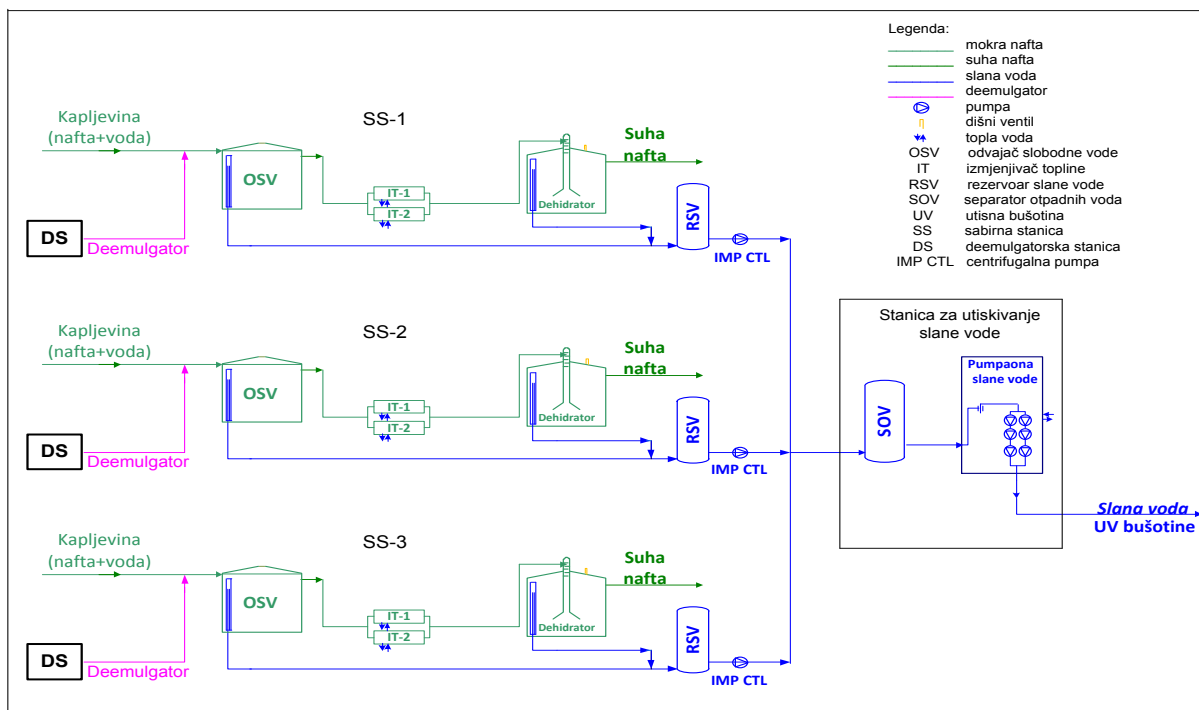


Slika 1. Depresije smještene unutar hrvatskog dijela Panonskog bazena (iz Velić et al., 2015)

Ležišne stijene naftno-plinskog polja A su sitno do srednje zrnasti pijesci i kvarcno tinčasti pješčenjaci donjo pontske starosti. Proslojene su laporom i pjeskovitim laporom. Ležišta su tektonski ili tektonski i litološki ekranizirana. Utvrđene su sljedeće kronostratigrafske jedinice: srednji miocen, gornji miocen (donji panon, gornji panon, donji pont i gornji pont), pliocen (dacij i romanij), pleistocen i holocen. Srednja šupljikavost na polju je 15-35 % ovisno o dubini i postotku cementacije. Propusnost je u rasponu od 2 do 200 mD ( $2 \text{ do } 200 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ ). Srednja efektivna debljina je 6 m.

### 3. Proces odvajanja slojne vode na naftno-plinskom polju A

Prikupljanje kapljevine na naftno-plinskom polju A obavlja se na tri sabirne stanice, proces dehidracije se obavlja na samim sabirnim stanicama, a odvojena slojna voda se iz pumpaone slojne vode distribuira prema utisnim mjestima (bušotinama). Tehnološki proces odvajanja i pripreme slojne vode za utiskivanje na naftno-plinskom polju A je prikazan na slici 2.

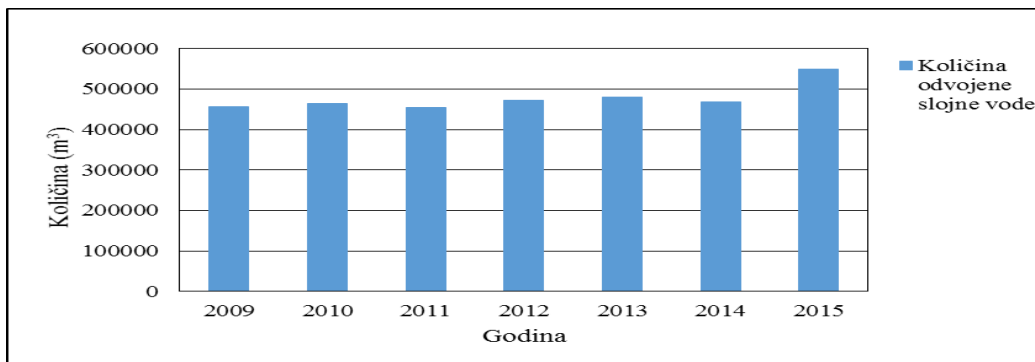


Slika 2. Tehnološki proces odvajanja i prikupljanja slojne vode na naftno-plinskom polju A (iz Ivšinić i Dekanić, 2015)

Prije ulaska u odvajač slobodne vode, u ulaznu kapljevину se dodaje deemulgator iz deemulgatorske stanice, s ciljem razbijanja emulzije nafte i slojne vode. U odvajaču slobodne vode se odvaja oko 95 % slojne vode i ta se odvojena voda prelijeva u rezervoar slane vode. Emulzija vode i nafte se usmjerava prema izmjenjivačima topline, gdje se emulzija zagrijava 40-45 °C pri čemu je protok protustrujan kroz cijevni snop. Zagrijavanjem kapljevine u izmjenjivaču topline poboljšava se djelotvornost deemulgatora čime se pospješuje odvajanje vezane vode u dehidratoru. Nakon što se zagrije, kapljevina ulazi u dehidrator, gdje dolazi do odvajanja vezane vode. Nakon završetka procesa dehidracije iz kapljevine se odvoji preko 99 % slojne vode. Kontrolom udjela vode u nafti (do 1%) ocjenjuje se stupanj uspješnosti dehidracije na sabirnoj stanici.

#### 4. Troškovi odvajanja slojne vode

Količina odvojene slojne vode za razdoblje od 2009. do 2015. godine je prikazano na **slici 3**.



**Slika 3.** Odvojena slojna voda na naftno-plinskom polju A za razdoblje od 2009. do 2015. godine

Iz **slike 3** vidljiv je porast pridobivih količina slojne vode, što je posljedica dodatne optimizacije rada bušotina na promatranom naftno-plinskom polju A. Kako bi se izračunao ukupni jedinični trošak, potrebni su podaci o cijeni energenata (električne energije i prirodnog plina) koji su prikazani u **tablici 1**.

**Tablica 1.** Cijena energenata za industriju za razdoblje od 2009. do 2015. godine

Godina	Električna energija (kn/kWh)	Prirodni plin (kn/m <sup>3</sup> )
2009.	0,55-0,56	2,43
2010.	0,57-0,58	3,60
2011.	0,57	3,99
2012.	0,57-0,60	4,47
2013.	0,58-0,61	4,35
2014.	0,56-0,59	4,05
2015.	0,67-0,68	3,77

Izvori: Energetski preglednik za 2014. godinu, Sektorske analize EIZ, 2015.

Podatci iz slike 1 i tablice 1 su korišteni pri proračunu jedinične cijene odvajanja slojne vode prema metodologiji autora **Ivšinić i Dekanić** iz 2015. godine. Izračunati troškovi odvajanja slojne vode za naftno-plinsko polje A prikazani su u **tablici 2**.

**Tablica 2.** Jedinični troškovi odvajanja slojne vode u procesu dehidracije na naftno-plinskom polju A

Opis:	Jedinična cijena (HRK/m <sup>3</sup> )						
	2009.	2010.	2011.	2012.	2013.	2014.	2015.
Održavanje kotlovnice i deemulgatorske stanice	0,09	0,08	0,05	0,04	0,04	0,02	0,03
Održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda	0,95	0,93	0,97	0,93	0,92	0,76	0,02
Energenti	1,54	2,24	0,64	0,69	0,66	0,63	0,56
Kemikalije	0,56	0,61	0,41	0,50	0,53	0,63	0,33
Trošak zaposlenika i amortizacija	0,13	0,13	0,06	0,07	0,07	0,07	0,06
<b>Ukupno:</b>	<b>3,26</b>	<b>3,99</b>	<b>2,13</b>	<b>2,23</b>	<b>2,22</b>	<b>2,11</b>	<b>1,00</b>

Prema **tablici 2** troškovi s najvećim udjelom u troškovima odvajanja slojne vode su: održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda, energenti i kemikalije. Prethodno navedeni troškovi će se analizirati u sljedećim poglavljima.

## 5. Statistička obrada podataka

Aritmetička sredina ( $x_{sred}$ ) je nepristrani procjenitelj očekivanja slučajne varijable, dok je nepristrani procjenitelj varijance korigirana varijanca ( $s^2$ ) koji se računa po sljedećem izrazu (**Pfaff, 2012**):

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \sigma. \quad (1)$$

Razlika između  $s$  i  $\sigma$  kod velikih uzoraka je relativno mala, dok kod malih uzoraka nije zanemariva. Statistički izračunati parametri troškova odvajanja slojne vode prikazani su u **tablici 3**.

**Tablica 3.** Statistički izračunati parametri troškova odvajanja slojne vode

Opis:	$n$	$min$	$max$	$x_{sred}$	$\sigma$	$s$
Održavanje kotlovnice i deemulgatorske stanice	7	0,02	0,09	0,05	0,03	0,03
Održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda	7	0,02	0,97	0,78	0,34	0,37
Energenti	7	0,56	2,24	0,99	0,65	0,70
Kemikalije	7	0,33	0,63	0,51	0,11	0,12
Trošak zaposlenika i amortizacija	7	0,06	0,13	0,08	0,03	0,03
Ukupni trošak odvajanja slojne vode	7	1,00	3,99	2,42	0,95	1,03

Normalna (Gaussova) razdioba najpoznatija je, i u prirodi najčešće zastupljena, funkcija razdiobe (**Malvić i Medunić, 2015**). Kako bi se izračunala intervalna procjena očekivanja, uvjet za izračun je postojanje normalne distribuiranosti podataka. Shapiro-Wilkov (S-W) test je najčešći test za testiranje normalne distribuiranosti podataka, a u **tablici 2** su prikazani rezultati testiranja troškova odvajanja slojne vode.

**Tablica 4.** Testiranje troškova odvajanja slojne vode na postojanje normalne razdiobe

Opis:	S-W (p)	Prihvatanje hipoteze
Održavanje kotlovnice i deemulgatorske stanice	0,365	Da
Održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda	0,000	Ne
Energenti	0,004	Ne
Kemikalije	0,629	Da
Trošak zaposlenika i amortizacija	0,004	Ne
Ukupni trošak odvajanja slojne vode	0,396	Da

Sukladno podacima iz **tablice 4**, za troškove koji imaju normalnu distribuciju napraviti će se intervalna procjena očekivanja s pouzdanosti 0,95, dok će se troškovi koji nemaju normalnu distribuciju prikazati sa srednjom vrijednošću i pripadajućom korigiranom standardnom devijacijom.

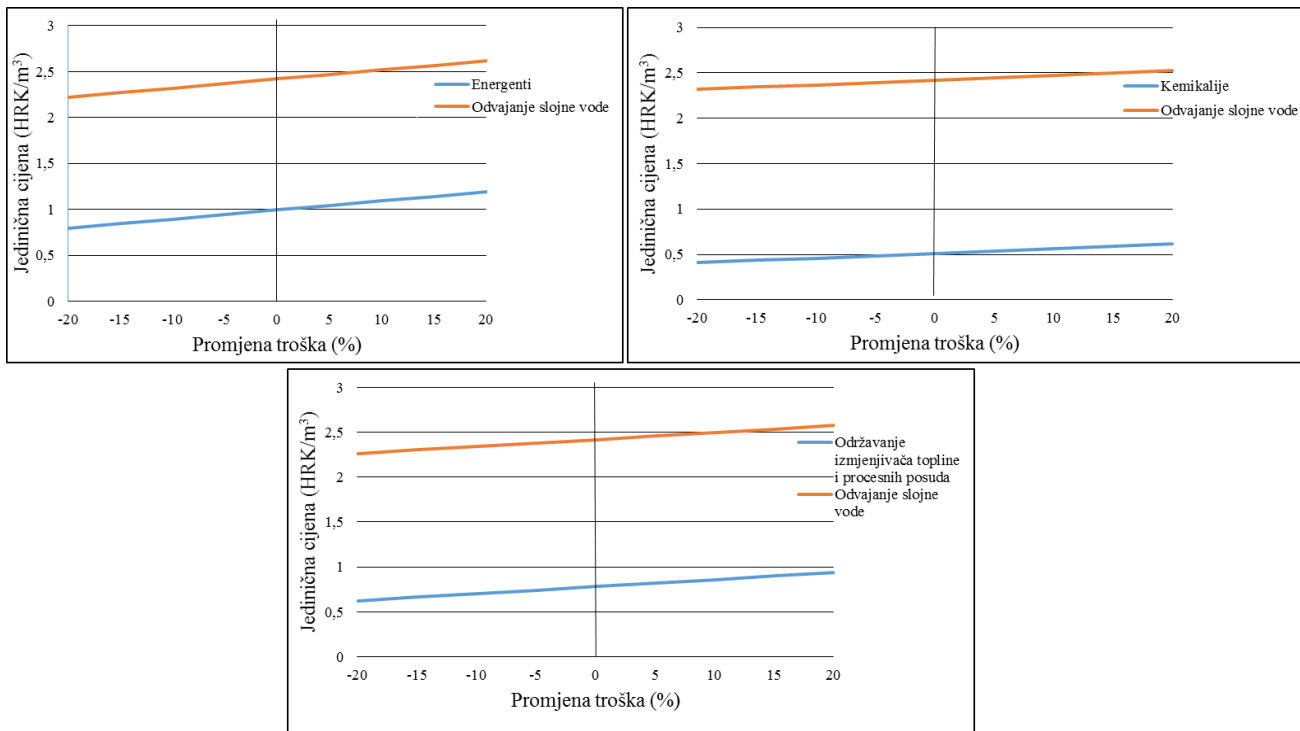
**Tablica 5.** Procjena troškova odvajanja slojne vode

Opis:	$\langle x_{sred} - Z \frac{s}{\sqrt{n}}, x_{sred} + Z \frac{s}{\sqrt{n}} \rangle$
Održavanje kotlovnice i deemulgatorske stanice	$\langle 0,026 ; 0,074 \rangle$
Kemikalije	$\langle 0,410 ; 0,610 \rangle$
Ukupni trošak odvajanja slojne vode	$\langle 1,539 ; 3,301 \rangle$
Opis:	$x_{sred} \pm s$
Održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda	$0,78 \pm 0,37$
Trošak zaposlenika i amortizacija	$0,08 \pm 0,3$
Energenti	$0,51 \pm 0,12$

Procijenjeni troškovi iz **tablice 5** služe za analizu troškova sustava odvajanja te moguću optimizaciju i racionalizaciju sustava odvajanja slojne vode. Troškovi koji imaju najveći udio u ukupnom trošku odvajanja slojne vode na polju A će se dodatno obraditi u sljedećem poglavlju u analizi osjetljivosti troškova.

## 6. Analiza osjetljivosti troškova

Analiza osjetljivosti se provodi u svrhu određivanja koliko promjena ulazne varijable utječe pozitivno ili negativno na izlazni rezultat ukupnog promatranog troška. Odabiru se kritični parametri troška te se na njima vrši analiza osjetljivosti. Interval mogućih vrijednosti kritičnih parametra definira se kao  $\pm 10\text{--}20\%$  od početne vrijednosti kritičnog parametra (Bendeković et al., 2007). Kritični parametri u troškovima odvajanja slojne vode prema **tablici 3** za polje A su troškovi: održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda, energenata i kemikalija. Ovisnost promjene glavnih troškova unutar ukupnog troška odvajanja slojne vode je prikazano na **slici 4** za polje A.



**Slika 4.** Utjecaj promjene troškova održavanja izmjenjivača topline i procesnih posuda, energenata i kemikalija na ukupni trošak odvajanja slojne vode u polju A

U analizi osjetljivosti za naftno-plinsko polje A uzete su sljedeće srednje vrijednosti promatranih parametara: energenata  $0,99 \text{ HRK/m}^3$ , kemikalija  $0,51 \text{ HRK/m}^3$  i održavanja izmjenjivača topline i procesnih posuda  $0,78 \text{ HRK/m}^3$ . Promjene ukupnog troška utiskivanja slojne vode za promjene troška od  $\pm 5\%$  i  $\pm 20\%$  (slika 4) za prethodno nabrojane parametre su sljedeće: energenata ( $2,00\%$  i  $8,20\%$ ), kemikalija ( $1,05\%$  i  $4,20\%$ ) i održavanja izmjenjivača topline i procesnih posuda ( $1,61\%$  i  $6,46\%$ ). Iz analize osjetljivosti može se zaključiti kako se moguće uštede u sustavu mogu ostvariti u potrošnji energenata, jer imaju najveći udio u trošku, dok i uštede u ostalim troškovima nisu zanemarive.

## 7. Zaključak

Na naftno-plinskom polju A prosječno se deponira oko  $477\,000 \text{ m}^3$ /godišnje slojne vode. U svakoj od promatranih komponenti troškova obuhvaćaju se kapitalni i operativni troškovi. Ukupni troškovi odvajanja slojne vode su izračunati i iznose od  $1,54 \text{ HRK/m}^3$  do  $3,30 \text{ HRK/m}^3$ . Za promjenu troška od  $\pm 5\%$  i  $\pm 20\%$  promjene troškova su: energenti ( $2,00\%$  i  $8,20\%$ ), kemikalije ( $1,05\%$  i  $4,20\%$ ) i održavanje izmjenjivača topline i procesnih posuda ( $1,61\%$  i  $6,46\%$ ). Statistička analiza i obrada podataka troškova odvajanja slojne vode je vrlo važna pri vođenju procesa odvajanja slojne vode. Dobiva se uvid u stanje troškova i mogući prostor za unaprjeđenje sustava i same ekonomike. Smanjenje troškova dehidracije (održavanje, energenti, kemikalije) može se postići promjenom tehnoloških elemenata procesa. Za promjenu pojedinih elemenata u tehnološkom procesu potrebno je izdvojiti investicijska sredstva, što s trenutačnim cijenama nafte na svjetskom tržištu nije ostvarivo zbog dužeg perioda povrata ulaganja.

## 8. Literatura

Bendeković, J., Bendeković, D., Brozović, T., Jančin, T. & Lasić, V. (2007): Priprema i ocjena investicijskih projekata, FOIP 1974. d.o.o., 442 str.

Fakhru'l-Razi, A., Alireza, P., Luqman Chuah, A., Dayang Radiah, A.B., Sayed Siavash, M. and Zurina Zainal, A. (2009): Review of technologies for oil and gas produced water treatment, Journal of Hazardous Materials 170, 530-551, Elsevier.

Godišnji energetske preglednik: Energija u Hrvatskoj 2014, Ministarstvo gospodarstva, Zagreb, 237 str.

Ivšinić, J. & Dekanić, I. (2015): The Basic of Model for Marginal Testing Of Costs for Disposal of Extracted Formation Water, The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin, 85-100.

Kordej-De Villa, Ž. (2015): Sektorske analize, Ekonomski institut Zagreb, broj 42, 26 str.

Malvić, T. & Medunić, G. (2015): Statistika u geologiji, Rudarsko-geološko-naftni fakultet i Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb, 88 str.

Pfaff, S. (2012): Osnove statistike, Element d.o.o., Zagreb, 144 str.

Velić, J., Malvić, T. & Cvetković, M. (2015): Geologija i istraživanje ležišta ugljikovodika, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 144 str.

### Abstract

Formation water is extracted during the working life of carbohydrate reservoirs along with oil and/or gas, and tends to be the recovery's dominant fluid. It determines numerous geological and oil-engineering characteristics in this area. In this work, the analyzed mature field was named A, and it is situated in the western part of the Sava depression. The separation and formation water injection costs represent a significant part of the total costs when it comes to mature oil and gas fields. This fact can at some point be crucial for the calculation of profitability and the business decision regarding the extraction of carbohydrates at these fields. In this work, the statistical data gathered in the period between 2009 and 2015 regarding the oil and gas field A have been analyzed. The collected data have been statistically processed and there has been made an analysis regarding the cost sensitivity for the costs that have the largest share in the total cost. The estimates demonstrate that this type of analysis and statistical processing of formation water separation is an introduction into the rationalization and optimization of the water injection system.

### Key words:

Economics formation water, statistical data processing, sensitivity analysis, Sava depression

# Korelacijsko, regresijsko i kros-korelacijsko modeliranje vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji



Kristijan Posavec<sup>1</sup>; Silvestar Škudar<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb, Izvanredni profesor, Dr.sc.

<sup>2</sup> Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb, Student diplomskog studija Geološkog inženjerstva

## Sažetak

Korelacija, regresija i kros-korelacija jedne su od najčešće primjenjivanih metoda u modeliranju vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji. Razine podzemne vode u vodonosnim sustavima u interakciji su s ulazima i izlazima sustava, odnosno, oscilacije razina podzemne vode ovise o rubnim uvjetima vodonosnih sustava. Interakcija rubnih uvjeta vodonosnih sustava i razina podzemne vode može biti jača ili slabija, a što nam ukazuje na značaj odnosno dominantnost utjecaja pojedinog rubnog uvjeta na događaje porasta ili pada razine podzemne vode u vodonosnom sustavu. Jačinu veze rubnih uvjeta i razine podzemne vode možemo odrediti primjenom metode korelacije. Interakcija rubnih uvjeta vodonosnih sustava i razina podzemne vode može imati i određenu funkcionalnu ovisnost, a što nam pak omogućuje predviđanje događaja u vodonosnom sustavu na osnovi mjerenja pojedinih rubnih uvjeta. Funkcionalnu ovisnost rubnih uvjeta i razine podzemne vode pak možemo odrediti primjenom metode regresije. Isto tako, interakcija može biti brža ili sporija, što nam pak ukazuje na utjecaj pojedinih rubnih uvjeta na dinamiku podzemnih voda u vodonosnom sustavu, a vrijeme prijenosa tlaka u vodonosnom sustavu možemo odrediti primjenom metode kros-korelacije. Rubni uvjeti vodonosnih sustava kao što su npr. infiltracija iz oborina, napajanje/dreniranje rijeka, jezera i potoka, istjecanje na izvorima, crpljenje/utiskivanje zdenaca ili pak istjecanje/dotjecanje po rubnim granicama vodonosnih sustava, su, kao i razine podzemne vode, vremenski nizovi podataka. S obzirom na cikličnost procesa u prirodi, a koji se u hidrogeologiji mjere jednom hidrološkom godinom, vremenski nizovi podataka u pravilu sadrže od nekoliko stotina do nekoliko tisuća ili pak desetaka tisuća mjerenja. Radi li pak se o nacionalnim bazama vremenskih nizova podataka, broj podataka koji se obrađuje može značajno premašiti navedene brojke te u tim slučajevima možemo govoriti i o milijunima mjerenja koje je potrebno obraditi. Statističke analize se stoga općenito nameću kao neophodne u istraživanju procesa u hidrogeologiji. Iako su metode korelacije, regresije i kros-korelacije dobro poznate i odavna prisutne, termini vezanih uz njih, prvenstveno uz koeficijente koji pak su numerički prikaz rezultata korelacijskih, regresijskih i kros-korelacijskih modela, često se miješaju. Stoga se u radu osim opisa i načina primjene pojedine metode, obrađuju i termini vezani uz njih.

## Ključne riječi

Korelacija, regresija, kros-korelacija, vremenski nizovi podataka, hidrogeologija

## 1. Uvod

Vremenski nizovi podataka u hidrogeologiji odnosno općenito hidrologiji, kao što su npr. mjerenja razina podzemne vode, oborina, vodostaja rijeka, jezera i potoka ili pak istjecanja na izvorima, često se analiziraju primjenom korelacijskih, regresijskih i kros-korelacijskih modela. Ovakve statističke analize vremenskih nizova podataka zapravo su i jedne od prvih hidrogeoloških analiza nakon samog opažanja i mjerenja procesa u prirodi, s obzirom da ne iziskuju značajnija ulaganja u specijalističke, u pravilu komercijalne softvere. Njihova primjena daje nam značajne informacije o samim istraživanim hidrogeološkim odnosno vodonosnim sustavima, tj. o vezi i interakciji samih sustava i njihovih rubnih uvjeta, koji pak predstavljaju sve ulaze i izlaze vodonosnih sustava. Događaji u sustavu, kao što su npr. oscilacije razina podzemne vode, uz značajke samog sustava kao što su pak npr. parametri porodne sredine, dominantno ovise o

Dopisni autor: Kristijan Posavec

*kristijan.posavec@rgn.hr*

odnosno svim ulazima i izlazima u odnosno iz sustava. Stoga razumijevanje veza odnosno interakcija rubnih uvjeta i događaja u sustavima predstavlja jedan od prvih koraka u karakterizaciji istraživanih sustava odnosno izradi njihovih konceptualnih modela. Jačina veze između vodonosnih sustava i njihovih rubnih uvjeta, a koja ukazuje na dominantnost i utjecaj pojedinog rubnog uvjeta kao što su npr. oscilacije razina podzemne vode u vodonosnom sustavu, može se odrediti primjenom metode korelacije. Informacije o dominantnim rubnim uvjetima, osim što nam ukazuju na mjerenja kojima bi trebali posvetiti posebnu pozornost te koja nikako ne bi trebali zanemariti u izradi konceptualnih modela vodonosnih sustava, ukazuju nam i na osjetljivost vodonosnih sustava na njihove ulaze odnosno izlaze. Funkcionalna ovisnost pojedinog rubnog uvjeta i događaja u sustavu, npr. infiltracije iz oborina (nezavisna varijabla) koja predstavlja rubni uvjet i razina podzemne vode (zavisna varijabla) koje predstavljaju događaje u sustavu, može se odrediti primjenom metode regresije. Dobivena funkcija odnosno jednadžba, u slučaju da dobro opisuje promjene zavisne varijable u funkciji nezavisne varijable, može nam poslužiti za npr. prognoziranje same zavisne varijable odnosno oscilacija razina podzemne vode, bez razvoja detaljnih konceptualnih modela ili pak složenijih matematičkih modela i njihovog rješavanja primjenom kompleksnih analitičkih ili pak numeričkih metoda. S obzirom da promjene pojedinih rubnih uvjeta, kao što su to npr. oscilacije vodostaja velikih rijeka, mogu biti iznimno brze te time u vrlo kratkom vremenu uzrokovati i značajne promjene u samom vodonosnom sustavu odnosno oscilacije razina podzemne vode, istraživanje brzine interakcije pojedinog rubnog uvjeta i događaja u vodonosnom sustavu također predstavlja značajnu informaciju u karakterizaciji istraživanog vodonosnog sustava te izradi njegovog konceptualnog modela. Brzinu interakcije odnosno samo vrijeme prijenosa tlaka podzemnom vodom, možemo odrediti primjenom metode kros-korelacije.

Veliki broj različitih autora koristio je metode korelacije, regresije i kros-korelacije u svojim istraživanjima interakcije površinskih i podzemnih voda, a što ukazuje na široke mogućnosti primjene tih metoda. Regresijsku i korelacijsku analizu su, u recentnijem razdoblju, primijenili **Deepesh i Madan (2016.)**, a koji su istraživali dinamiku podzemnih voda s općenito vrlo ograničenim brojem raspoloživih podataka o istraživanom sustavu. Korelacijom i regresijom podzemnih voda i oborina te podzemnih voda i površinskih voda analizirali su interakciju površinskih i podzemnih voda te oborine i dinamiku podzemnih voda. **Zomlot et al. (2015.)** korelirali su modelirane iznose napajanja vodonosnog sustava s procijenjenim baznim tokom pri čemu su utvrdili umjerenu jačinu veze napajanja i baznog toka. Korelacijska i regresijska analiza između površinskih voda rijeke Gusong i podzemne vode priobalnog plitkog vodonosnika također su primijenjene i u radu **Zhanga i Chena (2014.)**. Rezultati su ukazali na ovisnost korelacije i regresije o udaljenosti piezometara od rijeke. **Huntington i Niswonger (2012.)** primijenili su korelacijsku analizu na otjecanje prilikom topljenja snijega i podzemne vode u istraživanjima uloge interakcije površinskih i podzemnih voda na projicirane protoke u vodotocima na područjima koja su dominantno pod snijegom te su pri tom utvrdili negativnu korelaciju. **Larocque i dr. (1998.)** su primjenom kros-korelacijske analize utvrdili vezu između rijeka Foulpougne i Bandiat te Tardoire i Bonnieure kao i između izvora Leche te rijeka Echelle, Bandiat, Tardoire i Bonnieure, pri čemu su utvrdili da protoci rijeka utječu na istjecanja na izvorima. Interakcija površinskih i podzemnih voda primjenom analize kros-korelacije izmjerenih temperatura istraživana je u radu **Lee et al. (2013.)**. Cilj autora bio je identifikacija potencijalne izmjene površinskih i podzemnih voda vertikalnim procjeđivanjem. Kros-korelacijska analiza primijenjena je i u radu **Posavec et al. (2016.)**, pri čemu su autori modelirali odazive razina podzemnih voda u vodonosnim sustavima kao reakciju na promjene u rubnim uvjetima vodonosnih sustava kao što su to npr. vodostaji rijeka.

U ovom radu je, osim teoretskih značajki metode korelacije, regresije i kros-korelacije kao i diskusije o samim terminima koji su uz njih vezani, dan i primjer istraživanja na području zagrebačkog vodonosnika (**Posavec i Hlevnjak, 2015., Škudar, 2016.**). Istraživanjem se željela utvrditi hidraulička veza rubnih dijelova zagrebačkog vodonosnika karakteriziranih proluvijalnim naslagama sa središnjim dijelovima vodonosnika karakteriziranim aluvijalnim naslagama, primjenom korelacijskog, regresijskog i kros-korelacijskog modeliranja vremenskih nizova razina podzemne vode.

## 2. Metode

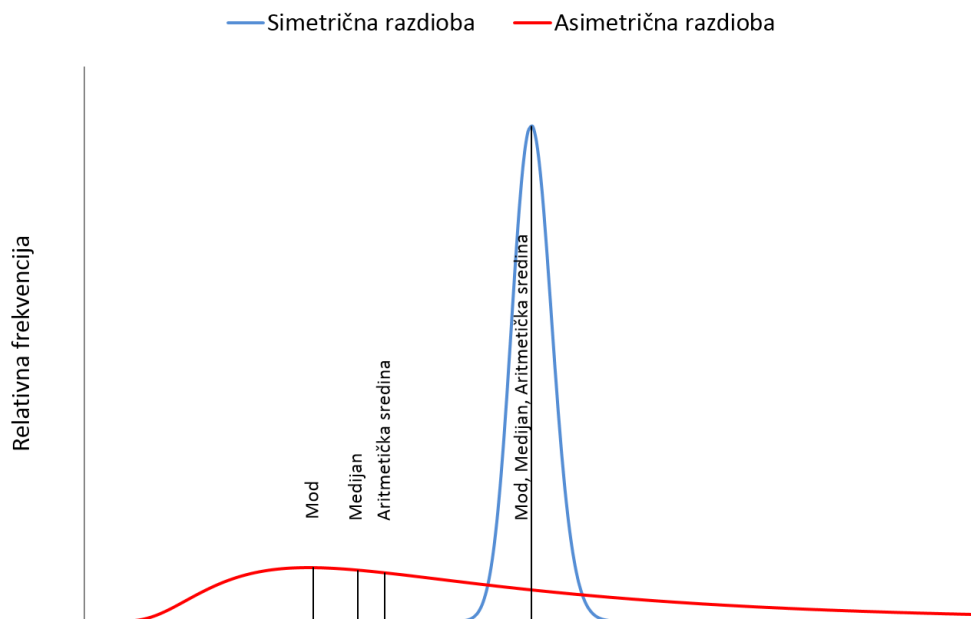
Da bi pojasnili principe metode korelacije, regresije i kros-korelacije, potrebno je u prvom redu pojasniti statističke parametre kao što su srednja vrijednost odnosno **aritmetička sredina** (engl. *Mean*), **varijanca** (engl. *Variance*), **standardna devijacija** (engl. *Standard deviation*) i **kovarijanca** (engl. *Covariance*), a koji su s njima usko povezani.

Također je potrebno pojasniti i termine **populacija** (engl. *Population*) i **uzorak** (engl. *Sample*), a koji predstavljaju dva važna koncepta u statistici. **Populacija** se sastoji od dobro definiranog seta (bilo konačnog ili beskonačnog) elemenata,



dok je **uzorak** podskup elemenata uzet iz **populacije**. Generalno, simboli kojima se označava populacija u pravilu su grčka slova, dok su simboli kojima se označava uzorak u pravilu rimska slova (**Davis, 2002.**).

Jedna od najčešćih ocjena nekog seta podataka odnosno **populacije** ili **uzorka** je njegova srednja vrijednost. Postoji nekoliko različitih ocjena srednje vrijednosti koje se u praksi koriste, **mod** (engl. *Mode*) koji predstavlja vrijednost koja se pojavljuje s najvećom učestalošću, **medijan** (engl. *Median*) koji predstavlja vrijednost od koje je pola podataka u setu veće, a pola manje, te **aritmetička sredina** koja je definirana kao suma svih podataka u setu podijeljena s brojem podataka. Kod simetričnih razdioba kao što je to normalna razdioba, mod, medijan i aritmetička sredina se podudaraju dok za asimetrične razdiobe ovi parametri poprimaju različite vrijednosti (**Slika 1**). Valja napomenuti da većina statističkih metoda pretpostavlja da razmatrani set podataka odnosno populacija ili uzorak imaju normalnu razdiobu. No, većina tih statističkih metoda je donekle robusna s obzirom na odstupanja od normalne razdiobe ako ona nisu predaleko od normalne. Iako, za jako asimetrične razdiobe, mnoge statističke metode jednostavno ne vrijede. Od navedenih parametara za ocjenu srednje vrijednosti (moda, medijana i aritmetičke sredine), aritmetička sredina uzorka je ona koja se uzima kao korisnija za procjenu srednje ili centralne vrijednosti populacije od medijana uzorka ili pak moda uzorka. U slučaju simetrične razdiobe kao što je to normalna razdioba, aritmetička sredina uzorka ima tendenciju da bude bliže aritmetičkoj sredini populacije nego što je to slučaj s modom ili medijanom. Osim toga, aritmetička sredina uzorka daje objektivnu procjenu aritmetičke sredine populacije.



**Slika 1:** Simetrična i asimetrična razdioba s prikazom moda, medijana i aritmetičke sredine

Aritmetička sredina uzorka jednostavno se može pisati kao:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

gdje su:

$\bar{X}$  – aritmetička sredina uzorka,

$x_i$  – vrijednost i-tog podatka u uzorku,

$n$  – broj podataka u uzorku.

dok se aritmetička sredina populacije može pisati kao:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2)$$

gdje su:

$\mu$  – aritmetička sredina populacije,

$x_i$  – vrijednost i-tog podatka u populaciji,

$n$  – broj podataka u populaciji.

Sljedeća od najčešćih ocjena odnosno karakteristika populacije ili uzorka je širenje ili disperzija oko aritmetičke sredine. Od različitih vrijednosti koje su bile predlagane za ocjenu širenja ili disperzije oko aritmetičke sredine, samo se dvije općenito koriste. Jedna je **varijanca**, a druga je drugi korijen iz varijance, a koji se naziva **standardna devijacija**. Varijancu možemo promatrati kao srednje kvadratno odstupanje svih podataka od aritmetičke sredine populacije koja je definirana jednadžbom:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n} \quad (3)$$

gdje je:

$\sigma^2$  – varijanca populacije.

Varijanca uzorka označava se sa simbolom  $s^2$  te predstavlja učinkovitu procjenu  $\sigma^2$  ako su podaci  $x_1, x_2, \dots, x_n$  slučajni uzorak uzet iz normalne razdiobe.

Zašto varijancu opisujemo kao srednje kvadratno odstupanje kad možda izgleda logičnije da je opisujemo samo kao srednje odstupanje? Razlog je taj što bi u slučaju opisa varijance kao srednjeg odstupanja rezultat uvijek bio jednak nuli odnosno:

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i - \mu}{n} = 0 \quad (4)$$

S obzirom da je varijanca srednje kvadratno odstupanje od aritmetičke sredine, njezine jedinice se izražavaju kao kvadrat jedinice mjerenih podataka. Ako su jedinice mjerenih podataka npr. metri, većina će vjerojatno smatrati kvadratne metre kao neodgovarajuću jedinicu za opis širenja ili disperzije podataka oko aritmetičke sredine. Da bi se opisalo širenje ili disperzija podataka oko aritmetičke sredine u jedinicama mjerenih podataka, koristi se statistički parametar **standardna devijacija**, a koja je jednostavno definirana kao drugi korijen iz varijance, a označava se simbolom  $\sigma$  za populaciju odnosno simbolom  $s$  za uzorak te se može pisati kao:

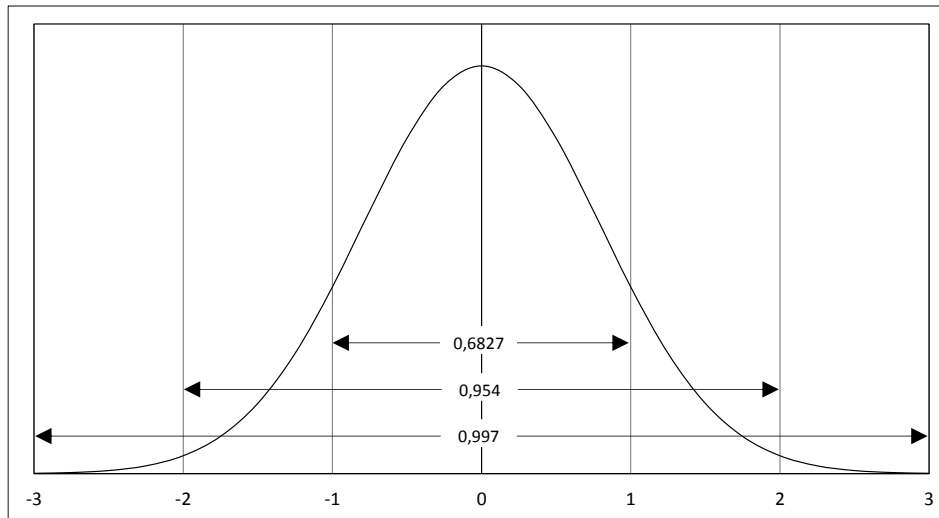
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (5)$$

gdje je:

$\sigma$  – standardna devijacija populacije.

Male vrijednosti standardne devijacije govore da su mjereni podaci gusto grupirani oko centralne vrijednosti odnosno aritmetičke sredine dok velike vrijednosti govore da su mjereni podaci široko raspršeni oko aritmetičke sredine.

Kod normalnih razdioba, površine ispod krivulje mogu se precizno izračunati i izraziti u terminima standardne devijacije od aritmetičke sredine (**Slika 2**). Tako na slici 2 možemo vidjeti da oko dvije trećine (68,27%) podataka pada unutar jedne standardne devijacije sa svake strane aritmetičke sredine, oko 95% podataka pada unutar intervala od -2 do +2 standardne devijacije, dok više od 99% podataka pada unutar tri standardne devijacije sa svake strane aritmetičke sredine. Korisno je znati standardnu devijaciju, jer možemo reći da će bilo koji podatak **vjerojatno** biti unutar **1 standardne devijacije** (68 od 100), **vrlo vjerojatno** biti unutar **dvije standardne devijacije** (95 od 100) te **gotovo sigurno** biti unutar **tri standardne devijacije** (997 od 1000).



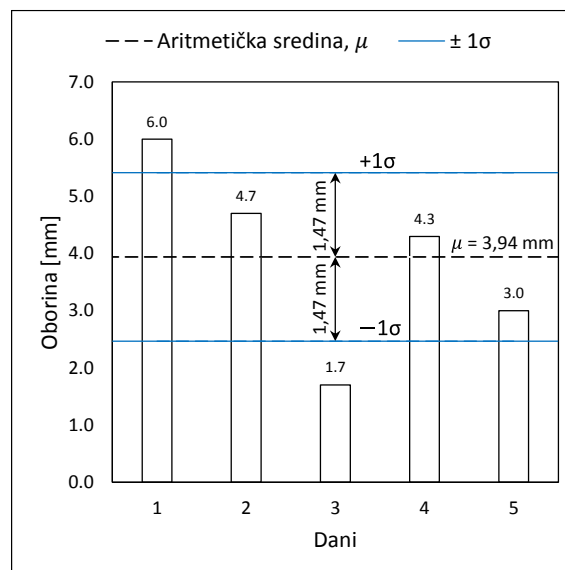
Slika 2: Standardne devijacije normalne razdiobe

Iako je varijanca u jednadžbi (3) definirana kao srednje kvadratno odstupanje od aritmetičke sredine populacije  $\mu$ , kad analiziramo set podataka, zapravo ne znamo aritmetičku sredinu populacije  $\mu$  već ju procjenjujemo pomoću aritmetičke sredine uzorka  $\bar{X}$ . Iako varijanca uzorka  $s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 / n$  predstavlja učinkovitu procjenu varijance populacije  $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 / n$  ako su podaci  $x_1, x_2, \dots, x_n$  slučajni uzorak uzet iz normalne razdiobe, ona isto tako predstavlja pristranu procjenu. S ciljem nepristrane odnosno objektivne procjene, nazivnik u jednadžbi varijance uzorka smanjuje se na  $n - 1$ , čime se ostvaruje veća no realističnija procjena same varijance uzorka.

Stoga varijancu uzorka možemo pisati dijeleći je s  $n - 1$ :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1} \quad (6)$$

Ako uzmemo primjer dnevno mjenjenih vrijednosti oborina kroz razdoblje od 5 dana, pri čemu je prvi dan palo 6,0 mm, drugi dan 4,7 mm, treći dan 1,7 mm, četvrti dan 4,3 mm i peti dan 3,0 mm, aritmetička sredina populacije iznosit će  $\mu = 3,94$  mm, varijanca populacije  $\sigma^2 = 2,17$  mm<sup>2</sup>, a standardna devijacija populacije  $\sigma = 1,47$  mm (slika 3).



Slika 3: Prikaz standardne devijacije na primjeru mjerenih podataka oborina

Na **slici 3** vidimo da su oborine pale drugog, četvrtog i petog dana unutar jedne standardne devijacije (1,47 mm) od aritmetičke sredine. Tako da koristeći standardnu devijaciju imamo „standardan“ način prema kojem možemo znati što je normalno, a što ekstra malo ili pak ekstra veliko za razmatrani set podataka.

Prikazani primjer odnosi se na populaciju (mjerjenja unutar 5 dana su jedina mjerjenja od interesa), no ako bi se set podataka odnosio na uzorak (samo odabrani podaci iz veće populacije), proračun varijance i standardne devijacije bi se malo promijenio. Kod izračuna varijance i standardne devijacije uzorka, nazivnik u jednadžbi varijance odnosno standardne devijacije smanjili bi na  $n - 1$  (vidi **jednadžbu 6**), odnosno dijelili bi s brojem 4 umjesto s brojem 5, te bi u tom slučaju varijanca uzorka  $s^2$  iznosila 2,71 mm<sup>2</sup>, a standardna devijacija uzorka s iznosila bi 1,65 mm.

**Aritmetička sredina, varijanca i standardna devijacija** statistički su parametri kojima opisujemo set podataka **jedne varijable** odnosno njenu srednju ili centralnu vrijednost (aritmetičku sredinu) kao i širenje ili disperziju seta podataka te varijable oko aritmetičke sredine (varijanca i standardna devijacija).

S obzirom da u radu želimo pojasniti principe metode korelacije, regresije i kros-korelacije, a koji se razmatraju za dvije ili više varijabli, potrebno je pojasniti i statistički termin **kovarijanca**, a koja se koristi kao mjera širenja ili disperzije **dvije varijable** oko zajedničke srednje vrijednosti odnosno njihove aritmetičke sredine. Baš kao što to varijanca opisuje širenje ili disperziju oko centralne vrijednosti tj. aritmetičke sredine **jedne varijable** (vidi **sliku 2**), kovarijanca opisuje širenje ili disperziju oko zajedničke aritmetičke sredine **dviju varijabli**.

Da bi izračunali kovarijancu prvo moramo izračunati vrijednost koja je analogna sumi kvadrata  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$ , a koju smo prethodno računali za varijancu. Ta vrijednost naziva se **korigirana suma produkata (SP)**, a računa se kao:

$$SP_{jk} = \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_j)(x_{ik} - \bar{X}_k) \quad (7)$$

gdje je:

$SP_{jk}$  – korigirana suma produkata između varijabli  $j$  i  $k$ ,

$x_{ij}$  –  $i$ -to mjerjenje varijable  $j$ ,

$\bar{X}_j$  – aritmetička sredina varijable  $j$ ,

$x_{ik}$  –  $i$ -to mjerjenje varijable  $k$ .

$\bar{X}_k$  – aritmetička sredina varijable  $k$ .

Kao što smo i varijancu računali dijeleći sumu kvadrata  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$  s  $n - 1$  (vidi **jednadžbu 6**), kovarijancu računamo dijeleći **korigiranu sumu produkata SP** s  $n - 1$ :

$$cov_{jk} = \frac{SP_{jk}}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_j)(x_{ik} - \bar{X}_k)}{n - 1} \quad (8)$$

gdje je:

$cov_{jk}$  – kovarijanca varijabli  $j$  i  $k$ .

## 2.1. Korelacija

**Korelacija** odnosno s njome povezani **koeficijent korelacije**,  $r_{jk}$ , mjeri jačinu odnosa između dviju varijabli i izražava njihov **linearni** odnos. **Koeficijent korelacije**,  $r_{jk}$ , zapravo predstavlja omjer kovarijanca dvije varijable,  $cov_{jk}$  i umnoška njihovih standardnih devijacija,  $s_j$  i  $s_k$  (Davis, 2002., <http://mathworld.wolfram.com/CorrelationCoefficient.html>):

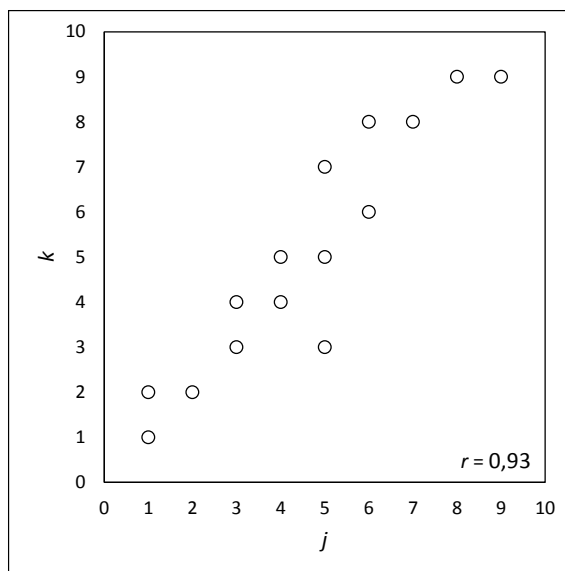
$$r_{jk} = \frac{cov_{jk}}{s_j s_k} \quad (9)$$

Jedinica u kojima se izražava kovarijanca je umnožak jedinica dviju varijabli, a to je i jedinica umnoška standardnih devijacija u nazivniku. Stoga se sve jedinice krata pa je **koeficijent korelacije**,  $r_{jk}$ , bezdimenzionalna veličina. S obzirom da kovarijanca dviju varijabli može biti jednaka umnošku standardnih devijacija varijabli, no ne može biti veća, koeficijent korelacije ima raspon od +1 do -1.

**Pozitivna korelacija**, u kojoj varijable  $j$  i  $k$  imaju jaku pozitivnu korelaciju, rezultira vrijednostima  $r$  bliskima +1. Vrijednost  $r$  jednaka +1 označava savršenu pozitivnu spregu dviju varijabli. Pozitivne vrijednosti ukazuju na odnos varijabli  $j$  i  $k$  u kojem kod porasta vrijednosti varijable  $j$ , također rastu i vrijednosti varijable  $k$ .

**Negativna korelacija**, u kojoj varijable  $j$  i  $k$  imaju jaku negativnu korelaciju, rezultira vrijednostima  $r$  bliskima -1. Vrijednost  $r$  jednaka -1 označava savršenu negativnu spregu dviju varijabli. Negativne vrijednosti ukazuju na odnos varijabli  $j$  i  $k$  u kojem kod porasta vrijednosti varijable  $j$ , vrijednosti varijable  $k$  padaju.

Ako je korelacija vrlo slaba ili ako je nema, vrijednosti  $r$  bliske su nuli. Koeficijenti korelacije veći od 0,8 generalno ukazuju na jaku korelaciju dok koeficijenti korelacije manji od 0,5 generalno ukazuju na slabu korelaciju (<http://mathbits.com/MathBits/TISection/Statistics2/correlation.htm>). **Slika 4** prikazuje raspršni dijagram dvije varijable s visokim koeficijentom korelacije  $r = 0,93$ .



**Slika 4:** Raspršni dijagram dvije varijable s visokim koeficijentom korelacije  $r = 0,93$

Ako  $r_{jk}$ , kao što je prethodno navedeno, izražava odnosno mjeri **linearni** odnos dviju varijabli, trebalo bi biti moguće izračunati i **liniju ovisnosti** između tih varijabli. Ova analiza vodi u granu statistike koja se naziva **analiza regresije**.

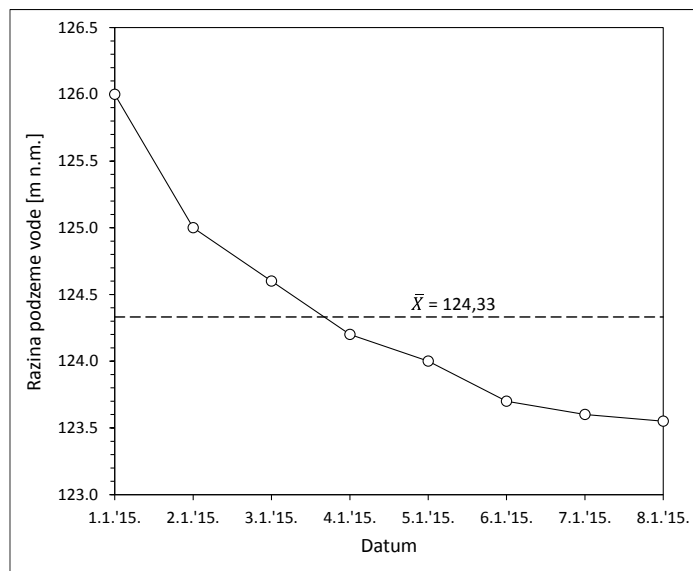
## 2.2. Regresija

Analiza regresije korisna je kada želimo analizirati setove podataka odnosno mjerenja koja su uređena u prostoru (npr. promjena sadržaja vlage u tlu s promjenom dubine) ili vremenu (npr. promjena razine podzemne vode u vremenu) kao i kada želimo analizirati varijable koje su u međusobnoj funkcionalnoj ovisnosti (npr. promjena razine podzemne u vodonosniku u ovisnosti o promjenama vodostaja rijeke ili pak infiltraciji oborina). Stoga je za analizu regresije potrebno poznavati lokacije ili pak vremena samih mjerenja, a generalno nas interesira i tendencija samih mjerenih podataka. Ta tendencija koristi se za interpolaciju između samih mjerenja, ekstrapolaciju izvan mjerenih podataka te donošenje zaključaka o postojanju ili nepostojanju trenda.

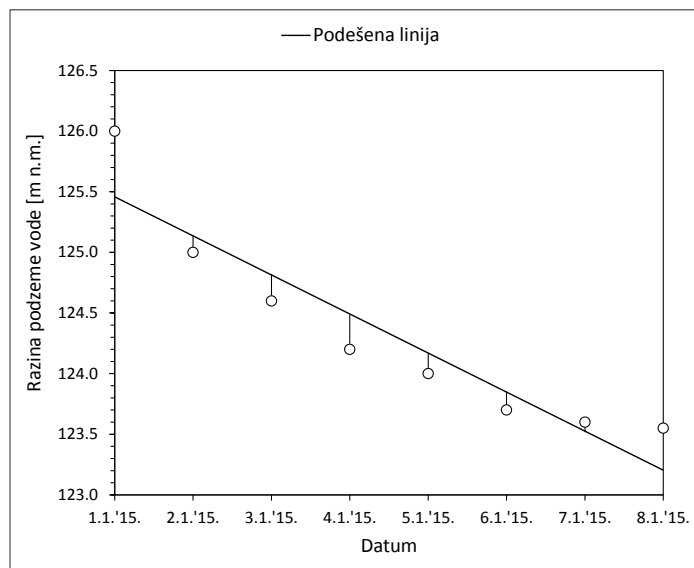
Na **slici 5** prikazan je nivogram razine podzemne vode odnosno prikaz promjene razine podzemne vode u vremenu kao i izračunata srednja vrijednost tj. aritmetička sredina uzorka odnosno izmjerenih vrijednosti razina podzemne vode u

razdoblju od 1.1.2015 do 8.1.2015. godine. Vrijednost 124,33 m n.m. predstavlja aritmetičku sredinu uzorka odnosno razmatranog seta izmjerenih razina podzemne vode. No, ta aritmetička sredina očito nije mjerodavna za dobro reprezentiranje cjelokupnog seta podataka prikazanog na **slici 5**. Razlog je taj što se mjerenja razina podzemne vode obavljaju sekvencijalno tj. u vremenskom nizu dan za danom te stoga nisu međusobno neovisna. Umjesto procjene seta podataka jednom točkom tj. aritmetičkom sredinom, odnos između razine podzemne vode i vremena možemo bolje opisati linijom koja će dati njihov odnos kroz cijeli raspon analiziranog seta podataka. Stoga se intuitivno čini razumnim da se konstruira odnosno podesi linija od koje će odstupanja izmjerenih razina podzemne vode na neki način biti minimalna. Postoji nekoliko načina kojima možemo definirati i mjeriti odstupanja od podešene linije kojom se opisuje analizirani set podataka. Npr., možemo razmatrati odstupanja razine podzemne vode od podešene linije ili pak odstupanja samog vremena tj. datuma od podešene linije ili pak kombinaciju odstupanja ove dvije varijable (**Davis, 2002.; <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>**). Na **slici 6** vertikalne linije predstavljaju odstupanja razine podzemne vode od podešene linije odnosno razlike između izmjerenih razina podzemne vode i razina podzemne vode prognoziranih ravnom linijom. Za razliku od toga, horizontalne linije na **slici 7** predstavljaju odstupanja datuma od podešene linije za svako provedeno mjerenje. Također bi se moglo razmatrati i odstupanje svake varijable od podešene linije na pravcu okomitom na podešenu liniju.

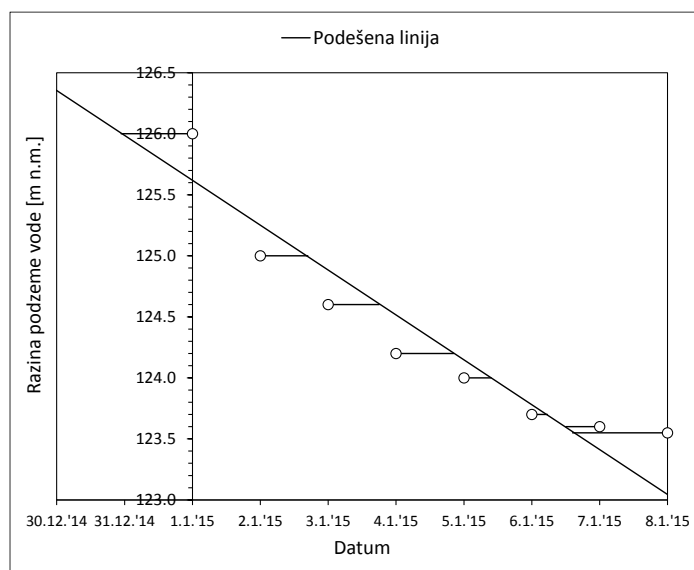
No, ako minimiziramo odstupanja razina podzemne vode od podešene linije kao na **slici 6**, prikazujemo rezultirajuću podešenu liniju kao najbolju procjenu razine podzemne vode za određeni datum. Za razliku od toga, ako minimiziramo odstupanja datuma od podešene linije kao na **slici 7**, prikazujemo rezultirajuću podešenu liniju kao najbolju procjenu datuma za određenu izmjerenu razinu podzemne vode. S obzirom na prirodu procesa koje istražujemo, vrijeme ili pak udaljenost tj. dubina odnosno položaj u prostoru predstavljaju poznatu varijablu, dok je druga varijabla kao što je to npr. razina podzemne vode ili pak sadržaj vlage u tlu, ona koja je raspodijeljena duž razmatranog kontinuuma tj. prostora ili vremena. Stoga druga varijabla,  $Y$ , kao što je to npr. razina podzemne vode ili pak sadržaj vlage, predstavlja slučajnu varijablu, dok su pak npr. dubina ili pak vrijeme,  $X$ , fiksne varijable. Tako da je zadatak prognozirati varijablu  $Y$  u funkciji varijable  $X$ , pri čemu se linija podešava minimizacijom odstupanja od varijable  $Y$ , kao što je to prikazano na **slici 6**.



**Slika 5:** Nivogram razine podzemne vode s prikazom aritmetičke sredine mjerenih vrijednosti razina



Slika 6: Linija podešena minimizacijom odstupanja od razine podzemne vode



Slika 7: Linija podešena minimizacijom odstupanja od datuma

Varijabla koju istražujemo naziva se **zavisna** ili **regresirana varijabla**,  $Y$ , a pojedinačna mjerenja zavisne varijable označuju se s  $y_i$ . Odstupanja  $y_i$  se u procesu podešavanja linije minimiziraju. **Nezavisna varijabla**,  $X$ , naziva se i **regresor**, a pojedinačna mjerenja označavaju se s  $x_i$ . Jednadžba podešene linije stoga se može pisati kao:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i \quad (10)$$

gdje je:

$\hat{y}_i$  – procijenjena vrijednost  $y_i$  za odnosnu vrijednost  $x_i$ ,

$b_0$  – odsječak na osi  $Y$ ,

$b_1$  – koeficijent smjera pravca

Odstupanja koja su nam od interesa za razmatranje, stoga se definiraju kao  $\hat{y}_i - y_i$ , odnosno promatramo razliku između prognozirane i izmjerene vrijednosti zavisne varijable. Da bi dobili najbolje podešenu liniju, potrebno je tu razliku minimizirati na način da je:

$$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 = \text{minimum} \quad (11)$$

Baš kao što kod **korelacije** razmatramo širenje ili disperziju **dvije varijable** oko zajedničke srednje vrijednosti odnosno odstupanje od njihove **aritmetičke sredine**, tako kod **regresije** razmatramo odstupanje **podešene linije** tj. **regresijskog modela** od **aritmetičke sredine** zavisne varijable  $Y$  kao i odstupanje **mjerenih vrijednosti zavisne varijable**,  $y_i$ , od te iste **aritmetičke sredine**.

Da bi odredili **mjeru podešenosti linije** tj. **regresijskog modela** odnosno **mjeru korisnosti modela**, potrebno je definirati statistički parametar koji nazivamo **koeficijent determinacije**,  $R^2$  (engl. *Coefficient of determination, Goodness of fit*) (Davis, 2002.; Montgomery and Runger, 2003.). Za to je potrebno definirati dva termina koja opisuju promjenu zavisne varijable,  $Y$ . Prvi od njih određuje se kao **ukupna suma kvadrata** ( $SS_T$ ) od  $Y$  (engl. *total sum of squares*), a opisuje odstupanja pojedinačnih mjerenja zavisne varijable  $Y$  od njihove aritmetičke sredine:

$$SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \quad (12)$$

gdje je:

$y_i$  – pojedinačna mjerenja zavisne varijable  $Y$ ,

$\bar{Y}$  – aritmetička sredina pojedinačnih mjerenja zavisne varijable  $Y$ .

Drugi termin određuje se kao **suma kvadrata zbog regresije** ( $SS_R$ ) (engl. *sum of squares due to regression*), a opisuje odstupanja procijenjenih tj. prognoziranih vrijednosti zavisne varijable  $Y$  od njihove aritmetičke sredine:

$$SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{Y})^2 \quad (13)$$

gdje je:

$\hat{y}_i$  – procijenjena vrijednost  $y_i$  za odnosnu vrijednost  $x_i$ ,

$\bar{Y}$  – aritmetička sredina pojedinačnih mjerenja zavisne varijable  $Y$ .

**Mjera podešenosti linije** tj. **podešenosti regresijskog modela** mjerenim vrijednostima odnosno **mjera korisnosti modela** definira se kao:

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} \quad (14)$$

gdje je:

$R^2$  – koeficijent determinacije

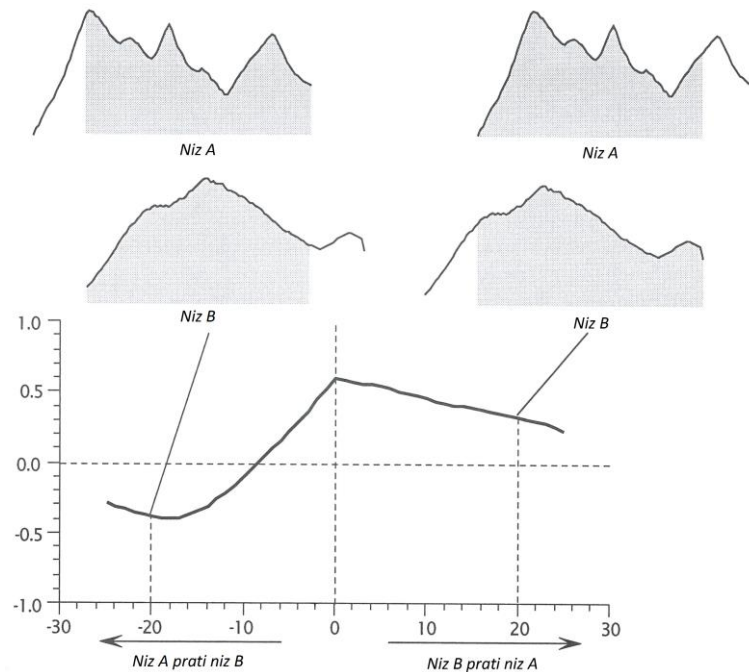
Ako linija tj. regresijski model dobro reprezentira mjerene vrijednosti,  $R^2$  će biti blizak jedinici dok će u suprotnom biti blizak nuli ( $0 \leq R^2 \leq 1$ ).  $R^2$  predstavlja mjeru koja nam omogućuje da odredimo koliko dobro podešena linija tj. regresijski model reprezentira mjerene podatke i određuje pouzdanost prognoziranja zavisne varijable pomoću dobivenog regresijskog modela. Vrijednost koeficijenta determinacije  $R^2$  daje nam postotak mjerenih podataka koji su najbliže podešenoj liniji tj. regresijskom modelu. Npr., ako je  $R^2 = 0,85$ , to znači da se 85% ukupnog odstupanja varijable  $Y$  od podešene linije tj. regresijskog modela, može objasniti linearnim odnosom između varijabli  $X$  i  $Y$  odnosno podešenom linijom tj. regresijskim modelom, dok 15% ukupnog odstupanja ostaje neobjašnjeno.

Jedna do korisnijih relacija je ta da drugi korijen iz koeficijenta determinacije  $R^2$  predstavlja višestruki koeficijent korelacije,  $R$ ,  $R = \sqrt{R^2}$ , a koji je algebarski ekvivalentan koeficijentu korelacije  $r$  danom u **jednadžbi 9**.



### 2.3. Kros-korelacija

Kros-korelacija definira mjeru sličnosti dviju varijabli odnosno dvaju niza podataka tj. stupanj do kojeg se dva niza koreliraju s obzirom na zaostajanje jedne varijable u odnosu na drugu. Proces njihove usporedbe za svako uzastopno zaostajanje naziva se kros-korelacija (Davis, 2002.). Kros-korelaciju je najprimjerenije koristiti za usporedbu dva niza koji imaju vremensku ovisnost. Jačina veze između dva vremenska niza definira se koeficijentom korelacije,  $r$ , koji pak se računa za svako uzastopno zaostajanje, a pri tom najveći određeni koeficijent korelacije određuje vremensko zaostajanje između dva vremenska niza. U kros-korelacijskoj analizi, mjerenja vremenskih nizova trebaju međusobno vremenski odgovarati, odnosno, mjerenja trebaju biti obavljena u isto vrijeme, npr. na isti dan ako je učestalost mjerenja npr. 1 dan ili pak u isti sat ako je učestalost mjerenja npr. 1 sat. Nulto zaostajanje predstavlja poravnanje dva vremenska niza na isto, početno vrijeme mjerenja, a usporedba se radi kako za nulto zaostajanje tako i za svako sljedeće uzastopno zaostajanje, uključujući i pozitivne i negativne pozicije vremenskog zaostajanja, pri čemu vremenski niz  $A$  slijedi vremenski niz  $B$  i obratno. Rezultati kros-korelacijske analize prikazuju se na kros-korelogramu (slika 8).



**Slika 8:** Kros-korelogram dva vremenska niza,  $A$  i  $B$ . Osjenčani intervali prikazuju dijelove vremenskih nizova  $A$  i  $B$  koji se uspoređuju za dvije pozicije zaostajanja. Nulto zaostajanje predstavlja poravnanje dva vremenska niza na isto, početno vrijeme mjerenja (modificirano prema Davis, 2002.).

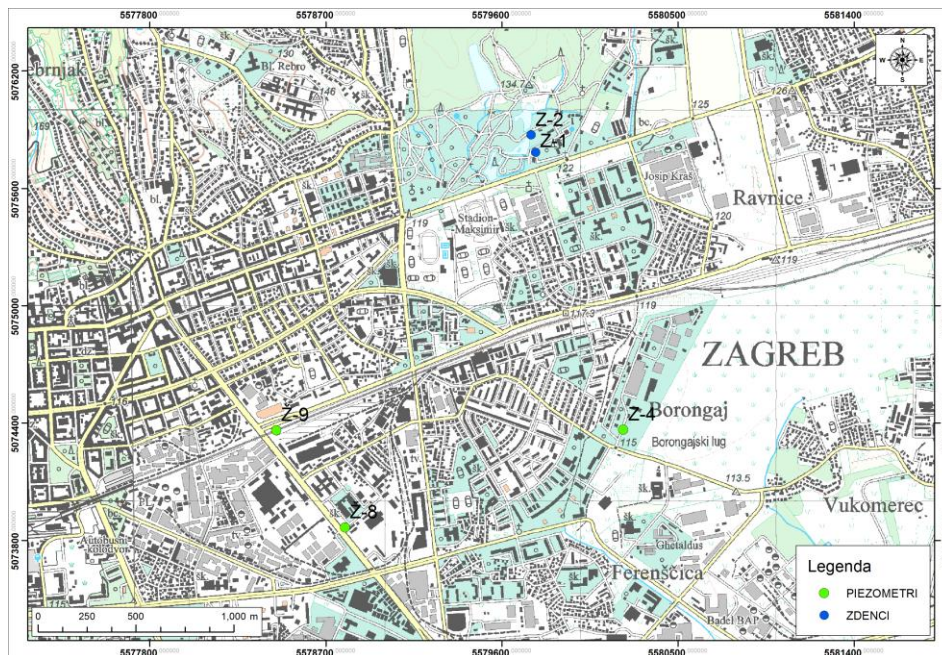
Jačina veze između vremenskih nizova određuje se preko koeficijenta korelacije,  $r$ , koristeći istu jednadžbu kao i za običnu linearnu korelaciju (vidi **jednadžbu 9**). **Jednadžba 9** primjenjuje se samo na segmente dva vremenska niza koji se preklapaju. Stoga apsolutni maksimalni broj pozicija koje se preklapaju iznosi  $n - 2$ , pri čemu  $n$  označava broj podataka u danim vremenskim nizovima.

## 3. Rezultati

Primjer primjene korelacijskog, regresijskog i kros-korelacijskog modeliranja vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji, dan je za istraživanje provedeno na području zagrebačkog otvorenog aluvijalnog vodonosnika. Studija određivanja hidrauličke povezanosti proluvijalnih naslaga na lokaciji Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba s aluvijalnim naslagama zagrebačkog vodonosnika (Posavec i Hlevnjak, 2015.; Škudar, 2016.), a kojom se željela utvrditi hidraulička veza rubnih dijelova zagrebačkog vodonosnika karakteriziranih proluvijalnim naslagama sa središnjim dijelovima

vodonosnika karakteriziranim aluvijalnim naslagama, provela se u svrhu identifikacije dostatnih kapaciteta vode za potrebe crpljenja u zdencima Z-1 i Z-2 Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba. Naime, lokacija Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba rubno je područje sjevernog dijela zagrebačkog vodonosnika koje karakteriziraju proluvijalne naslage. Aluvijalne naslage zagrebačkog vodonosnika se na sjeveru naslanjaju na proluvijalne, pretežito glinovite naslage koje prelaze u slabopropusne tercijarne naslage južnih obronaka Medvednice.

Analiza hidrauličke povezanosti proluvijalnih naslaga na lokaciji Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba s aluvijalnim naslagama zagrebačkog vodonosnika provedena je primjenom statističke analize korelacije, regresije i kros-korelacije, pri čemu su analizirani vremenski nizovi razina podzemne vode za tri piezometra na području aluvija zagrebačkog vodonosnika, Ž-8, Ž-9 i Z-4 te za dva zdenca izbušena za potrebe Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba, Z-1 i Z-2 (slika 9).



Slika 9: Situacija analiziranih piezometara i zdenaca.

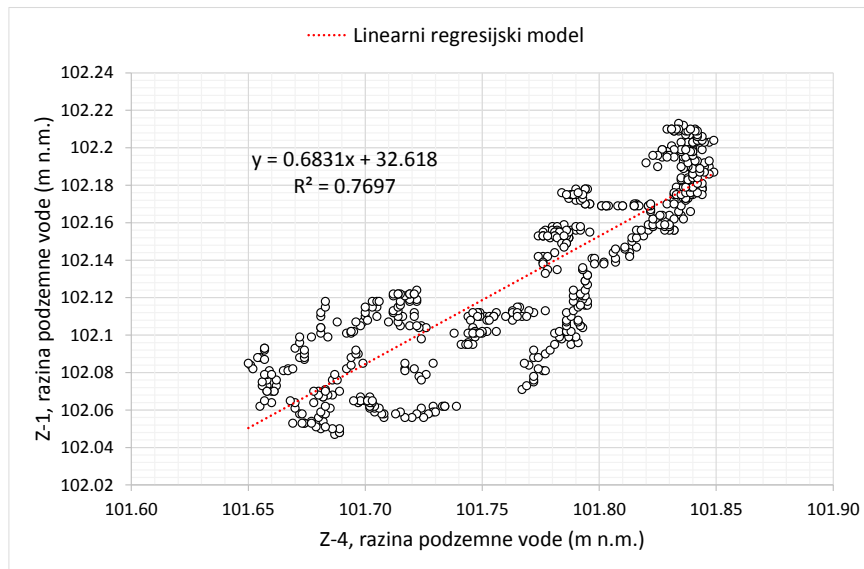
Analiza korelacije provedena je s ciljem utvrđivanja jačine hidrauličke veze aluvijalnog dijela zagrebačkog vodonosnika i proluvijalnih naslaga na području Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba. Regresijska analiza pak je za cilj imala utvrditi mogućnost prognoziranja razine podzemne vode u proluvijalnim naslagama na području Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba na temelju mjerenja razine podzemne vode u piezometrima aluvijalnog dijela zagrebačkog vodonosnika. Provedene su i kros-korelacijske analize između piezometara aluvijalnog dijela zagrebačkog vodonosnika i zdenaca Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba, a čime se željelo utvrditi vrijeme reakcije tj. vrijeme prijenosa tlaka u vodonosniku odnosno vremensko zaostajanje promjene potencijala u proluvijalnim naslagama u odnosu na promjene potencijala u aluvijalnom dijelu vodonosnika. Analizirani su satni vremenski nizovi razina podzemne vode u piezometrima Ž-8, Ž-9 i Z-4 te u zdencima Z-1 i Z-2 (vidi sliku 9), a mjerenja su provedena u razdoblju od 11.6.2015. do 25.8.2015. godine.

Prosječni koeficijent korelacije,  $r$ , dobiven analizom korelacije vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih u proluvijalnom i aluvijalnom dijelu vodonosnika, iznosio je nešto više od 0,8, a što ukazuje na jaku hidrauličku vezu proluvijalnog i aluvijalnog dijela vodonosnika.

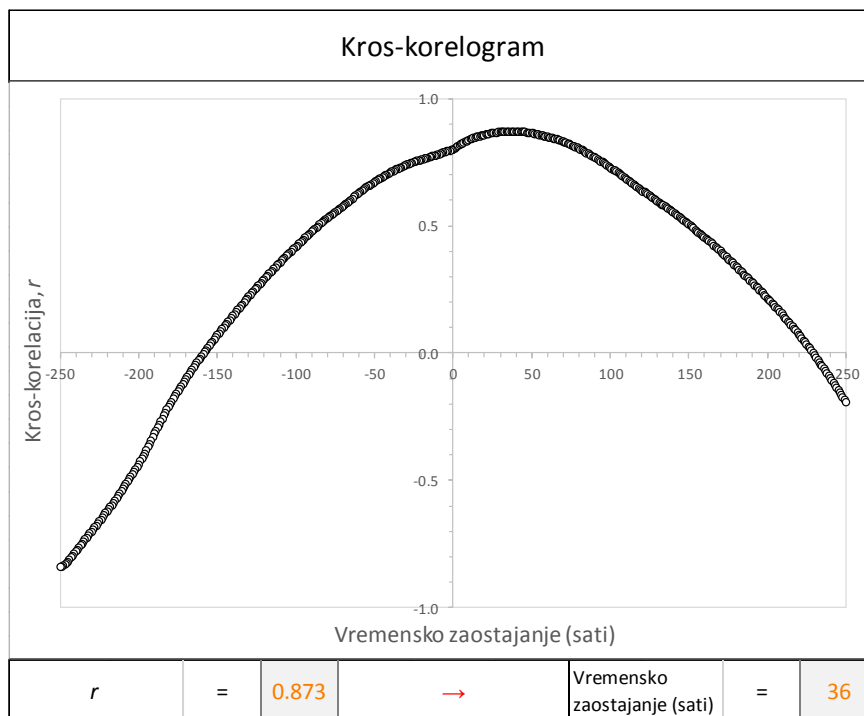
Koeficijenti determinacije,  $R^2$ , dobiveni regresijskom analizom vremenskih nizova razina podzemne vode, u prosjeku su iznosili oko 0,7, a što također ukazuje na značajnu pouzdanost dobivenih regresijskih modela za potrebe prognoziranja razina podzemne vode u proluvijalnim naslagama na području Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba. Na slici 10 prikazan je regresijski model vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih u piezometru Z-4 i zdencu Z-1.

Kros-korelacijska analiza pokazala je vremensko zaostajanje reakcije porasta razina podzemne vode u zdencima Z-1 i Z-2 u odnosu na uzvodnije piezometre Ž-9 i Ž-8 na području aluvijalnog dijela vodonosnika, odnosno vrijeme prijenosa tlaka od oko 1.5 do 2.5 dana. Na slici 11 prikazan je kros-korelogram satnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru

Ž-8 i zdenca Z-1. Maksimalna pozitivna korelacija pojavljuje se za vremensko zaostajanje od 36 sati. S obzirom na udaljenost analiziranih piezometara aluvijalnog dijela vodonosnika Ž-8, Ž-9 i Z-4 od oko 1500 do 2000 m od zdenaca Z-1 i Z-2 kao i na dobivene rezultate kros-korelacije, može se opravdano pretpostaviti da bi se u slučaju crpljenja zdenaca Z-1 i Z-2 značajnijim crpnim količinama, vrijeme reakcije rubnih dijelova aluvijalnog vodonosnika odnosno vrijeme prijenosa tlaka iz aluvijalnog dijela u proluvijalni, mjerilo u satima. Iz toga se može zaključiti da je hidraulička veza aluvijalnog i proluvijalnog dijela vodonosnika dobra te da bi aluvijalni dio vodonosnika u gotovo realnom vremenu mogao nadomjestiti potrebne količine vode za planirani režim crpljenja zdenaca Z-1 i Z-2, osiguravajući stabilne količine crpljenja za potrebe Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba tijekom cijele hidrološke godine.



Slika 10: Regresijski model vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih u piezometru Z-4 i zdenca Z-1.



Slika 11: Kros-korelogram satnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru Ž-8 i zdenca Z-1. Maksimalna pozitivna korelacija,  $r = 0,873$ , pojavljuje se za vremensko zaostajanje od 36 sati.

## 4. Zaključci

Korelacijsko, regresijsko i kros-korelacijsko modeliranje vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji, kao što su to npr. mjerenja razina podzemne vode, oborina, vodostaja rijeka, jezera i potoka ili pak istjecanja na izvorima, predstavlja jedan od prvih koraka u hidrogeološkim analizama, nakon samog opažanja i mjerenja procesa u prirodi.

**Korelacijskom analizom** možemo odrediti **jačinu veze** između događaja u vodonosnim sustavima i njihovih rubnih uvjeta. Jačina veze ukazuje nam na dominantnost i utjecaj pojedinog rubnog uvjeta na događaje u vodonosnim sustavima kao što su to npr. oscilacije razina podzemne vode.

**Regresijom analizom** pak možemo odrediti **funkcionalnu ovisnost** pojedinog rubnog uvjeta i događaja u sustavu, npr. infiltracije iz oborina (nezavisna varijabla) koja predstavlja rubni uvjet i razina podzemne vode (zavisna varijabla) koje predstavljaju događaje u sustavu. Dobivena funkcija odnosno regresijski model može nam poslužiti za prognoziranje događaja u sustavu.

Želimo li pak analizirati samu dinamiku podzemnih voda odnosno brzinu interakcije između događaja u vodonosnim sustavima i njihovih rubnih uvjeta, možemo primijeniti **kros-korelacijsku analizu**, a kojom možemo odrediti **vremensko zaostajanje** događaja u vodonosnim sustavima za promjenama u njihovim rubnim uvjetima.

Kao primjer primjene korelacijskog, regresijskog i kros-korelacijskog modeliranja vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji, u radu je prikazano i istraživanje na području zagrebačkog vodonosnika, a kojim se utvrdila hidraulička veza rubnih dijelova vodonosnika karakteriziranih proluvijalnim naslagama sa središnjim dijelovima vodonosnika karakteriziranim aluvijalnim naslagama. Visoki koeficijenti korelacije,  $r$ , kao i koeficijenti determinacije,  $R^2$ , te kratko vrijeme prijenosa tlaka iz aluvijalnog dijela vodonosnika u proluvijalni, a koje se mjerilo u satima, ukazali su na jaku hidrauličku veza aluvijalnog i proluvijalnog dijela vodonosnika.

Iako su već primjeri primjene razmatranih metoda korelacije, regresije i kros-korelacije navedeni, valja istaknuti i suštinske razlike prvenstveno između metoda korelacije i regresije, kao i razlike između koeficijenata kojima se numerički opisuju njihovi rezultati.

**Korelacija** odnosno s njome povezani **koeficijent korelacije**,  $r$ , predstavlja omjer **kovarijance** dvije varijable i umnoška njihovih **standardnih devijacija**. Baš kao što **standardna devijacija** opisuje širenje ili disperziju oko centralne vrijednosti tj. **aritmetičke sredine** jedne varijable, **kovarijanca** opisuje širenje ili disperziju oko zajedničke **aritmetičke sredine** dviju varijabli. No, ono što je suština **koeficijenta korelacije**,  $r$ , je da opisuje širenje ili disperziju dviju **nezavisnih** varijabli odnosno odstupanje od njihove **aritmetičke sredine**. S obzirom da **koeficijent korelacije**,  $r$ , izražava odnosno mjeri **linearni** odnos dviju varijabli, moguće je izračunati odnosno konstruirati **liniju ovisnosti** između tih varijabli, a što vodi u granu statistike koja se naziva **analiza regresije**.

**Regresija** odnosno s njome povezani **koeficijent determinacije**,  $R^2$ , pak predstavlja omjer **sume kvadrata zbog regresije**, a koja opisuje odstupanja procijenjenih tj. **prognoziranih vrijednosti zavisne** varijable od njihove **aritmetičke sredine**, i **ukupne sume kvadrata**, a koja pak opisuje odstupanja **pojedinačnih mjerenja zavisne** varijable od njihove **aritmetičke sredine**. Baš kao što kod **korelacije** razmatramo širenje ili disperziju dviju **nezavisnih** varijabli oko zajedničke srednje vrijednosti odnosno odstupanje od njihove **aritmetičke sredine**, tako kod **regresije** razmatramo odstupanje **podešene linije ovisnosti** tj. **regresijskog modela** od **aritmetičke sredine zavisne** varijable kao i odstupanje **mjerenih vrijednosti zavisne** varijable od te iste **aritmetičke sredine**. Tako da suština **koeficijenta determinacije**,  $R^2$ , za razliku od **koeficijenta korelacije**,  $r$ , a koji opisuje odstupanje dviju **nezavisnih** varijabli od **aritmetičke sredine**, leži u odstupanju **podešene linije ovisnosti** tj. **regresijskog modela** od **aritmetičke sredine zavisne** varijable te odstupanju **mjerenih vrijednosti zavisne** varijable od te iste **aritmetičke sredine**. Sama vrijednost **koeficijenta determinacije**,  $R^2$ , daje postotak mjerenih podataka koji su najbliže podešenoj liniji tj. regresijskom modelu. Tako se za npr.  $R^2 = 0,85$ , 85% ukupnog odstupanja zavisne varijable od podešene linije ovisnosti tj. regresijskog modela, može objasniti linearnim odnosom između zavisne i nezavisne varijable odnosno podešenom linijom ovisnosti tj. regresijskim modelom, dok 15% ukupnog odstupanja ostaje neobjašnjeno.

## 5. Popis literature

### Radovi:

- Deepesh, M. and Madan, K.J. (2016.): Exploring hydrogeology and groundwater dynamics in a lateritic terrain of West Bengal, India, under limited data conditions. *Environmental Earth Sciences*, DOI: 10.1007/s12665-016-5669-3.
- Huntington, J. and Niswonger, R. (2012): Role of surface-water and groundwater interactions on projected summertime streamflow in snow dominated regions: An integrated modeling approach. *Water Resources Research*, 48, W11524, doi:10.1029/2012WR012319.
- Larocque, M., Mangin, A., Razack, M. and Banton, O. (1998): Contribution of correlation and spectral analyses to the regional study of a large karst aquifer (Charente, France). *Journal of Hydrology*, 205, 3-4, 217-231.
- Lee, J.Y., Lim, H.S., Yoon, H.I. and Park, Y. (2013): Stream Water and Groundwater Interaction Revealed by Temperature Monitoring in Agricultural Areas. *Water* 2013, 5, 4, 1677-1698.
- Posavec, K., Vukojević, P., Ratkaj, M. i Bedeniković, T. (2017.): Cross-correlation Modelling of Surface Water – Groundwater Interaction Using Excel Spreadsheet Application. DOI - 10.17794/rgn.2017.1.4. (*rad prihvaćen za tisak u RGN zborniku broj 35, 1/2017*).
- Škudar, S. (2016.): Hidraulička povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga zagrebačkog vodonosnika. Diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Zhang, H. and Chen, C. (2014.): Correlation Analysis between Surface Water of Gusong River and Coastal Shallow Groundwater. *Meteorological & Environmental Research*, 5, 3, 59-62.
- Zomlot, Z., Verbeiren, B., Huysmans, M. and Batelaan, O. (2015.): Spatial distribution of groundwater recharge and base flow: Assessment of controlling factors. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 4, B, 349-368.

### Knjige:

- Davis, J.C. (2002): *Statistics and Data Analysis in Geology*, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York, 638 p.
- Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (2003.): *Applied Statistics and Probability for Engineers*, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York, 706 p.

### Izvješća:

- Posavec, K. i Hlevnjak, B. (2015.): Studija hidrauličke povezanosti proluvijalnih naslaga na lokaciji Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba s aluvijalnim naslagama zagrebačkog vodonosnika. Fond dokumentacije Ustanove Zoološki vrt grada Zagreba, Maksimirski perivoj bb, Zagreb.

### Mrežni izvori:

- URL: <http://mathbits.com/MathBits/TISection/Statistics2/correlation.htm> (pristupljeno 23. rujna 2016.)
- URL: <http://mathbits.com/MathBits/TISection/Statistics2/linear.htm> (pristupljeno 23. rujna 2016.)
- URL: <http://mathworld.wolfram.com/CorrelationCoefficient.html> (pristupljeno 23. rujna 2016.)
- URL: <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html> (pristupljeno 23. rujna 2016.)

## Abstract

### Correlation, regression and cross-correlation modelling of time series in hydrogeology

Correlation, regression and cross-correlation are one of the most commonly applied methods in modelling of time series in hydrogeology. Ground water levels in aquifer systems interact with inflows/outflows of the system i.e. ground water level oscillations strongly depend on boundary conditions of the aquifer system. Interaction of aquifer boundary conditions and ground water levels can be strong or weak, which points to importance i.e. the dominance of a certain boundary condition and its impact on ground water level rise or fall. The strength of the relationship between boundary conditions and ground water levels can be determined using correlation analysis. Interaction between boundary conditions and ground water levels can also have functional dependence, which in turn enables prediction of ground water levels in aquifer, based solely on measurements of a certain boundary conditions. Functional relationship between boundary conditions and

ground water levels can be determined using regression analysis. Likewise, interaction between boundary conditions and ground water levels can either be fast or slow, which in turn points to an impact of a certain boundary condition on ground water dynamics. In such an analysis, ground water pressure propagation can be determined using cross-correlation analysis. Aquifer boundary conditions like recharge from precipitation, recharge/drainage from rivers, lake or creeks, outflow from springs, pumping/injecting from or into the wells or inflow/outflow through aquifer outer boundaries, are designated as time series, just like ground water levels. Since processes in nature occur in cycles, which are in hydrogeology measured as one hydrologic year, time series generally contain several hundreds or even several thousands of measured data. Further, if we consider analysing national time series database, the number of data in time series can be significantly larger. In such cases we can speak about millions of measurements which need to be processed. Statistical analysis are therefore essential in studying processes in hydrogeology. Although the methods of correlation, regression and cross-correlation are well known and long present, Croatian terms related to those methods, primarily related to coefficients which numerically describe the results of correlation, regression and cross-correlation models, are often mixed. Therefore this paper also deals with Croatian statistical terms related to considered statistical method.

**Key words**

Correlation, regression, cross-correlation, time series, hydrogeology

# Netočnosti u proračunu tamnog leta meteorita

Izvorni znanstveni rad

Željko Andreić<sup>1</sup><sup>1</sup>Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb, redoviti profesor

## Sažetak

Tamni let naziv je za završni dio putanje meteorita na kojem je on već toliko usporen zemljinom atmosferom da više nije vidljiv. Jedini način da se donekle predvidi moguće mjesto pada meteorita je da se na osnovi zabilježenog svijetlog traga napravi fizikalni proračun tamnog leta. Nažalost velik dio detalja o samom meteoritu je nedostupan čak i u situaciji kad je svijetli let vrlo detaljno zabilježen, pa je zbog toga rezultat proračuna tamnog leta samo približan. U radu se diskutiraju nesigurnosti u proračunu izazvane nepoznavanjem najvažnijih detalja koji utiču na odvijanje tamnog leta (oblik meteorita, njegova rotacija za vrijeme leta, koeficijent otpora meteorita i na kraju atmosferski uvjeti u trenutku leta). Na kraju je opisana statistička metoda određivanja mogućih mjesta pada modeliranjem očekivanih varijacija nepoznatih parametara Monte Carlo metodom. Najvažniji zaključak koji proizlazi iz modeliranja je da se nesigurnost u položaju točke pada mjeri u kilometrima.

## Ključne riječi

meteoroid, meteor, meteorit, tamni let, Monte Carlo proračun

## 1. Uvod

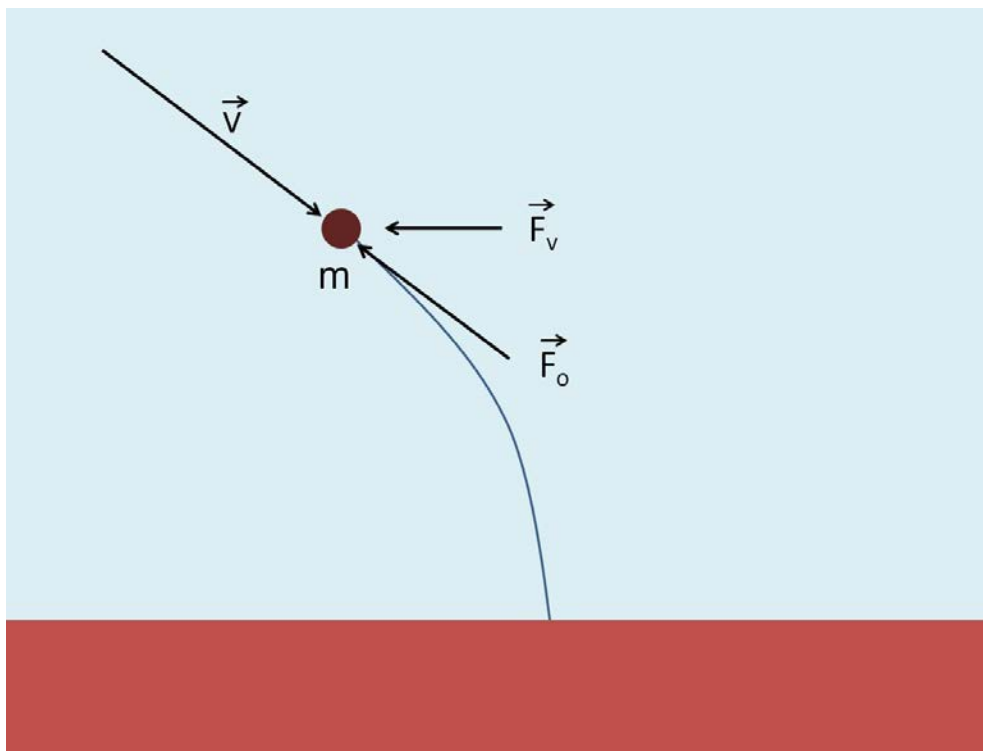
Meteoriti su ostaci malih tijela sunčevog sustava (ovdje govorimo o tijelima reda veličine metra do desetak metara) koji su u toku svog kruženja oko Sunca doživjeli sudar sa Zemljom, preživjeli let kroz njezinu atmosferu i u konačnici pali na tlo. Samo "roditeljsko" tijelo se, za vrijeme dok je u međuplanetarnom prostoru, naziva se meteoroid. Meteoroid prilikom sudara sa Zemljom uleti u zemljinu atmosferu vrlo velikom brzinom, najčešće između 20 i 70 km/s. Kod tako velike brzine otpor atmosfere postaje značajan već na visinama iznad 150 km, a zbog porasta gustoće u nižim slojevima atmosfere, na visinama od oko 100 km dolazi do naglog žarenja, ablacije površinskog sloja meteoroida i ionizacije okolnog zraka, što sve rezultira svijetlim tragom u atmosferi. Ovaj trag se naziva meteor. Kako meteor dolazi u niže i sve gušće slojeve atmosfere, otpor njegovom gibanju postaje sve veći i dovodi do naglog usporavanja (deceleracije) povezanog sa velikim mehaničkim opterećenjima meteora. Najveći dio meteora bude u potpunosti potrošen (ablatiran) ili razbijen u male komadiće prije nego što se meteor uspori dovoljno da se dinamička opterećenja toliko smanje da preostali dio tijela može dospjeti do same površine Zemlje. U rijetkim slučajevima kad je brzina i geometrija upada povoljna, a materijal meteoroida dovoljno čvrst, ipak dolazi do pada dijela meteoroida na tlo. Samo tijelo pronađeno na tlu naziva se meteorit.

Trag koji meteor ostavlja za sobom vidljiv je (noću) i zapravo je jedina indikacija da je u atmosferu uletilo neko svemirsko tijelo. Meteoroidi su obično toliko maleni da ih je nemoguće opaziti prije nego što uđu u zemljinu atmosferu i zasvijetle. Postoji jedna ili dvije iznimke meteoroida veličine desetak metara, ali to su vrlo rijetke "sretne" detekcije.

Dopisni autor: Željko Andreić  
zeljko.andreic@oblak.rgn.hr

Dio puta koji meteor prevali za vrijeme dok je vidljiv naziva se svijetli trag. Svijetli trag danas se bilježi posebnim kamerama koje su obično grupirane u opažačku mrežu (meteorska mreža) i koje, ako je trag zabilježen sa dvije ili više kamera, omogućavaju rekonstrukciju putanje meteora u atmosferi, i prethodne putanje meteoroida u svemiru.

Ako meteor preživi naglu deceleraciju i ablaciju, uspori se toliko da preostale sile otpora više nisu dovoljne za ablaciju i zagrijavanje okolne atmosfere, pa se meteor "ugasi". Preostali dio leta do zemljine površine je dakle nevidljiv i najčešće se rekonstruira na osnovu staze zabilježene za vrijeme svijetlog leta. Visine na kojima se meteor "gasi" značajno variraju. Za većinu meteora one su između 80 i 90 km, ali tu se radi o malim česticama koje nemaju šanse doprijeti do tla. Općenito se smatra da meteor ima šanse pasti na tlo ako je najniža točka svijetlog leta na visinama oko 20 km ili manje. Ovaj zadnji dio leta meteorita naziva se tamni let iz očitog razloga.



**Slika 1:** Meteorsko tijelo u tamnom letu i sile koje djeluju na njega. Po iznosu najveća je sila otpora zraka ( $F_o$ ), koja djeluje u smjeru suprotnom od smjera gibanja tijela. Uz nju na tijelo djeluje i sila vjetra ( $F_v$ ), koja može djelovati u bilo kojem smjeru, relativno prema smjeru gibanja.

Za vrijeme leta kroz atmosferu daleko najveća sila koja djeluje na meteoroid je sila otpora zraka (engl. drag force). Ona djeluje u smjeru suprotnom smjeru leta meteoroida (Slika 1) i odgovorna je za naglo usporavanje i zagrijavanje meteoroida, i sve popratne efekte koji su posljedica tog naglog usporavanja. Druga sila koja djeluje na meteoroid je sila vjetra, koja može djelovati u bilo kojem smjeru, gledano prema smjeru gibanja tijela. Za vjetar se uglavnom uzima da predstavlja horizontalno gibanje mase zraka, jer je vertikalno gibanje znatno sporije pa se zanemaruje. To naravno nije sasvim točno, o čemu će biti više riječi kasnije.

## 2. Proračun tamnog leta

Jednadžbe koje opisuju tamni let nisu komplicirane, ali se zbog promjenjivih uvjeta (tijekom leta prema dolje mijenja se gustoća atmosfere, smjer i jakost vjetra, koef. otpora ovisi o brzini, i dr.) moraju rješavati numerički. U literaturi se mogu naći zapisane u različitim oblicima, ali se u numeričkom računu koriste skalarne jednadžbe raspisane po koordinatnim osima sustava u kojem se jednadžbe rješavaju. U najjednostavnijem slučaju, koordinatni sustav



postavlja se tako da mu x-os stoji u smjeru horizontalne komponente početne brzine tijela (brzine u trenutku gašenja meteora, koju dobijamo iz podataka o svijetlom letu), y-os je u horizontalnoj ravnini, a z-os u vertikalnoj. Osi se definiraju tako da njihovi jedinični vektori tvore desnu trojku. U tom slučaju imamo sljedeći skup jednažbi (**Ceplecha et al, 1998**):

$$\frac{dv_x}{dz} = -cS\rho v \frac{v_x - v_{vx}}{v_z} \quad (1)$$

$$\frac{dv_z}{dz} = \frac{(-cS\rho v)}{v_z} \quad (2)$$

$$\frac{dv_y}{dz} = -cS\rho v \frac{v_y - v_{vy}}{v_z} \quad (3)$$

gdje su:

$v_x$ ,  $v_y$  i  $v_z$  su komponente brzine tijela u prije spomenutom koordinatnom sustavu,  $v_{vx}$ ,  $v_{vy}$  i  $v_{vz}$  su komponente brzine vjetra u istom sustavu,  $c$  je koeficijent otpora tijela (engl. drag coefficient),

$$S = \frac{A}{m} \quad (4)$$

$S$  je omjer čeonog presjeka tijela i njegove mase:

$\rho$  je lokalna gustoća zraka i  $v$  brzina tijela relativno prema okolnoj atmosferi (uključujući i vjetar!):

$$v^2 = (v_x - v_{vx})^2 + (v_y - v_{vy})^2 + v_z^2 \quad (5)$$

Početni uvjeti za integraciju ovih jednažbi su brzina u zadnjoj točki svijetlog leta i njezina vremenska promjena (tzv. deceleracija). Jednažbe se rješavaju se numeričkom integracijom, a krajnji rezultat je putanja tijela od zadnje točke svijetlog leta do tla. Na točnost rezultata utječu mnogi faktori, a najviše točnost sa kojom su pojedine veličine koje ulaze u jednažbe poznate.

### 3. Netočnosti u proračunu tamnog leta

Da bi se procijenio utjecaj netočnosti u podacima na rezultat proračuna tamnog leta, on je ponavljan uz očekivane varijacije pojedinih parametara tako da su svi ostali parametri držani na početnoj vrijednosti (**Andrečić, 2011**). Iako ovakav postupak nije sasvim točan, daje brz i dobar uvid u relativnu osjetljivost rezultata proračuna na promjene pojedinih parametara. Utjecaj istovremenih varijacija svih parametara ne može se odrediti na ovaj način, već uz pomoć malo složenijeg "Monte-karlo" postupka u kojem se svi parametri istovremeno variraju unutar zadanih granica, a račun se ponavlja mnogo puta, pri čemu su pojedine varijacije određene uz pomoć generatora slučajnih brojeva, odakle i ime postupka (po kockarnici u Monte-karlu).

#### 2.1. Početni položaj, brzina i deceleracija

Ova tri parametra određuju se na osnovu triangulacije snimaka pojedinih kamera meteorske mreže. Tipične netočnosti podataka za zadnju točku svijetlog leta za Hrvatsku meteorsku mrežu (HMM, 2016) trenutačno su sljedeće:

- netočnost u položaju, po pojedinoj koordinati:  $\pm 100$  m
- netočnost brzine:  $\pm 500$  m/s
- netočnost deceleracije:  $\pm 2000$  m/s<sup>2</sup>

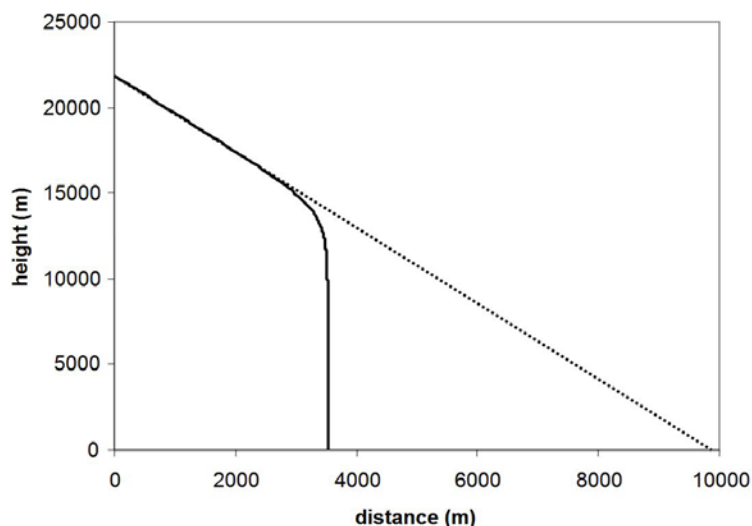
Slične netočnosti pokazuje i većina danas aktivnih meteorskih mreža u svijetu. Mreže ili setovi kamera specijalizirane namjene (npr. Europska mreža za precizno bilježenje bolida - EFN, 2016) postižu i do desetak puta veće točnosti.

Netočnost u horizontalnim koordinatama direktno se preslikava u netočnost u odgovarajućim koordinata točke pada. Utjecaj netočnosti u vertikalnoj koordinati znatno je manji, jer na kraju tamnog leta tijelo pada gotovo vertikalno prema dolje (vidi sliku 2). Utjecaj netočnosti u brzini, i posebno u deceleraciji, u velikoj mjeri određuje ukupnu netočnost u rezultatima proračuna, o čemu će više riječi biti u tekstu koji slijedi.

## 2.2. Gustoća zraka

Gustoća zraka brzo raste sa smanjenjem visine. Najčešće se gustoća zraka određuje uz pomoć tzv. standardnog modela atmosfere. Tih modela ima nekoliko, a autor koristi standardnu američku atmosferu iz 1976. (NASA, 1976). Naime, za razliku od npr. EU standarda, američki je javno dostupan bez ikakve naknade. Moderniji modeli su poboljšani za visine iznad 100 km, a gotovo su identični za manje visine, koje su od interesa za ove proračune, pa nema potrebe koristiti modernije i složenije modele atmosfere.

Ako na raspolaganju imamo mjerenja stanja atmosfere (tzv. sondiranja balonom) s neke od meteoroloških postaja u blizini, mogu se koristiti podaci tih mjerenja, koja obično uključuju gustoću, temperaturu i podatke o vjetru za visine do oko 20 km iznad tla. Problem predstavlja mala gustoća takovih postaja (npr. u Hrvatskoj postoje samo dvije, locirane u Maksimiru i Zemunik) i mala frekvencija uzorkovanja (obično jedno u toku dana, te jedno noću, u RH u 0 i 12 sati svjetskog vremena, vidi DHMZ, 2016). Ovakva su mjerenja zapravo jedina mogućnost da dobijemo kakve-takve podatke o realnom stanju atmosfere pa se zato koriste, ako je ikako moguće. O gustoći zraka ovisi usporavanje meteorita, tako da je njeno poznavanje prilično bitno. Modeliranje pokazuje da su netočnosti u položaju točke pada meteorita zbog mogućih varijacija u profilu gustoće zraka po visini oko  $\pm 200$  m.



**Slika 2:** Atmosfera naglo usporava let meteorita i on vrlo brzo prelazi u prosti pad. Na slici je prikazana staza modeliranog meteorita (model je baziran na podacima Križevačkog meteorita) u ravni početne staze (puna linija). U ovom je računu zanemaren vjetar. Crtkana linija zorno pokazuje kako bi se let odvijao da ne postoji zemljina atmosfera. U tom slučaju meteorit punom brzinom i bez promjene smjera udara u tlo nebeskog tijela. Ovakve pojave danas se mogu instrumentalno opažati na Mjesecu. Slika preuzeta iz Andreić, 2011.

### 2.3. Koeficijent otpora i gustoća meteoroida

Koeficijent otpora nažalost nije konstantan, nego ovisi o obliku tijela i njegovoj brzini. Kako oblik tijela nije moguće dokučiti iz raspoloživih podataka, u proračunu tamnog leta pretpostavlja se da tijelo ima oblik kugle, zato jer je za kuglu koeficijent otpora i teoretski i eksperimentalno najlakše dokučiti. Veliki je problem ovdje činjenica da pri početku tamnog leta brzina tijela višestruko nadmašuje brzinu zvuka u atmosferi, a pri samom kraju je znatno manja od nje. Literatura obiluje mnoštvom podataka o koeficijentu otpora kugle za razne brzine kretanja. Primjerice, Cepleha (Cepleha, 1987) daje tabelirani set koeficijenata otpora kugle za područje brzina od 0 do 4 mach-a. Autor u svojim proračunima koristi moderniji set podataka koji pokriva cijelo područje mogućih brzina meteoroida (Carter et al, 2009). Problem nepoznavanja koeficijenta otpora i gustoće meteoroida u praksi se rješava tako da se produkt  $cS$  određuje na osnovu početnih uvjeta. Naime, ovaj produkt povezan je sa deceleracijom, pa se može odrediti na osnovu početnih podataka kao:

$$(cS)_o = -\frac{1}{\rho v_o^2} \left( \frac{dv}{dt} \right)_o \quad (6)$$

Kako proces ablacije završava krajem svijetlog leta, ne očekuje se promjena gustoće ili oblika tijela (izuzev mogućeg raspada, ako se on već nije dogodio za vrijeme svijetlog leta, ali on se u ovom jednostavnom izračunu ne uzima u obzir). To znači da je omjer površine presjeka i mase tijela,  $S$ , je konstantan za cijelo vrijeme tamnog leta a konstanta  $c$  se mijenja po relativnom iznosu u ovisnosti o brzini, za što se koriste prije spomenuti podaci za kuglu. Drugim riječima, u računu se mijenja vrijednost umnoška  $cS$  proporcionalno odgovarajućoj relativnoj promjeni koeficijenta  $c$  s brzinom leta tijela.

U jednadžbu za procjenu umnoška  $cS$  ulaze brzina i deceleracija. Obje veličine poznate su nedovoljno točno, pa je konačni utjecaj njihove netočnosti na rezultate proračuna velik. U našim simulacijama on je iznosio i do 500 m u smjeru leta meteorita.

Na kraju, koeficijent otpora ovisi o obliku tijela, koji iz raspoloživih podataka triangulacije ne možemo dokučiti. Međutim, procjena umnoška  $cS$  ovu promjenu automatski uzima u obzir. Problem predstavljaju tijela koja rotiraju, jer se sa rotacijom može mijenjati koeficijent otpora a javlja se i tzv. Magnusov efekt: zbog rotacije dolazi do pojave bočne sile, proporcionalne brzini rotacije, koja skreće tijelo sa prvobitnog smjera kretanja. Kako nam podaci o rotaciji meteoroida nisu poznati, ovu silu ne možemo predvidjeti, pa se u proračunima tamnog leta ni ne uzima u obzir. Srećom, u većini slučajeva otpor zraka stabilizira tijelo u ravnotežnom položaju (dakle bez ikakve rotacije), što se može zaključiti iz tragova ablacije pronađenih na meteoritima, pa je ova pretpostavka za većinu meteorita opravdana. Rotacija se može pojaviti prilikom raspada tijela u toku leta, no tada se pojavljuju i mnogi drugi efekti koji imaju značajno veći utjecaj na putanje fragmenata od same rotacije. Proračun tamnog leta sa raspadom izuzetno je kompleksan i podložan mnogim dodatnim pretpostavkama, pa ga ovdje nećemo diskutirati. Možemo samo napomenuti da u najjednostavnijem slučaju let fragmenata od trenutka raspada možemo proračunavati individualno istim postupkom koji je ovdje opisan. Najveći problem su početni uvjeti, odn. brzine, smjerovi i deceleracije fragmenata u trenutku loma matičnog tijela.

### 2.4. Vjetar

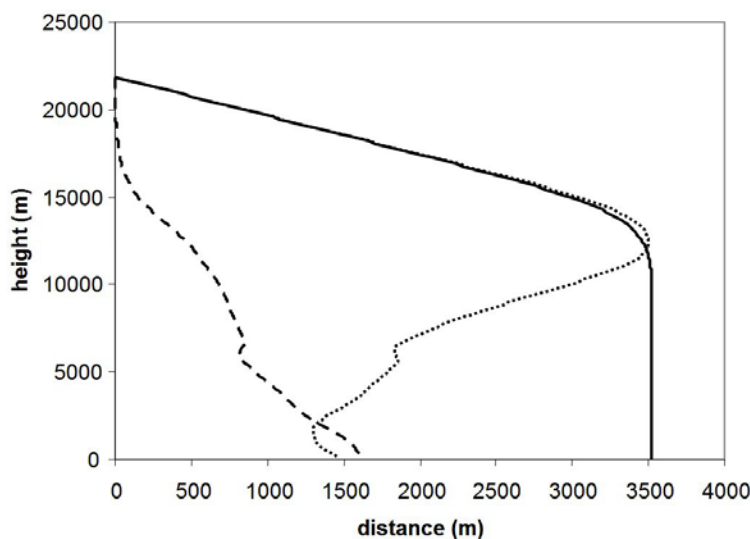
Vjetar proizvodi dodatnu silu otpora, koja se opisuje istim jednadžbama otpora koje i vrijede za otpor zraka, ali je ta sila sad u smjeru vjetra a ne u smjeru leta tijela, što komplicira situaciju. Utjecaj vjetra uključen je u jednadžbe 1-6 navedene na početku ovog teksta. U njima je međutim zanemarena vertikalna komponenta vjetra, što je u meteorologiji uobičajeno, pa tako ni sondažni podaci ne uključuju taj podatak, već daju samo podatke o vjetru u horizontalnom smjeru. U većini slučajeva vertikalna komponenta vjetra je znatno manja od horizontalne, pa se to zanemarivanje zato i radi.

Ovisno o veličini umnoška  $cS$  i visine na kojoj se tijelo nalazi, ono će nakon nekoliko sekundi do desetak sekundi leta poprimiti lokalnu brzinu vjetra, tj. vjetar će tijelo "nositi" sa sobom. Ovisno o strukturi polja vjetra po visini, konačni pomaci točke pada na tlo su značajni i mogu se mjeriti u kilometrima.

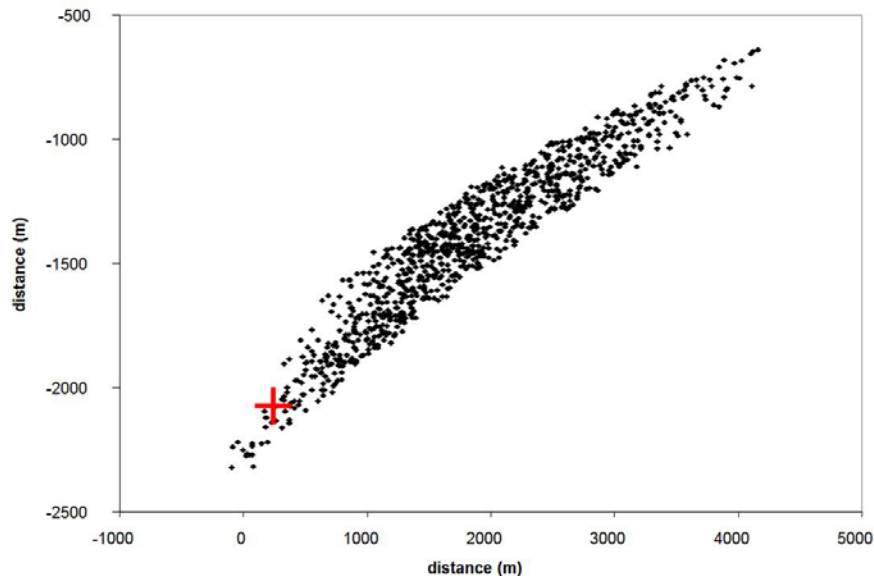
Efekt vjetra na let križevakog meteorita [meteorit Križevci (2016)] ilustriran je na slici 3. Krajnji pomak od točke pada u mirnoj atmosferi je smjeru leta oko 2000 m, a u smjeru okomitom na njega oko 1600 m.

## 2.5. Monte Carlo - istovremena simulacija svih utjecaja

Utjecaj istovremenih varijacija svih parametara procijenjen je uz pomoć nešto složenijeg "Monte Carlo" postupka. Kod takvog računa se svi parametri istovremeno mijenjaju unutar zadanih granica, a račun se ponavlja mnogo puta, pri čemu su promjene pojedinih podataka određene uz pomoć generatora slučajnih brojeva. Svaki računski postupak daje stazu jednog pretpostavljenog meteorita, koji se često puta naziva i virtualni meteorit. Kako na kraju imamo jako mnogo podataka, obično se detalji leta kroz atmosferu ispuštaju, i promatra se samo položaj točke pada na tlu. Na primjeru križevačkog meteorita postupak je ponovljen 1000 puta, a rezultat je prikazan na slici 4. Sve točke pada mogu se okružiti elipsom čije poluosi su oko 500 i 4500 m. Ova elipsa zapravo definira područje u kojem bi trebalo tražiti sam meteorit, i ona je znatno doprinijela pronalasku križevačkog meteorita. U literaturi se mogu naći stvarne elipse pada (koje su formirane oko mjesta nalaska pojedinih fragmenata velikih meteorita, u slučaju kad ih je nađeno mnogo) koje su slične veličine, ili čak i nekoliko puta veće od elipse pada na slici 4.



**Slika 3:** Utjecaj vjetra na let meteorita. Račun je napravljen za križevački meteorit, uz podatke za vjetar uzete iz mjerenja sonđazne postaje Maksimir. Puna linija: let u mirnoj atmosferi (bez vjetra). Crtkana linija: putanja meteorita u smjeru okomitom na početnu ravninu leta. Točkasta linija: putanja meteorita u početnoj ravnini leta. Slika preuzeta iz **Andreić, 2011.**



**Slika 4:** Rezultat Monte-karlo simulacije je položaj točke pada za svaki virtualni meteorit posebno (crne točke). Vidljiv je veliki rasap točaka pada, određen promjenama pojedinih ulaznih veličina koje opisuju meteorit i stanje atmosfere. Križić označava stvarno mjesto pada križevačkog meteorita. Nadopunjena slika iz **Andreić, 2011**.

### 3. Zaključci

U proračun putanje meteorita za vrijeme tamnog leta ulaze mnoge varijable, od kojih je većina poznata sa nedovoljnom točnošću. Ukupni efekt svih netočnosti je da je predviđanje stvarne točke pada vrlo nesigurno, sa greškama koje se mjere u kilometrima. Najveće greške pri tome donose netočnosti u početnoj brzini i usporavanju meteorita, te nedovoljno točni podaci o vjetru. Površina na koju je moguć pad proračunavanog meteorita može se približno odrediti višestrukim proračunavanjem tamnog leta uz istovremene slučajne varijacije pojedinih veličina koje ulaze u račun uz upotrebu tzv. Monte Carlo metode. Ova metoda je polučila uspjeh kod potrage za križevačkim meteoritom, koji je danas tek 5. službeno registrirani meteorit s područja RH, i ujedno jedan od onih s najtočnije određenom stazom roditeljskog meteoroida u svemiru (**Borovička et al, 2015**).

### 4. Zahvale

Rad je djelomično potpomognut sveučilišnom potporom "Matematička istraživanja u geologiji" (voditelj T. Malvić) Sveučilišta u Zagrebu za 2016.

### 5. Popis literature

- Andreić, Ž. (2011): International Meteor Conference 2011, Sibiu, Romania 15th-18th September, 2011, talk+poster, full paper in Proceedings of the IMC, Sibiu, 2011, 23-28 .
- Borovička, J., Spurny, P., Šegon, D., Andreić, Ž., Kac, J., Korlević, K., Atanackov, J., Kladnik, G., Mucke, H., Vida, D., and Novoselnik, F. (2015): The instrumentally recorded fall of the Križevci meteorite, Croatia, February 4, 2011, *Meteoritics & Planetary Science*, 50, 1-16.
- Carter, R. T., Jandir, P. S. and Kress, M. E. (2009): Estimating the drag coefficients of meteorites for all mach number regimes, 40th Lunar and Planetary Science Conference, (Lunar and Planetary Science XL), held March 23-27, 2009 in

The Woodlands, Texas, id.2059, <http://adsabs.harvard.edu/abs/2009LPI....40.2059C> , pristupljeno 27.9.2016.

Ceplecha, Z. (1987): Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks, Bull. Astron. Inst. Czechosl. 38, 222-234.

Ceplecha, Z., Borovička, J., Elford, W. G., Revelle, D. O., Hawkes, R. L., Porubčan, V. and Šimek, M. (1998): Meteor phenomena and bodies, Space Science Reviews, 84, 327-341.

NASA (1976): US standard atmosphere 1976, National oceanic and atmospheric administration, National aeronautic and space administration, United States air force, Washington D.C., October 1976, NOAA-S/T 76-1562.

#### **Internetski izvori:**

DHMZ, 2016: <http://vrijeme.hr/aktpod.php?id=sonda&param=maksimir> i <http://vrijeme.hr/aktpod.php?id=sonda&param=zadar>, pristupljeno 29. 9. 2016.

EFN, 2016: [https://en.wikipedia.org/wiki/European\\_Fireball\\_Network](https://en.wikipedia.org/wiki/European_Fireball_Network), pristupljeno 29. 9. 2016.

HMM, 2016: <http://cmn.rgn.hr/>, pristupljeno 29. 9. 2016.

meteorit Križevci (2016), <http://www.lpi.usra.edu/meteor/metbull.php?code=60213>, pristupljeno 29. 9. 2016.

## **Abstract in English**

### **Inaccuracies in meteorite dark flight calculations**

Dark flight is the final part of the meteorite trajectory in the atmosphere during which the meteorite is already so slowed down by the air resistance that it ceases to be visible. The only way to at least roughly predict the possible position of the impact point of the meteorite is to use data from the visible part of the trajectory to initiate calculations of the dark flight. Unfortunately, a lot of details about meteorite itself cannot be reconstructed from the meteor trail, even in cases when it is known with great detail. Because of that, results of the dark flight calculations are only approximate. The influence of uncertainties of various data that enter the dark flight calculation (the shape of the meteorite, its rotation during the flight, the drag coefficient of the meteorite and finally the atmospheric conditions at the moment of the flight) is discussed. A Monte Carlo based method of calculating the spread of possible impact points is presented. The most important conclusion is that the total inaccuracy in the position of the impact point of a meteorite is of the order of a few kilometres.

#### **Key words**

meteoroid, meteor, meteorite, dark flight, Monte Carlo calculation

# Analiza radarskih procjena oborine u središnjoj Hrvatskoj

Toni Jurlina<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Državni Hidrometeorološki Zavod, Grič 3, 10000 Zagreb, stručni suradnik

---

## Sažetak

Dobro praćenje oborine je od velike važnosti u mnogim granama ljudskog djelovanja koje koriste meteorološke informacije. Oborina je varijabilna u vremenu i prostoru i zato je poželjno koristiti alate koji osiguravaju dobru prostornu i vremensku razlučivost te pojave. U tu svrhu se koristi meteorološki radar radarskog centra Bilogora. No, radar oborinu ne mjeri direktno već je procjenjuje na način da reflektirani elektromagnetski signal pomoću Z-R relacije pretvara u oborinu. U ovom radu analizirano je razdoblje od 01.12.2015 do 31.08.2016. usporedbom zemaljskih mjerenja satne akumulirane oborine s glavnih meteoroloških postaja i radarske procjene oborine pripadajućih piksela. Utvrđeno je da radar precjenjuje oborinu. Takvu sustavnu pogrešku radarske procjene moguće je umanjiti klimatološkim podešavanjem pristranosti (*eng. BIAS adjustment*).

---

## Ključne riječi

oborina, glavna meteorološka postaja, meteorološki radar, Z-R relacija, klimatološko podešavanje pristranosti

## 1. Uvod

Oborina je jedan od najnepredvidljivijih parametara u meteorologiji. Dobro poznavanje i praćenje oborine od velike je važnosti ne samo u znanstvenim i stručnim krugovima, već i u drugim granama ljudskog djelovanja koje koriste meteorološke informacije (Jelić, 2013). Oborina varira i u vremenu i u prostoru pa je potrebno koristiti odgovarajuće alate za dobru prostornu i vremensku razlučivost ove pojave, stoga se javlja potreba za radarskim mjerenjima. Glavna prednost radarskih mjerenja je visoka prostorna i vremenska rezolucija. Princip rada radara je da odašilje elektromagnetski val u raznim smjerovima u atmosferu i natrag prima oslabljene reflektirane valove u obliku signala. Taj signal se računa pomoću radarske jednadžbe. Iz nje je moguće izvesti empirijsku Z-R relaciju koja povezuje reflektivnost Z i intezitet oborine R:

$$Z = aR^b \tag{1}$$

gdje su:

Z – reflektivnost (dBZ),

R – intezitet oborine (mm/h),

a – empirijski koeficijent,

b – empirijski koeficijent (Wilson i Brandes, 1979).

Postoje razne Z-R relacije (1) ovisno o tipu oborine, geografiji i dr. Ako se radarske procjene slažu s prizemnim mjerenjima može se zaključiti da sve točke radarskog područja daju dobru procjenu oborine. No, postoji niz čimbenika koji utječu na odstupanja radarskih procjena i prizemnih mjerenja. Neki od njih su atenuacija signala, atmosferska refrakcija, pojas pojačane reflektivnosti, refleksija od nemeteoroloških objekata itd. (Lee i Zawadzki, 2004). Prizemna mjerenja su prostorno još uvijek vrlo rijetka što doprinosi ukupnoj nepouzdanosti dok gušća mjerenja najčešće nisu moguća zbog nedostatka financija (Borga, 2002). Stoga se nameće potreba za alternativnim metodama mjerenja. Daljinska mjerenja (*eng. Long range sensing*), primjerice korištenje meteoroloških radara, u zadnjih 50-ak godina

dobivaju sve važniju ulogu u promatranju prirodnih fenomena te se puno pažnje pridodaje njihovom razvoju (Rinehart, 2004).

Kišomjerna postaja sama po sebi, može imati pogrešku mjerenja naročito ako pri jakom intezitetu oborine postoji i jaki prizemni vjetar. Broj kišomjernih postaja je obično vrlo mali te se pri lokalnim konvektivnim procesima može dogoditi da se oborina ne zabilježi. Radijus područja obuhvaćenog radarom je 240 km. Širina radarske zrake je 2° a to znači da je na udaljenosti 100 km od radara širina zrake dvostruko veća nego na udaljenosti od 50 km. Zato se manji i udaljeniji procesi krivo interpretiraju (Jelić, 2013). U ovom radu je korištena metoda usporedbe radarske reflektivnosti i prizemnih mjerenja.

## 2. Metode

Glavni cilj ovog rada je kalibracija radarskih procjena oborine. U tu je svrhu promatrano šire područje središnje Hrvatske obuhvaćeno radarom radarskog centra Bilogora. Provedena je usporedba radarskih procjena s mjerenjima glavnih, odnosno automatskih meteoroloških postaja (AMP) Varaždin, Krapina, Puntijarka, Zagreb–Maksimir, Karlovac, Ogulin, Sisak, Križevci, Bjelovar, Bilogora, Daruvar, Gorice, Slavonski Brod i Osijek. S navedenih postaja preuzete su satne vrijednosti oborine za razdoblje 01.12.2015.-31.08.2016. Za isto razdoblje stvorene su satne radarske procjene oborine radarskog centra Bilogora. Prikupljeni podaci u HDF5 formatu u tu su svrhu raspakiravali u programskom paketu *R-statistics* čime su dobivene mape rezolucije 480 x 480 piksela što je ekvivalentno dimenziji piksela od oko 1 x 1 km<sup>2</sup>. Za potrebe ovog rada zanemaren je problem širenja radarske zrake te je pretpostavljeno da je dimenzija piksela iste veličine na svim udaljenostima od radarskog centra Bilogora. Kako je već navedeno, lošija rezolucija na većim udaljenostima vjerojatno će biti glavni uzrok nepouzdanosti između radarskih procjena oborine i prizemnih mjerenja (Jelić, 2013). Kako su prizemna mjerenja u satnim vremenskim koracima tako je svaki od četiri 15-minutnih radarskih uzoraka pomoću Z-R relacije pretvoren u satnu vrijednost. Za svaku meteorološku postaju bilo je potrebno odrediti odgovarajući radarski piksel. To je napravljeno pomoću paketa *Q-GIS* i *R-statistics*. Promatran je slučaj s utjecajnim područjem od jednog piksela (oko 1 x 1 km<sup>2</sup>).

## 3. Obrada i rezultati

Svaka HDF5 mapa je učitana u programski paket *R-statistics* i iz njih su dobivene informacije o radarskoj procjeni oborine. Unaprijed su bili određeni pikseli za svaku meteorološku postaju. Analizirani su podaci sa svih četrnaest postaja. U **tablici 1** prikazana je suma izmjerene i procijenjene oborine u promatranom razdoblju.

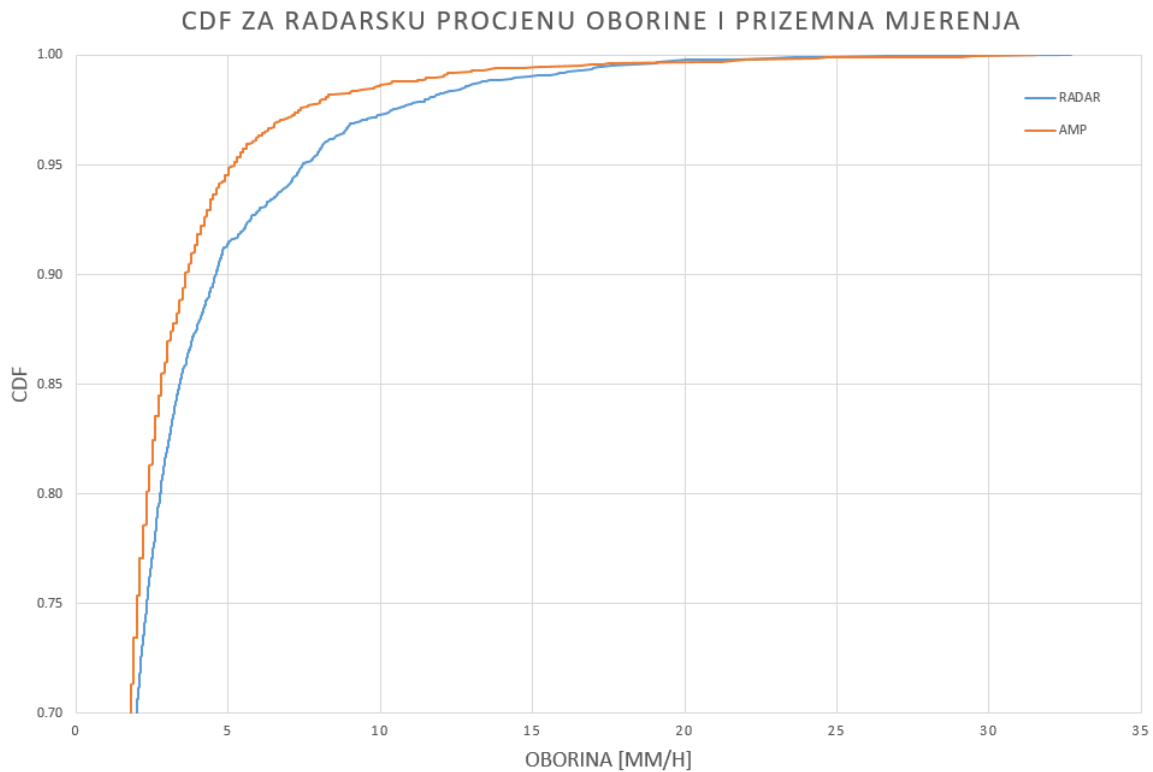
	RADAR suma (mm)	AMP suma (mm)
Varaždin	899	598
Krapina	742	618
Puntijarka	1876	635
Zagreb-Maksimir	935	589
Karlovac	1171	741
Ogulin	980	1073
Sisak	769	645
Križevci	628	629
Bjelovar	571	552
Bilogora	708	416
Daruvar	967	723
Gorice	804	606
Slavonski Brod	491	500
Osijek	1059	495

**Tablica 1:** Suma radarske procjene oborine pripadajućeg piksela i prizemno mjerenje na meteorološkim postajama za razdoblje 1. 12. 2015. - 31. 8. 2016.



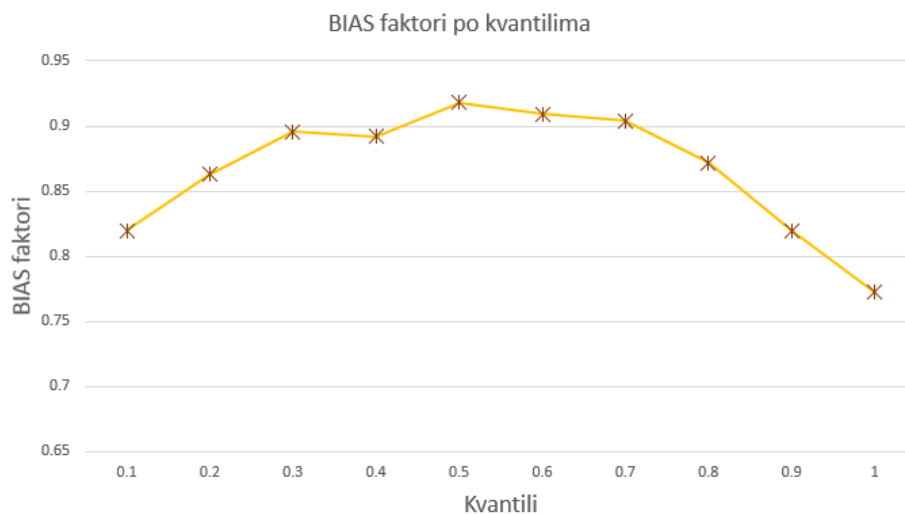
Iz priložene tablice moguće je zaključiti da radar uglavnom precjenjuje količinu oborine. Maskimalna ukupna izmjerena količina oborine zabilježena je na postaji Ogulin (1073 mm) a pripadajuća radarska sumarna procjena relativno se slaže s njom. Maksimalnu ukupnu procjenu radarom ima piksel koji odgovara postaji Puntijarka. Ta postaja zajedno s postajom Osijek imaju najveće sumarno odstupanje radarskih procjena oborine od prizemnih mjerenja.

Potom se pristupilo klimatološkom podešavanju pristranosti (*eng. BIAS adjustment*) radarske procjene oborine obzirom na zemaljska mjerenja. Pri klimatološkom podešavanju pristranosti nije bitan redoslijed događaja pa su podaci s navedenih postaja poredani u bezvremenski niz. Sortirani su od najmanje do najveće vrijednosti prizemne oborine i radarske procjene. Usporedba parova satnih prizemnih mjerenja i pripadajuće radarske procjene je zbog velikog neslaganja izostavljena. Također su u ovom prikazu izostavljene sve vrijednosti manje od 0,5 mm/h jer su takve pojave učestale i zanemarive. Nakon uklanjanja suvišnih podataka preostalo je 2812 satnih vrijednosti radarske procjene i zemaljskih mjerenja. Na **slici 1** je prikazana funkcija kumulativne distribucije (CDF) zemaljskih mjerenja (AMP) i radarske procjene a zbog preglednosti je prikazan samo dio u kojem je CDF veći od 0,7.



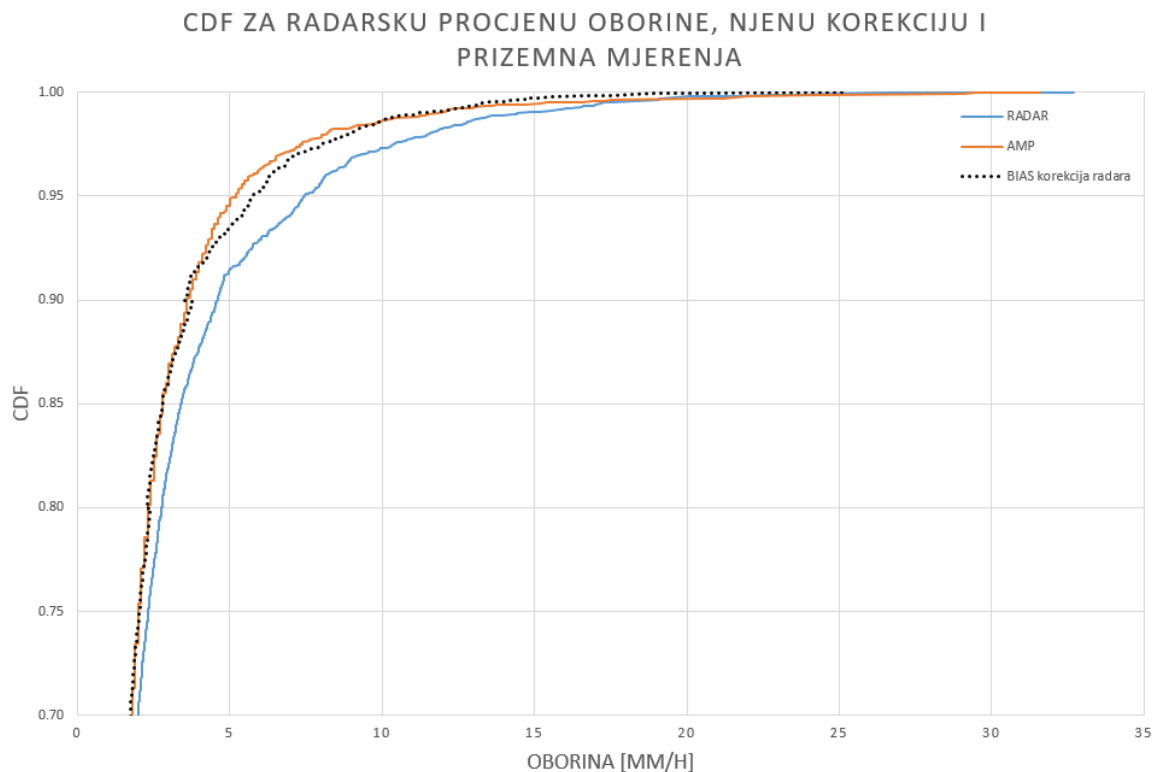
**Slika 1:** Funkcija kumulativne distribucije (CDF) za zemaljska mjerenja (AMP) i radarsku procjenu oborine

Satna količina oborine od 2 mm/h ili manje je zabilježena radarom i zemaljskim mjerenjima u gotovo 70 % slučajeva svih oborinskih događaja. **Slika 1** također potvrđuje prijašnji zaključak da radar precjenjuje oborinu obzirom na zemaljska mjerenja. Mogući uzroci za to su: neprikladno odabran radarski piksel za procjenu oborine, prigušenje signala zbog gubitka rezolucije i mali vremenski niz. Klimatološko podešavanje pristranosti se provodi na način da se sortirani nizovi satnih količina oborine AMP-a i radara podijele na deset jednakih djelova te se svakom od deset kvantila odredi faktor prilagodbe pristranosti (BIAS faktor).



**Slika 2:** BIAS faktori klimatološkog podešavanja radarske procjene oborine po kvantilima CDF-a

Na **slici 2** su prikazani BIAS faktori po kvantilima. Radar precjenjuje oborinu u cijelom rasponu a ponajviše za njene najmanje i najveće vrijednosti. Na **slici 3** je prikazan CDF zemaljskih mjerenja, radarske procjene i radarske korekcije BIAS-a. Iz te je slike vidljivo da se korigirana radarska procjena puno bolje podudara sa zemaljskim mjerenjima.



**Slika 3:** Funkcija kumulativne distribucije (CDF) za zemaljska mjerenja, radarsku procjenu oborine i BIAS korekciju radarske procjene

## 4. Zaključci

Cilj ovog rada je bio procijeniti preciznost meteorološkog radara s radarskog centra Bilogora, odrediti CDF i klimatološki BIAS radarske procjene obzirom na zemaljska mjerenja te kalibrirati radarsku procjenu oborine. Korišteni su podaci o oborini za razdoblje 01.12.2015.-31.08.2016. godine. Prizemna mjerenja oborine dobivena su sa četrnaest automatskih meteoroloških postaja te su sve korištene za kalibraciju podataka. U prvom dijelu rada je pokazano da radar klimatološki precjenjuje prizemna mjerenja. Najvjerojatniji razlozi su: neprikladno odabran radarski piksel za procjenu oborine, prigušenje signala zbog gubitka rezolucije, mali vremenski niz. U drugom dijelu rada je određen CDF za radarsku procjenu oborine i prizemna mjerenja. Također su određeni BIAS faktori korekcije. Tako je napravljena klimatološka korekcija radarske procjene oborine za četrnaest postaja u odabranom razdoblju. Kako bi se ostvario napredak u ovom području u budućnosti bi se trebalo usmjeriti na dnevne analize, proučavanje duljih vremenskih perioda, razdvojeno proučavanje slučajeva oborine u obliku kiše i oborine u obliku snijega te bi prilikom proučavanja trebalo odabrati samo one meteorološke postaje koje nemaju velikih neslaganja s radarskim procjenama oborine.

## 6. Popis literature

- Borga, M. (2002): Accuracy of radar rainfall estimates for streamflow simulation, *Journal of Hydrology*, 267, 26-39.
- Jelić, D. (2013): Analiza radarskih procjena oborine, diplomski rad.
- Lee, G. W. i Zawadzki, I. (2004): Variability of drop size distributions: time-scale dependence of the variability and its effects on rain estimation, *Journal of Applied Meteorology*, 4, 241-255.
- Rinehart, R. E. (2004): Radar for meteorologists, Rinehart Publications, Grand Forks, 482.
- Wilson, J. W. i Brandes, E. A. (1979): Radar measurement of rainfall-a summary, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 60, 1048-1058.

## Abstract in English

### Analysis of radar precipitation estimation in central Croatia

Good monitoring of precipitation is of great importance in many fields of human activity that use meteorological information. Precipitation is highly variable in space and time and therefore it is advisable to use tools that provide good spatial and temporal resolution of the phenomenon. For this purpose is used the meteorological radar from radar center of Bilogora. However, radar precipitation is not measured directly but is estimated in a way that reflected electromagnetic signal turns into precipitation using the Z-R relation. This paper analyzes the period from 1. 12. 2015. to 31. 8. 2016. comparing the ground measurements of hourly accumulated precipitation from the main meteorological stations and radar associated pixels precipitation estimation. It was found that radar overestimates precipitation. Such systematic radar estimation error is possible to reduce with climatological BIAS adjustment.

### Key words

precipitation, main meteorological station, meteorological radar, Z-R relation, BIAS adjustment



# Višnjanski program astrometrije malih tijela Sunčeva sustava, tehnološki preokret i napuštanje Väisälä paradigme

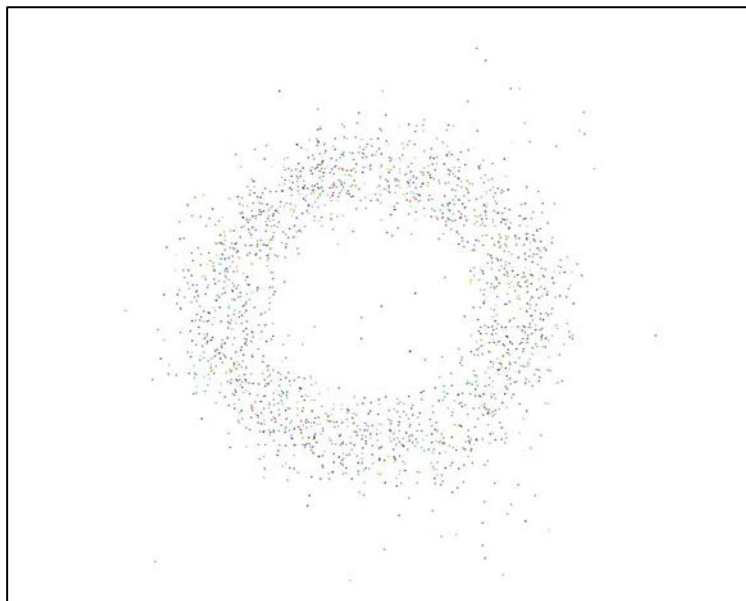
Korado Korlević<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Znanstveno Edukacijski Centar Višnjan, Istarska 5, Višnjan, voditelj.

---

## Sažetak

Početak dvadesetog stoljeća bilo je vrijeme naglog razvoja fotografije u astronomskim istraživanjima. Astronomske opservatorije i istraživači su se natjecali ne samo u broju otkrića već i u potrazi za najefikasnijim načinom korištenja fotografskog medija. U području astrometrije asteroida su metode koje je razvio finski astronom Yrjö Väisälä postale standardni pristup. Dolaskom digitalne fotografije mnoge su prednosti tih metoda prestale postojati ili su postale kočnica bržeg razvoja. Pri Zvezdarnici Višnjan je iskorišten trenutak tehnološkog razvoja CCD detektora da se radikalno odstupi od te paradigme. Iskorak se isplatio, prestalo se gubiti novootkrivena tijela, otkriveno je i numerirano preko 1.400 nebeskih tijela, a potencijalno opasni objekti i oni s neobičnim putanjama brzo bi se istaknuli među snimanom populacijom.



**Slika 1:** Trenutni položaj (na dan 3. 10. 2016.) prvih 8000 asteroida jasno pokazuje kako je većina njih grupirana u tzv. asteroidnom pojasu. Najzanimljiviji su međutim oni, koji nisu, nego imaju putanje koje ih mogu dovesti u blizinu Zemlje.

---

## Ključne riječi

asteroidi, metode traženja, tijela koja prolaze blizu Zemlje (NEO)

## **Abstract**

At the beginning of the 20th century photographic methods in astronomy evolved rapidly. Astronomical observatories and astronomers themselves contested not only in number of discoveries but also in search for the most efficient use of photographic methods. In the field of asteroid astrometry methods developed by the Finish astronomer Yrjö Väisälä became standard approach to the problem. With the rise of digital photography many advantages of these classical methods ceased to exist, or even became obstacles to faster development of the field. At the Višnjan Observatory this moment was used to radically step out of this paradigm. The step out paid itself, the newly discovered bodies were not lost anymore, over 1400 new celestial bodies were discovered and numbered, and potentially hazardous objects and those with unusual orbits rapidly stud up among the recorded population.

## **Keywords**

asteroids, search methods, Near Earth Objects (NEO)

# Metoda kalibracije vidnog polja kamera Hrvatske meteorske mreže

Damir Šegon<sup>1,2</sup>

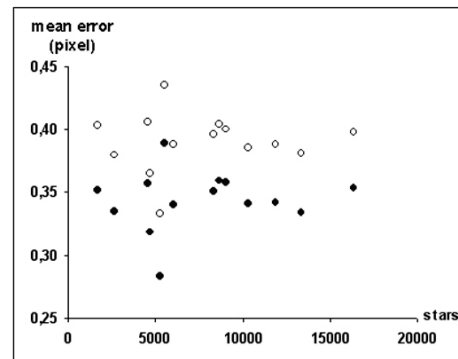
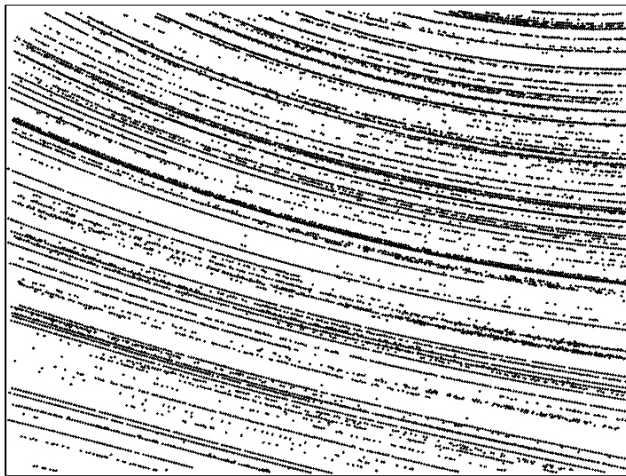
<sup>1</sup>Astronomsko društvo „Istra“ Pula, Park Monte Zaro 2 (Glavinićev uspon 1), Pula, tajnik udruge

<sup>2</sup>Znanstveno Edukacijski Centar Višnjan, Istarska 5, Višnjan, koordinator projekta Hrvatske meteorske mreže

---

## Sažetak

Projekt Hrvatske meteorske mreže od samih početaka nastoji razvijati vlastite metode kako opažanja tako i obrade prikupljenih podataka. Jedan od osnovnih problema opažanja meteora je preciznost, koja u velikoj mjeri ovisi o kvalitetnoj kalibraciji vidnog polja kamera kojima se meteore snima. Standardna metoda koristi položaje zvijezda određene iz pojedinačnih snimaka što predstavlja izazov budući da broj zvijezda na pojedinačnim snimcima u većini slučajeva nije dovoljan za kvalitetnu kalibraciju (tipično 30-ak za kamere HMM), pri čemu najveći problem predstavlja neravnomjeren raspored kalibracijskih zvijezda u vidnom polju kamere. Činjenica da su kamere nepomične te da se zvijezde prividno gibaju u vidnom polju kamere omogućava metodu kojom se u izračun deformacija vidnog polja uključuje položaje zvijezda sa svih snimaka prikupljenih u tijeku jedne noći (tipično više od 10 000). Na taj se način postiže puno veća uniformnost pokrivenosti vidnog polja kalibracijskim zvijezdama a samim time i preciznije određivanje stvarnog položaja meteora na nebeskom svodu.



Slika 1: Položaji svih kalibracijskih zvijezda za jednu noć opažanja i rezultirajuće greške u položaju zvijezda nakon kalibracije distorzije u slici.

---

## Ključne riječi

meteor, kamera, kalibracija vidnog polja

---

**Abstract**

The Croatian Meteor Network (CMN) from its beginning tries to develop its own methods of observation and data reduction. One of the most important problems in meteor observing is precision, which mostly depends on quality of calibration of the recording camera field of view (FOV). The standard method of calibration uses positions of stars recorded in the single images, which poses a great challenge due to the low number of stars recorded on such an images, which is not sufficient for precise calibration (typically about 30 stars for the CMN cameras). The largest problem is non-uniform distribution of stars in the camera FOV. The fact that cameras are fixed in position and consequently stars move through the FOV enables a method of calibration that uses all star's positions recorded on entire image collection made during the night (typically more than 10,000). This method achieves much larger uniformity of FOV coverage with calibration stars and thus more precise determination of real meteor position on the sky dome.

**Keywords**

Meteor, camera, calibration of the field of view



# Homogenizacija nemješivog nestlačivog dvofaznog toka u poroznoj sredini s dvostrukom poroznošću

**Brahim Amaziane<sup>1</sup>; Mladen Jurak<sup>2</sup>; Leonid Pankratov<sup>3</sup>; Anja Vrbaški<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Laboratoire de Mathématiques et de leurs Applications, CNRS-UMR 5142 Université de Pau, Av. de l'Université, 64000 Pau, Francuska, Maître de Conférences HDR

<sup>2</sup> Prirodoslovno-matematički fakultet, Bijenička cesta 30, 10000 Zagreb, redovni profesor

<sup>3</sup> Laboratory of Fluid Dynamics and Seismic, Moscow Institute of Physics and Technology, 9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Rusija

<sup>4</sup> Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb, docent

---

## Sažetak

Promatramo nemješivi nestlačivi dvofazni tok kroz frakturiranu poroznu sredinu. Pukotinska (frakturirana) šuplikava sredina je posebni tip porozne sredine koji se često susreće u hidrologiji i naftnom inženjerstvu, a kojeg karakterizira prisustvo dvije porozne strukture s bitno različitim svojstvima provođenja: povezani sustav visoko provodnih pukotina, za koje se pretpostavlja da imaju debljinu reda veličine  $\varepsilon$ , je isprepleten s matricom - nepovezanim  $\varepsilon$ -periodičkim skupom koji se sastoji od blokova standardne porozne sredine. Ovdje je  $\varepsilon$  veličina tipičnog poroznog bloka. Propusnost matičnih blokova je skalirana s  $\varepsilon^\theta$  (gdje je  $\theta > 0$  parametar) dok je propusnost fraktura reda 1. Mikroskopski model se sastoji od standardnog skupa nelinearnih evolucijskih parcijalnih diferencijalnih jednačbi koji se izvodi iz zakona sačuvanja mase te zakona Darcy-Muskata za svaki fluid. Problem zapisujemo u tzv. faznoj formulaciji, gdje su nepoznanice zasićenje jedne faze i tlak druge faze. Promatramo domenu koja se sastoji od nekoliko zona različitih karakteristika (šupljikavosti, apsolutne propusnosti, relativnih propusnosti te krivulja kapilarnog tlaka). Uz fizikalno relevantne pretpostavke na podatke, dokazujemo konvergenciju rješenja mikroskopskog problema te time izvodimo tri makroskopska modela koji odgovaraju različitim razinama kontrasta u propusnosti fraktura i matrice. Za to koristimo metodu dvoskalne konvergencije u kombinaciji s tehnikom dilatacije. Dobiveni rezultati predstavljaju generalizaciju efektivnih modela poznatih u literaturi na slučaj visoko heterogene porozne sredine s kapilarnim tlakom koji ima prekid na granici dviju domena.

## Ključne riječi

Homogenizacija, porozna sredina s dvostrukom šupljikavošću, dvoskalna konvergencija, dilatacija

## Abstract

### Homogenization of immiscible incompressible two-phase flow in double porosity media

We consider the immiscible incompressible two-phase flow through fractured porous media. The fractured porous medium is a special type of porous medium frequently encountered in hydrology and petroleum engineering, which is characterized by the presence of two porous structures with strongly contrasted transport features: a continuous system of highly conductive fractures, which is assumed to be thin of order  $\varepsilon$ , is intertwined by a matrix – a disconnected  $\varepsilon$ -periodic set of blocks of usual porous media. Here  $\varepsilon$  is a size of a typical porous block. The permeability of the matrix blocks is scaled by  $\varepsilon^\theta$  (where  $\theta > 0$  is a parameter) while the permeability of the fractures is of order 1. The microscopic model consists of a standard set of nonlinear evolution partial differential equations which are derived from the mass conservation laws of both fluids along with the standard Darcy-Muskat Law. The problem is written in terms of the phase formulation, i.e. where the phase saturation of one phase and the phase pressure of the other phase are primary unknowns. We consider a domain made up of several zones with different characteristics: porosity, absolute permeability, relative permeabilities and capillary pressure curves. Under some physically relevant assumptions on the data, we prove the convergence of a solution of the microscopic problem and therefore we derive three macroscopic models corresponding to various range of contrast between the fractures permeability and the matrix permeability. For that we use the two-scale convergence method combined with the dilation technique. Our results improve upon previously derived effective models to highly heterogeneous porous media with discontinuous capillary pressures.

### Key words

Homogenization, double porosity media, two-scale convergence, dilation operator